

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра геометрии

**Обучение доказательству теорем с использованием систем динамической
геометрии учащихся 7-9 классов
АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студентки 5 курса 521 группы
направления 44.03.01 Педагогическое образование
механико-математического факультета

Ерофеевой Дарины Алексеевны

Научный руководитель

к.п.н., доцент

А. В. Букушева

Зав. кафедрой

к.п.н., доцент

С.В. Галаев

Саратов 2022

Введение. Федеральный компонент государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике в качестве основных целей изучения геометрии выделяет формирование представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов; развитие пространственного мышления, служащего практическому познанию предметов и явлений действительности обеспечивающего успешное овладение теоретическими знаниями, в основе которых лежит оперирование различными графическими образами.

Однако по данным Федерального института педагогических измерений, подготовка учащихся в области геометрии на сегодняшний день находится на низком уровне и имеет тенденцию к снижению.

Как свидетельствуют исследования Я. А. Ваграменко и А. А. Русакова, М.И. Жалдака, М. Ю. Кадемии, Е. И. Машбица, Е. С. Полат, И. В. Роберт, Е. И. Скафы, В. А. Смирнова и И. М. Смирновой и др., актуальными являются методики обучения геометрии на основе информационных и коммуникационных технологий (ИКТ).

Основу этого подхода составляет аксиоматический (в локальном или глобальном смысле) метод построения школьного курса геометрии, систематическое включение учащихся в деятельность овладения представленными в учебниках способами доказательств теорем, а также использование этих способов при решении задач на доказательство и обоснование правильности шагов решения геометрических задач других типов.

Вопросами определения роли и места компьютерного эксперимента в системе методов работы с теоремой в нашей стране занимаются такие ученые, как В. А. Далингер, В. Н. Дубровский, В. И. Рыжик и другие. Основным направлением их исследований является определение условий использования компьютерного эксперимента на различных этапах работы с теоремой с учетом закономерностей развития теоретического мышления учащихся.

Анализ передового отечественного и зарубежного опыта использования средств информационных и коммуникационных технологий в обучении

планиметрии обоснует необходимость поиска программных средств учебного назначения с возможностью двухмерного моделирования, которые могут быть использованы при изучении геометрических понятий и теорем, а также при обучении решению задач.

Воплощением таких средств информационных и коммуникационных технологий в процессе обучения геометрии являются программные среды с возможностью двухмерного моделирования, например, программа Desmos, GeoGebra. Их применение в процессе обучения геометрии является целесообразным и служит средством формирования и развития пространственного мышления, основой формирования понятий и изучения теорем, а также обучения решению задач.

Цель работы: выявить теоретические и методические основы формирования умений, связанных с проведением доказательств теорем при обучении геометрии учащихся основной школы с использованием системы динамической геометрии «Desmos».

Для достижения поставленной цели потребовалось решить следующие задачи:

- на основе анализа психолого-педагогической и методической литературы раскрыть особенности курса геометрии в школе, особенности использования информационных технологий при доказательствах в геометрии в школе, выявить наиболее эффективные средства компьютерного сопровождения курса геометрии в школе;
- обосновать преимущества использования средств динамической геометрии (СДГ) «Desmos» как средства компьютерного сопровождения курса геометрии в 7-9 классах;
- разработать методические рекомендации по использованию СДГ «Desmos» на уроках геометрии;

Выпускная работа состоит из введения, двух разделов, заключения, списка использованных источников (32 наименования).

Основное содержание работы. Первый раздел «Компьютерный эксперимент в методике изучения теорем геометрии в основной школе» посвящен анализу опыта использования компьютерного эксперимента при изучении планиметрии в школе, а также возможностям систем динамической геометрии в реализации этапов изучения геометрических утверждений.

Стремительное развитие информационно-коммуникационных технологий ставит вопрос об их использовании в обучении математике с целью повышения мотивации школьников и их познавательного интереса.

Среди перспективных направлений внедрения информационных технологий в процесс обучения геометрии выделим использование интерактивной геометрической среды (ИГС), под которой понимается программное обеспечение, позволяющее выполнять геометрические построения на компьютере таким образом, что при изменении одного из геометрических объектов чертежа остальные также изменяются, сохраняя заданные между собой соотношения неизменными.

