

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра теории функций и стохастического анализа

СЕТИ ЧАСТНЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ: ПРИМЕНЕНИЕ К

ИЗУЧЕНИЮ ФИНАНСОВЫХ РЫНКОВ

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 412 группы

направления 01.03.02 — Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета

Живодер Ильи Геннадьевича

Научный руководитель

к. ф.-м. н., доцент

М. Г. Плешаков

Заведующий кафедрой

д. ф.-м. н., доцент

С. П. Сидоров

Саратов 2023

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. В последнее время всё большее распространение получают методы анализа фондовых рынков, основанные на построении соответствующей сетевой модели. Эти методы считаются эффективными инструментами для анализа сложных систем, таких как финансовые рынки.

В современных условиях мировой экономической ландшафт неизбежно развивается и становится все более взаимосвязанным, что делает понимание структуры и поведения финансовых рынков особенно актуальным. Исследование данной темы позволит получить ценные знания о функционировании финансовых рынков и их влиянии на глобальную экономику. Появление новых технологий и финансовых инструментов облегчило доступ инвесторов к международным рынкам, что привело к увеличению пересекающихся инвестиций и повышению корреляции между финансовыми рынками. В результате потенциал возникновения контагиозных эффектов и системного риска также увеличился. Учитывая значительное влияние, которое финансовые рынки могут оказывать на мировую экономику, важно понимать их поведение и структуру.

Основной целью данной работы является исследование потенциала применения сетевых моделей для изучения финансовых рынков. Под сетевой моделью финансового рынка понимается полный взвешенный граф, вершины которого соответствуют рыночным активам, а веса ребер задаются значением некоторой меры зависимости характеристик этих активов. В качестве характеристик могут использоваться доходности, цены, объемы продаж, ликвидность и т.п. Наиболее распространенная характеристика рыночных активов — их доходность. В настоящей работе рассматриваются сетевые модели на основе доходностей индексов финансовых рынков различных стран.

Целью бакалаврской работы является исследование применения сетей частных корреляций для анализа динамики финансовых рынков, на примере индексов развитых и развивающихся стран.

Объект исследования - динамика финансовых рынков различных стран.

Предмет исследования - методы анализа этих рынков с использова-

нием сетей частных корреляций. Конкретнее, в работе исследуются динамика и взаимосвязи индексов финансовых рынков развитых и развивающихся стран в период с 2012 по 2022 года.

Для достижения поставленных целей в работе необходимо решить следующие задачи:

- Изучить научную литературу по теме исследования, включая работы по анализу финансовых рынков, методам анализа на основе сетевых моделей и их применению в экономике.
- Собрать и систематизировать данные по индексам финансовых рынков различных стран за период 2012-2022 гг.
- Описать методику построения сетевых моделей между доходностями индексов финансовых рынков на основе сетей частных корреляций.
- Разработать алгоритмы, необходимые для построения соответствующих сетевых моделей.
- Построить минимальные остовные деревья и рыночные графы на основе данных о доходностях между различными финансовыми инструментами.
- Проанализировать динамику и взаимосвязи индексов финансовых рынков с помощью различных метрик.
- Оценить степень влияния различных факторов на изменение динамики доходностей финансовых рынков.

Практическая значимость. Данная дипломная работа затрагивает важную тему в финансовой сфере и может предоставить ценные исследовательские выводы относительно структуры и поведения финансовых рынков. Полученные в рамках исследования результаты могут оказаться полезными для инвесторов, лиц, занимающихся принятием решений в области политики и регулирования финансовых рынков, в понимании динамики финансовых рынков и управлении системным риском.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность темы работы, формулируется цель работы и решаемые задачи, отмечается практическая значимость полученных результатов.

В **первом** разделе приводятся основные понятия теории графов. В дальнейшем будем использовать термины «граф» и «сеть» как синонимы. То же самое относится к терминам «узлы» и «вершины», а также «связи» и «ребра».

