

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра Математического и компьютерного моделирования

**Модификация стандартного решателя OpenFOAM для расчёта течений  
мелкой воды**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 411 группы

направление 01.03.02 — Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета

Чирко Дмитрия Петровича

Научный руководитель  
доцент, к.т.н., доцент

И.А. Панкратов

Зав. кафедрой  
зав. каф., д.ф.-м.н., доцент

Ю.А. Блинков

Саратов 2023

**Введение.** Предмет вычислительной гидродинамики – решение сложных краевых задач механики жидкости и теплообмена с использованием методов вычислительной математики и компьютерного моделирования. В качестве примеров применения вычислительной гидродинамики можно привести задачи внутренние течения, т.е. течения жидкости в каналах. Например, течение жидкости по каналам и трубам. Внутренние течения встречаются в самых различных областях: теплообменные аппараты, нефтепроводы, системы отопления, водоснабжения. В большинстве случаев интерес представляют поля скорости, давления и температуры жидкости.

Методология математического моделирования в кратком виде выражена знаменитой триадой "модель-алгоритм-программа", сформулированной академиком А.А. Самарским, которого считают основоположником отечественного математического моделирования. Эта методология получила свое развитие в виде технологии "вычислительного эксперимента", разработанной школой А.А. Самарского как одной из информационных технологий, предназначенной для изучения явлений окружающего мира, когда натурный эксперимент оказывается слишком дорогим и сложным. Для моделирования в данной работе используется наиболее распространенный пакет программ — OpenFoam, разработанный Генри Веллером в конце 1980-х годов.

Актуальность работы. Моделирование гидродинамики жидкостей является основным во многих инженерных приложениях. Исторически считалось, что приближенное решение уравнений, которые определяют физические явления, было лучшим способом изучения природных процессов. Для построения математических моделей и численных методов расчета течений в реках необходимо иметь представление об описании основных процессов, происходящих в водоеме. Для этого строятся более простые модели для течения в каналах, учитывающие основные характеристики течения.

Цель данной бакалаврской работы: моделирование течения мелкой воды. Для достижения цели понадобится: смоделировать процесс течения мелкой воды с усложненной геометрией и с внедренным телом, а также рассмотреть модифицированный решатель для обычной геометрии и сложной геометрии с внедренным телом.

Практическая значимость работы. Уравнения мелкой воды можно применять для моделирования волн Россби и Кельвина в атмосфере, реках, озерах, океанах, а также более мелких водоемах, таких как бассейны. Для того, чтобы применение уравнений мелкой воды было корректным, горизонтальные размеры акватории должны быть значительно больше глубины. Уравнения мелкой воды пригодны также для моделирования приливов. Приливное движение, имеющее горизонтальные масштабы в сотни километров, могут считаться явлениями мелкой воды, даже если происходят над многокилометровыми океанскими глубинами.

Структура бакалаврской работы. Бакалаврская работа состоит из четырех глав.

- В первой главе рассматриваются основные физические законы механики сплошных сред, а именно гидродинамики;
- Во второй главе содержится теоретическая основа для описания физического процесса течения мелкой воды;
- В третьей главе рассматривается программное обеспечение, производящее расчеты для математического моделирования поставленной задачи расчета движения жидкости;
- В последней главе рассматривается работа примера стандартного решателя `shallowWaterFoam`, а также его модификации.

**Основное содержание работы.** В первой главе описана механика сплошных сред, а именно гидродинамика с которой связано течение мелкой воды.

Механика сплошной среды (МСС) – раздел механики, изучающий движение газообразных, жидких и твердых деформируемых тел, а также силовые взаимодействия внутри таких тел. В механике сплошной среды можно четко выделить раздел, изучающий движение жидкостей и газов, т.е. флюидов (гидромеханика, гидравлика, аэрология), а также раздел, изучающий движение твердых деформируемых тел.

Гидродинамика является подразделом гидроаэродинамики, которая описывает течение жидкостей и газов. Она имеет несколько подразделов, включая аэродинамику (изучение движения воздуха и других газов) и гидродинамику (изучение движения жидкостей).