Компьютерный эксперимент, проводимый средствами СДГ (в обучении геометрии) (КЭ) – это разновидность модельного эксперимента, в котором в качестве объекта изучения выступает динамический чертеж (модель) геометрической конфигурации. Целесообразное использование образовательных функций компьютерного эксперимента, основанного на идее динамического моделирования, существенно меняет не только технологию, но и содержательную основу школьного курса геометрии.

Общей особенностью систем динамической геометрии является возможность создания и использования для целей учебного исследования динамических чертежей – «...геометрических конструкций, которые можно изменять при сохранении алгоритма их построения путем задания изменений одного или нескольких геометрических величин конструкций (параметров)».

Анализ многочисленных публикаций, посвященных использованию возможностей DGS, показывает, что компьютерные эксперименты с

динамическими моделями применяются в обучении на самых разных этапах работы с теоремой и задачей на доказательство, с самыми разными целями.

В первом разделе бакалаврской работы рассмотрен в целостном виде методика работы с теоремой, в которой максимально реализуются возможности, предоставляемые компьютерным экспериментом с динамической виртуальной моделью, а именно методику работы с теоремой «Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника».

Самостоятельное построение динамической модели математической задачи, поиск и визуализация с помощью этой модели её решения предоставляют среднестатистическому учащемуся дополнительные возможности, позволяющие позиционировать себя не только как стороннего наблюдателя за тем, как ловко работают с формулами учитель и продвинутые ученики, но и активного участника процесса познания математики.

«Программа динамической геометрии – это среда, позволяющая создавать динамические чертежи, т.е. компьютерные геометрические чертежи-модели, исходные данные которых можно варьировать с сохранением всего алгоритма построения, просматривать их и работать с ними».

Положение о применении метода геометрических преобразований как математической базы зарождения и применения динамических образов геометрических объектов как дополнительного средства обучения основам евклидовой геометрии, как считается, возникла у французского математика Анри Пуанкаре под воздействием идей, предложенных Феликсом Клейном.

Стоит отметить, что развитие программы The Geometr's Sketchpad («Блокнот геометра»). Ее первая версия появилась в 1989 году. Автором данного программного продукта стал Николас Джакив (Nicholas Jackiw). В 2005 году программа The Geometer's Sketchpad русифицирована Институтом новых технологий (г. Москва). В России она распространялась сначала под названием «Живая геометрия», что подчеркивало возможность создания в данной среде

динамических моделей геометрических объектов, затем название программы было изменено.

Наиболее известными сподвижниками в распространении данной DGS являются В. И. Рыжик – учитель математики физико-технической школы г. Санкт-Петербурга, и И. С. Храповицкий – учитель математики на углубленном уровне средней школы №3 г. Глубокое, Беларусь.

Русифицированными являются также DGS GeoNext, разрабатываемая с 1999 года на кафедре математики и дидактики в Университете Байройта (Германия), и GeoGebra, первая версия которой появилась в 2002 году благодаря усилиям австрийского математика Маркуса Хохенвартера (Markus Hohenwarter). Ограничения программы GeoNext связаны с тем, что в ней количество измерительных инструментов весьма ограничено.

Еще одним инструментом динамической геометрии представляется Desmos. Desmos – это бесплатный онлайн-калькулятор, созданный Дэном Майером и Эли Любероффом для построения графиков, который могут легко использовать и учителя, и учащиеся. Доказательство теорем, как правило, вызывает большие трудности у учащихся, представляются сложным заданием, многие школьники вовсе не понимают значение доказательств в школьном курсе геометрии. Однако данную ситуацию можно изменить с помощью применения программы Desmos.

Во втором разделе «Методические аспекты изучения геометрии с использованием Desmos»: предоставлены методические рекомендации по использованию Desmos на уроках геометрии и методические разработки заданий на доказательство теорем с использованием программы Desmos.

Система позволяет строить фигуры сразу на одной координатной плоскости. Они строятся разными цветами, причем автоматически заданный цвет можно менять, выбрав режим редактирования, нажав «шестеренку».

С помощью Desmos можно отмечать отдельные точки в системе координат. Можно отмечать заданные точки, а можно сделать одну, или обе координаты «бегающими».

При использовании СДГ и основанных на них электронных образовательных ресурсов обучение доказательству может быть представлено, как процесс, состоящий из трех основных этапов, характеризующихся достижением различных уровней овладения доказательством и разной степенью интеграции смысловых значений понятия «доказательство», входящих в содержание субъектного и социокультурного опытов:

I. Этап обучения эмпирической проверке геометрических утверждений.

II. Этап обучения логическому контролю правильности алгоритма построения динамического чертежа для целей контрольного компьютерного эксперимента.