Граф - это математическая абстракция, представляющая собой совокупность множества вершин (или узлов) и множества ребер (или дуг), которые соединяют эти вершины. Формально, граф G определяется как пара $G = (V, E)$, где V - это некоторое множество, элементы которого называются вершинами (или узлами) графа, а E - некоторое множество, элементы которого называются ребрами (или дугами) графа. Две различные вершины графа u и v называются смежными, если они соединены ребром, т.е. $(u, v) \in E$.

Минимальное остовное дерево (Minimum Spanning Tree, MST) - это дерево, составленное из всех узлов графа, для которого сумма весов его ребер минимальна среди всех возможных остовных деревьев этого графа. MST является важным инструментом в теории графов и находит применение во многих областях, включая экономику.

Граф рынка представляет подграф сетевой модели с ребрами, веса которых больше заданного порога. Граф рынка строится следующим образом: ребро между вершинами i и j входит в граф рынка, если $\gamma_{ij} > \gamma_0$, где γ_0 - некоторый заданный порог. Граф рынка отражает структуру наиболее значимых (на уровне γ_0) связей рыночных активов.

Второй раздел включает описание используемых данных и методологию построения сети.

В данной работе используются данные, включающие 69 ежедневных индексов закрытия цен Morgan Stanley Capital International (MSCI) за период с 1 января 2012 года по 31 декабря 2022 года. Все индексы рассчитаны в долларах США. Они включают 68 индексов фондовых рынков в 69 странах и в семи регионах мира: 7 африканских индексов, 15 азиатских индексов, 27 европейских индекса, 6 индексов Латинской Америки, 8 индекса Ближнего Востока, 2 индекса Северной Америки и 2 индекса Океании. Также все страны сгруппированы по уровню экономического развития: развитые, развивающиеся и пограничные рынки. В таблице 1 перечислены 69 стран и их соответствующее обозначение.

Обширный объем литературы посвящен изучению взаимосвязи между элементами экономических систем с использованием показателей, основанных на коэффициентах корреляции. Распространенным способом измерения взаимосвязи между доходностью финансовых активов является вычисление матрицы коэффициентов корреляции для заданного периода.

Для расчета корреляционной матрицы C необходимо использовать временной ряд цен $P_i(t)$ для каждого индекса i в момент времени t .

Определяем ежедневную доходность индекса страны i как

$$r_i(t) = \ln P_i(t) - \ln P_i(t - 1),$$

где $P_i(t)$ и $P_i(t - 1)$ - это значения индекса i в день t и $t - 1$ соответственно. В течение рассматриваемого периода для каждого ряда доходности имеется 2870 наблюдений.

Для построения MST (Minimum Spanning Tree) на основе коэффициентов корреляции Пирсона и частичной корреляции для мировых фондовых рынков вычисляются коэффициенты корреляции Пирсона между всеми парами ежедневных доходностей 69 индексов фондовых рынков. Коэффициент корреляции Пирсона между любыми двумя рынками i и j определяется следующим образом:

$$C_{ij} = \frac{\langle r_i r_j \rangle - \langle r_i \rangle \langle r_j \rangle}{\sqrt{\langle r_i^2 - \langle r_i \rangle^2 \rangle \langle r_j^2 - \langle r_j \rangle^2 \rangle}},$$

где r_i, r_j - векторы рядов доходности фондовых рынков i и j соответственно, а $\langle \cdot \rangle$ - временное среднее значение (time average) за рассматриваемый период. Формула оценивает степень линейной зависимости между двумя рядами доходности. Матрица корреляции Пирсона C выглядит следующим образом:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & C_{12} & \dots & C_{1N} \\ C_{21} & 1 & \dots & C_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{N1} & C_{N2} & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

Если коэффициент корреляции Пирсона равен 1, то это означает, что два ряда доходности сильно линейно связаны между собой, а если он ра-

вен 0, то между рядами нет линейной связи. Если коэффициент корреляции отрицателен, то два ряда доходности имеют обратную линейную связь.