Гидродинамика имеет широкий спектр применений, включая расчет сил и моментов на летательных аппаратах, определение массового расхода нефти по трубопроводам, прогнозирование погодных условий, изучение туманностей в межзвездном пространстве и моделирование детонации ядерного оружия.

В данной работе рассмотрим течение мелкой воды. Предполагая, что жидкость несжимаема и что влияние вертикального сдвига на горизонтальную скорость пренебрежимо мало, уравнения могут быть получены путем интегрирования по глубине уравнений несжимаемости и Навье-Стокса.

Уравнения мелкой воды (уравнения Сен-Венана) представляют собой систему нелинейных гиперболических дифференциальных уравнений в частных производных, которые аппроксимируют полную систему уравнений Эйлера, описывающую течения несжимаемой жидкости со свободной поверхностью в поле силы тяжести. Предполагается, что глубина жидкости много меньше горизонтального размера водоема, поэтому вертикальной компонентой скорости можно пренебречь по сравнению с горизонтальными компонентами, которые можно считать постоянными по глубине. Полученные в рамках такой упрощенной математической модели решения, естественно, носят приближенный характер, но во многих случаях хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Уравнения движения и непрерывности для уравнений мелкой воды:

$$\frac{\partial}{\partial t}(hu) + \nabla \cdot (hu^T u) + f \cdot hu = -|g|h\nabla(h + h_0) + \tau^\omega - \tau^b \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(h + h_0) + \nabla \cdot (hu) = 0 \quad (2)$$

где  $h$  - средняя высота поверхности,  $u$  - вектор скорости,  $f = (2\Omega \cdot \hat{g}) \hat{g}$  - сила Кориолиса (зависит от угловой скорости вращения Земли,  $\bar{\Omega}$ , и  $\bar{g}$  - вектор силы тяжести),  $h_0$  - отклонение от среднего значения высота поверхности и  $\tau^\omega$  и  $\tau^b$  - ветровое и донное напряжения соответственно.

В shallowWaterFoam предполагается, что ветровые и донные напряжения равны нулю. Кроме того, поток поверхностной скорости определяется как

$$\phi_v = \phi/h = \phi = hu \cdot \hat{n} = u \cdot \hat{n} \quad (3)$$

где  $\hat{n}$  - вектор площади грани ячейки. Уравнение (1) сводится к

$$\frac{\partial}{\partial t}(hu) + \nabla \cdot (h\phi_v u) + f \cdot hu = -|g|h\nabla(h + h_0) \quad (4)$$

Это уравнения, которые решаются в shallowWaterFoam.

В данной работе рассмотрены различные пакеты для численного решения задач жидкости и газа. Для численного решения течения будем использовать такой программный пакет как OpenFOAM. По функционалу он не уступает своим аналогам, преимущества его заключаются в том что он бесплатный, OpenFOAM имеет открытый исходный код, что позволяет нам создавать новые и менять старые решатели, программное обеспечение использует простую геометрию построения сетки, что не позволит создавать сложную или запутанную геометрию. Первоначально программа предназначалась для прочностных расчетов, но в результате многолетнего академического и промышленного развития на сегодняшний момент позволяет решать множество различных задач механики сплошных сред.

Работа проекта OpenFoam заключается в создании каталогов, содержащие управляющие файлы

- В каталоге 0 содержатся файлы, описывающие начальные и граничные условия;
- Каталог constant содержит файлы, описывающие геометрию задачи и свойства жидкости;
- Каталог system – конфигурационные файлы, описывающие настройки решателя и утилит, используемых для решения задачи.

Каталог 0 содержит следующие файлы:

- h – средняя высота поверхности;
- hTotal – высота свободной поверхности;
- hU – поле вектора скорости;

Каталог `system` содержит:

- `blockMeshDict` – отвечает за создание геометрии рассматриваемого объекта;
- `controlDict` – словарь используемый для указания основных элементов управления. Включает в себя информацию о времени, формат записи и дополнительные библиотеки, которые могут быть загружены во время выполнения и т.д.;
- `fvSchemes` – словарь задающий числовые схемы для правил, таких как производные в уравнениях, которые вычисляются во время моделирования;
- `fvSolution` – словарь управляющий способами решения уравнений, допустимые отклонениями и алгоритмами.
- `setFieldsDict` – словарь в котором устанавливаются значения для выбранного набора ячеек/граней.