III. Этап обучения доказательству дедуктивным методом.

Во втором разделе бакалаврской работы рассмотрена методическая схема обучению доказательству утверждений с использованием систем динамической геометрии учащихся 7-9 классов.

I этап: постановка проблемы, выдвижение гипотезы, проверка гипотезы, модификация.

II этап: постановка проблемы, выдвижение гипотезы, проверка гипотезы и логический контроль правильности алгоритма построения, модификация.

III этап: постановка проблемы, выдвижение гипотезы, доказательство, модификация.

Уровень овладения дедуктивным методом доказательства. Данный уровень характеризуется формированием умений: 1) логически объяснять факт динамической устойчивости свойств конструктивного объекта, т.е. путем дедуктивных рассуждений вскрывать механизмы причинно-следственных связей, изменяемых и изменяющихся под их влиянием свойств его элементов; 2) логически выводить утверждение о динамической устойчивости свойств конструктивного объекта из сведений о его заданных свойствах.

Таблица 1 – Задачи на доказательство геометрических утверждений

1. Задача на проведение контрольного компьютерного эксперимента по схеме	По готовому чертежу проведите доказательство утверждения:
--	---

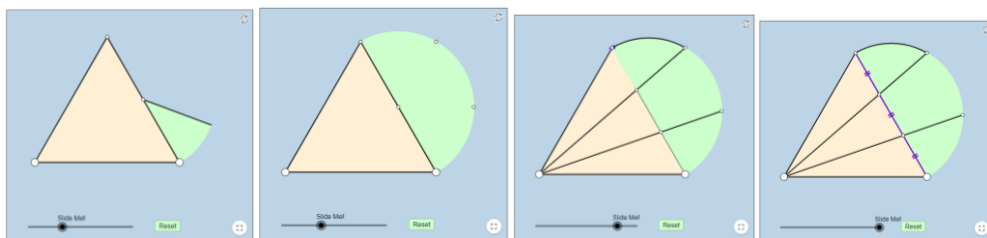
	У равностороннего треугольника биссектриса, медиана и высота пересекаются в одной точке, которая является центром треугольника.
2. Задача на планирование и проведение своего контрольного компьютерного эксперимента	Проверьте верность утверждения с использованием средств динамической геометрии: в равнобедренном треугольнике углы при основании равны
3. Задача на обоснование корректности виртуальной модели.	Для проверки утверждения «Центры вписанной и описанной вокруг равностороннего треугольника окружностей совпадают и находятся на пересечении медиан, высот, биссектрис и серединных перпендикуляров» был составлен чертеж. Выведите на экран его построение и восстановите алгоритм доказательства.
4. Задача на комментирование компьютерной визуализации доказательства	Запишите доказательство формулы площади n -угольника пользуясь средствами динамической геометрии.
5. Задача на доказательство дедуктивным методом	Приведите доказательство утверждения «Доказать, что сумма расстояний от любой точки, взятой внутри правильного треугольника, до стороны этого треугольника есть величина постоянная для данного треугольника» дедуктивным методом
6. Задача на выбор или комбинирование способов обоснования	Методом компьютерного эксперимента докажите утверждение «Радиус описанной вокруг равностороннего треугольника окружности в 2 раза больше радиуса вписанной окружности». Обоснуйте результат.

Во втором разделе бакалаврской работы рассмотрены примеры заданий.

Задание 1. Исследовать, существует ли зависимость между значением отношения площадей двух подобных треугольников и коэффициентом подобия. Если существует такая зависимость, то придумайте формулу, выражающую эту зависимость, подтвердите правильность формулы компьютерным экспериментом, дайте логическое объяснение.

Задание 2. Следующий апплет иллюстрирует теорему Наполеона без длин отрезков и угловых мер. Обязательно перемещайте большие серые вершины исходного (белого) треугольника в любое место до и после каждого перемещения ползунка. Опишите теорему Наполеона своими словами. То есть напишите условное выражение, которое передает то, что иллюстрирует этот апплет. Также представлена лемма и доказательства теоремы и леммы.

Задание 3. Как мы можем формально доказать то, что неформально иллюстрирует этот апплет?