Для вычисления коэффициентов частной корреляции используется метод инверсии корреляционной матрицы, первый шаг которого заключается в вычислении обратной матрицы:

$$C' = C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & C'_{12} & \dots & C'_{1N} \\ C'_{21} & 1 & \dots & C'_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C'_{N1} & C'_{N2} & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Для любых двух индексов i и j коэффициент частной корреляции имеет вид:

$$C_{ij}^* = \frac{C'_{ij}}{\sqrt{C'_{ii}C'_{jj}}},$$

где коэффициент C^* является «чистой» корреляцией между рынками акций i и j , т.е. значением, которое получается при исключении влияния других рынков акций. Частная корреляционная матрица C^* выглядит таким образом:

$$C^* = \begin{pmatrix} 1 & C_{12}^* & \dots & C_{1N}^* \\ C_{21}^* & 1 & \dots & C_{2N}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{N1}^* & C_{N2}^* & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Преобразуем элементы C_{ij}^* в корреляционной матрице C^* в метрику расстояния между каждой парой индексов i и j используя формулу:

$$d_{ij}^* = \sqrt{2(1 - C_{ij}^*)},$$

где d_{ij}^* варьируется от 0 до 2 и удовлетворяет трем аксиомам евклидова пространства. Таким образом, можно использовать элементы и d_{ij}^* для формирования $N \times N$ матрицы расстояния и D_{ij}^* . Метрика расстояний также будет использоваться при построении графов на основе корреляций Пирсона и Спирмена.

Третий раздел посвящен построению, визуализации, интерпретации основных сетевых моделей, а также исследованию их динамических структур. В данном разделе были построены и проанализированы такие сетевые структуры, как минимальные остовные графы и графы рынка, для различных корреляционных мер: Пирсона, Спирмена, частной корреляции.

Для построения и анализа MST был использован метод «скользящего» окна, на основе финансовых данных за период 10 лет, включающий 2870 торговых дней. Для анализа использовалось окно размером 48 месяцев, с шагом в 24 месяца.

Таким образом было получено 4 минимальных остовных графа.

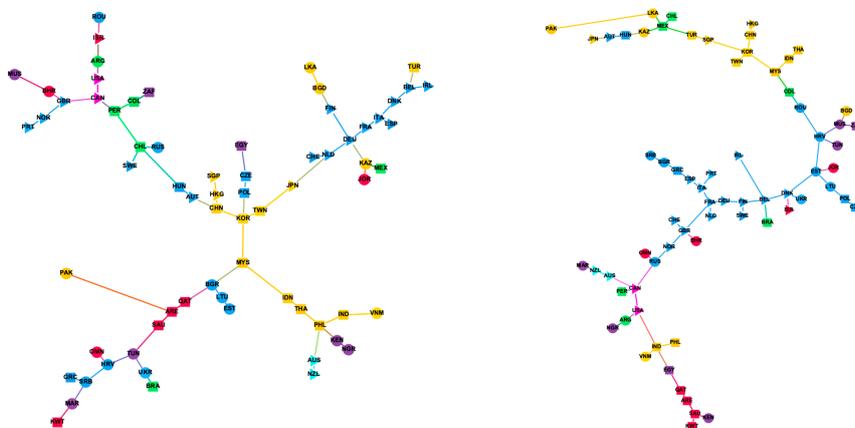


Рисунок 1 – MST-сеть частной корреляции
2012-01-02–2016-01-02 (слева) 2014-01-02–2018-01-02 (справа)