Каталог `constant` содержит:

- `gravitationalProperties` – словарь, содержащий гравитационные свойства, например гравитационную силу, угловую скорость вращения Земли и т.д.;
- `polyMesh` – каталог который появляется после запуска программы и в котором содержатся сетка с общей структурой.
- `h0` – отклонение от средней высоты поверхности.

В стандартном примере течения мелкой воды геометрия оболочки состоит из одного шестигранного блока с основанием  $1 \times 1$  метр и глубиной 0.1, метра состоящего из  $20 \times 20$  ячеек. Более того, четыре самые средние ячейки имеют начальную среднюю высоту поверхности 0,009 метра, имитирующий квадратное препятствие или квадратный бугорок. Поле вектора начальной скорости равномерно распределено от крайнего левого края до внутреннего поля области с величиной 0,1 м/с.

Моделирование происходит от 0 до 100 секунд все начальные условия для  $t = 0$  секунды, определены в каталоге 0 с временным шагом  $\Delta t$ , равным 0,1 секунде. Кроме того, интервал записи установлен равным 1 секунде, что означает, что запись результатов будет производиться каждую секунду. Следовательно, расчет будет проведен для тысячи временных шагов, из кото-

рых для каждого десятого временного шага сохраняться. Выбор временного интервала должен основываться на числе Куранта–Фридрихса–Леви(КФЛ), которое достаточно мало для обеспечения конверсии. Эмпирическое правило - использовать  $\text{КФЛ} \leq 1$ . число КФЛ определяется как

$$\text{КФЛ} = \frac{|u|\Delta t}{\Delta x}$$

Запустив построение геометрии и сетки водоема при помощи `blockMesh`. Затем применим значения прописанные в файле `setFieldsDict` для ячеек к сетке при помощи команды `setFields`. В конце применим решатель `shallowWaterFoam`, которые смоделирует течение мелкой воды и получим численное решение. Результат можно рассмотреть при помощи встроенной утилиты `ParaView` для всех ста временных шагов.

Теперь модифицируем решатель. Сначала изменим геометрию вычисляемой области, деформируя ребра при помощи ключевого слова, указывающего тип кривой `arc`. Сделаем стороны вычисляемой области ребрами дуги соединяющие вершины: 0 и 1 через точку интерполяции (0.05 -0.05 0), 4 и 5 через точку (0.05 -0.05 0.1), 1 и 2 через точку (1.05 0.05 0), 5 и 6 через точку (1.05 0.05 0.1), 3 и 0 через точку (-0.05 0.05 0), а также 7 и 4 через точку (-0.05 0.05 0.1). Также добавим еще одну область прямоугольной формы с вершинами: (0.3 1 0), (0.7 1 0), (0.7 2 0), (0.3 2 0), (0.3 1 0.1), (0.7 1 0.1), (0.7 2 0.1), (0.3 2 0.1) построим из полученных вершин прямоугольник с количеством ячеек  $8 \times 20$ , добавим получившиеся стороны в `boundary`. Для объединения двух сторон старого и нового прямоугольника создадим две новых граничных(`boundary`) переменных `nbig` и `nsmall` со сторонами объединяющие вершины (2 3 6 7) и (8 9 13 12) соответственно. При помощи `mergePatchPairs`, который содержит список патчей, подлежащих объединению, объединим ячейки границ (`nbig nsmall`).

Для добавления объекта понадобится создать в директории `system`:

- `snappyHexMeshDict` – словарь включает в себя: переключатели, которые управляют различными этапами процесса создания сетки и отдельные подкаталоги для каждого процесса.