Таким образом, применительно к этапу обучения дедуктивному методу доказательства с использованием систем динамической геометрии, приходим к следующему перечню образовательно-значимых функций динамических чертежей:

- 1) синтез образа геометрической конструкции, заданной условием теоремы (задачи);
- 2) преобразование исходного образа геометрической конструкции (выявление скрытых отношений, введение дополнительных построений, изменение взаимного положения частей конструкции);
- 3) выделение части геометрической конструкции для подведения ее под новое понятие;
- 4) выделение набора элементов геометрической конструкции, свойства которых являются посылкой логического вывода;
- 5) конструирование последовательности сменяющих друг друга образов для иллюстрации цепочки преобразований, процесса предельного перехода.

Динамический чертеж выступает средством визуальной опоры логических действий, совершаемых в ходе объяснения экспериментально установленного факта динамической устойчивости свойства геометрической

конструкции. Алгоритм построения такого чертежа в случае проведения конструктивного доказательства совпадает с алгоритмом построения динамического чертежа для целей компьютерного эксперимента.

Заключение.

В ходе написания бакалаврской работы получены следующие результаты:

1. На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы раскрыты особенности использования информационных технологий при доказательствах в геометрии в школе, выявлены наиболее эффективные средства компьютерного сопровождения курса геометрии в школе;

Компьютерный эксперимент, проводимый средствами СДГ (в обучении геометрии) (КЭ) – это разновидность модельного эксперимента, в котором в качестве объекта изучения выступает динамический чертеж (модель) геометрической конфигурации.

Многие исследователи в области использования СДГ отмечают, что компьютерные эксперименты, проводимые с использованием динамической модели, являются хорошим средством для проверки выдвинутых гипотез.

В ходе компьютерной проверки может быть выявлена необходимость уточнения ранее сформулированного утверждения или сделан обоснованный выбор рабочей гипотезы, т.е. наиболее правдоподобной гипотезы из нескольких альтернатив.

В связи с информатизацией геометрического образования, ряд представленных этапов методики работы с теоремой все чаще реализуется с использованием компьютерного эксперимента. Значимость привлечения компьютерной техники к обучению геометрии признается даже авторами школьных учебников.

2. Обоснованы преимущества использования СДГ «Desmos» как средства компьютерного сопровождения курса геометрии в 7-9 классах;

Desmos – отличный новый инструмент для всех, кто в прошлом боролся с математикой. Приложение разработано, чтобы сделать математику более

увлекательной. Создание графиков из уравнений может показаться сложной задачей, для учащихся школ, но использование Desmos для выполнения этой задачи может помочь сделать этот процесс более увлекательным.

Возможно, раньше у школьников не было большого интереса к математике или построениям, но несколько моментов в Desmos могут изменить такое мнение. Сайт сохраняет множество дизайнов, сохраненных другими пользователями, и демонстрирует их. Некоторые из них очень простые, а другие новаторские и интересные.

3. Разработаны общие методические рекомендации по использованию СДГ «Desmos»;

- программа может быть использована как на очном, так и на дистанционном уроке;

- стоит рассмотреть использование данной программы непосредственно на уроке геометрии вместе с учениками, обосновать ее особенности и продемонстрировать возможности использования (не рекомендуется давать в качестве домашнего задания как самостоятельное изучение);

- в ходе реализации построений при знакомстве с программой стоит организовать учебную дискуссию;

- перед доказательством той или иной теоремы можно предложить ученикам спланировать этапы доказательства теоремы;

- стоит потребовать от учеников непосредственного анализа при построении того или иного чертежа;

- в ходе рассуждений, анализа, при получении логичных выводов стоит конспектировать основные моменты;

- при доказательстве геометрических теорем в программе Desmos учителю рекомендуется оказывать достаточную помощь, она не должна быть чрезмерной или недостаточной;

- помощь учителя должна быть достаточно мотивированной;

- при использовании программы Desmos учителю рекомендуется актуализировать внимание учащихся на их рефлексии;

– при работе в программе Desmos педагогу стоит обратить внимание на индивидуализацию обучения;

– возможно стоит организовать работу в группах, у которой будет свое отдельное задание.

4. Разработаны методические рекомендации по изучению темы «» с использованием СДГ «Desmos».

Поставленные задачи бакалаврской работы достигнуты в полном объеме.

Результаты работы могут быть использованы учителями на уроках геометрии при обучению доказательствам теорем, а также материал будет полезен школьникам, которые интересуются новыми способами познания геометрии. Также материал будет полезен педагогам при планировании уроков со средствами систем динамической геометрии.