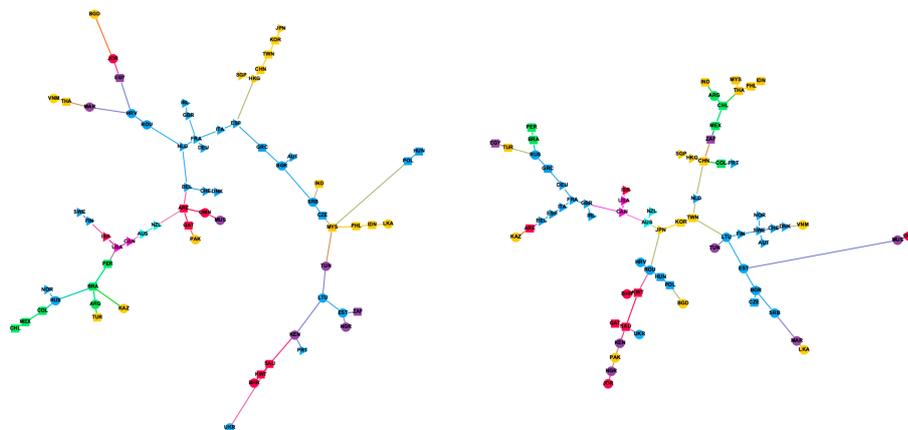


Рисунок 2 – MST-сеть частной корреляции
2016-01-02–2020-01-02 (слева) 2018-01-02–2022-01-02 (справа)

Для полученных MST-сетей была исследована их динамическая структура, путем нахождения различных метрик центральности узлов, таких как: центральность по степени, центральность по посредничеству, центральность по близости.

Центральность вершин в графе - это вектор, сопоставляющей каждой вершине графа некоторое число (индекс). Центральность по степени, по близости и по посредничеству являются метриками, используемыми в анализе социальных сетей для оценки важности узлов в сети.

Нормализованная длина дерева (Normalized Tree Length, NTL) - это мера, используемая в анализе минимального остовного дерева в теории графов. Она оценивает общую длину или расстояние дерева относительно определенной эталонной длины. NTL учитывает общий вес ребер или расстояние в дереве и нормализует его.

На рисунках 3–5 показаны результаты изменения во времени нормализованной длины дерева для различных остовных графов, построенных на различных коэффициентах корреляции.



Рисунок 3 – График значений NLT для MST-сети Пирсона



Рисунок 4 – График значений NLT для MST-сети Спирмена

Анализ NTL финансовой сети позволяет получить представление об общей структуре и связности рынков. Он предоставляет меру того, насколько



Рисунок 5 – График значений NLT для MST-сети частной корреляции

сильно связаны финансовые рынки, что может быть полезно для понимания передачи шоков между различными финансовыми рынками.

Как видно из графиков, наибольшая плотность MST за рассматриваемый период начала 2020 года, что соответствует предположению о том, что во время финансовых кризисов плотность финансовых сетей возрастает. Это связано с тем, что финансовые кризисы часто имеют системный характер и оказывают широкое влияние на мировую экономику. В таких периодах инвесторы становятся более осторожными и менее склонными к риску.

Также стоит отметить, что во время финансового кризиса часто происходят схожие события и факторы, которые влияют на финансовые рынки в целом. Например, снижение экономической активности, ухудшение финансовых показателей компаний, изменение мировых торговых отношений и другие макроэкономические факторы могут повлиять на различные рынки и усилить их взаимосвязь.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе был исследован подход изучения изменения мировых фондовых рынков, основанный на корреляционной структуре сетевых моделей. Все эмпирические результаты были получены на основе доходностей индексов различных финансовых индексов в период с 2012 по 2022 гг.

В ходе написания данной дипломной работы были построены минимальные остовные деревья (MST), рыночные графы (MG), с использованием различных мер зависимости, таких как: коэффициент корреляции Пирсона, Спирмена и частной корреляции. В качестве сравнительного исследования были проанализированы топологические свойства MST сетей. Для изучения трендов в свойствах полученных сетевых моделей был использован метод «скользящего окна».

Изучая корреляционную структуру и эволюцию мировых фондовых рынков, были обнаружены:

- различия в структурах построенных MST сетей, основанных на разных корреляционных мерах;
- региональные зависимости между финансовыми рынками различных стран;
- в периоды экономической неопределенности рост корреляции между финансовыми рынками приводит к более связанным и взаимозависимым движениям цен, повышая плотность рыночных графов.

В настоящее время разработаны эффективные инструменты анализа сложных сетевых моделей, применение которых создает основу для дальнейших исследований фондовых рынков. Естественным развитием рассматриваемого в данной работе подхода, является построение и анализ сетевых структур с учетом объемов торгов и ликвидности финансовых инструментов.