- Словарь meshQualityDictionary используется для определения многих предельных значений, встречающихся в процессе построения сетки, чтобы гарантировать, что результирующая сетка имеет достаточное качество для последующего вычисления.

А также создадим в каталоге constant каталог: triSurface который будет содержать фигуру построенную с помощью программы OpenScad.

OpenScad - это программное обеспечение для создания твердотельных 3D-моделей.

Поместим в дополнительный прямоугольник цилиндр радиуса 0.1 метра и такой же высоты с центром в точке (0.5 1.6 0). Размещенное тело будет препятствовать движению жидкости, из-за чего высота жидкости позади тела будет меняться меньше.

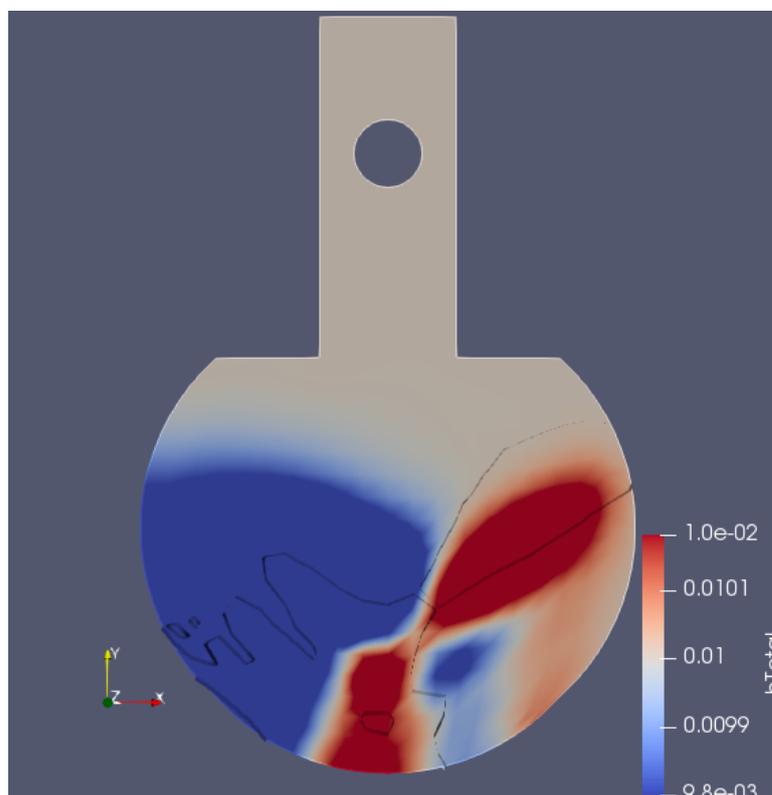


Рисунок 1 — Течение мелкой воды с измененной геометрией и препятствием

Получим график с измененной геометрией, а также с размещенным телом в дополнительной области в соответствии с рисунком 1 можно сделать вывод что из-за изменения формы колебания высоты происходят активней, а также что высота жидкости меняется меньше за размещенным телом.

Модифицируем решатель `shallowWaterFoam`, который находится `/opt/openfoam10/applications/solvers/incompressible/shallowWaterFoam`.

Изменим уравнение мелкой воды, сделав гравитационную постоянную  $g$  зависимой от времени  $\text{mag}g \cdot (1 + \text{runTime.elapsedCpuTime}())$  - с каждой секундой гравитационная постоянная будет увеличиваться. Для создания нового модифицированного решателя, понадобится изменить уравнение мелкой воды, привести его к виду:

$$\frac{\partial}{\partial t}(hu) + \nabla \cdot (h\phi_v u) + f \cdot hu = -(|g| \cdot (1 + \tau))h\nabla(h + h_0) \quad (5)$$

Важно отметить, что  $\tau$  в данном уравнении измеряется не в секундах, а является просто числом, потому что является отчетом времени использования ЦП. После изменения уравнения понадобится создать новый решатель, назовем его `shallowWaterFoamG` и при помощи команды `wmake` создадим новый решатель, который будет с переменным вектором ускорения свободного падения.

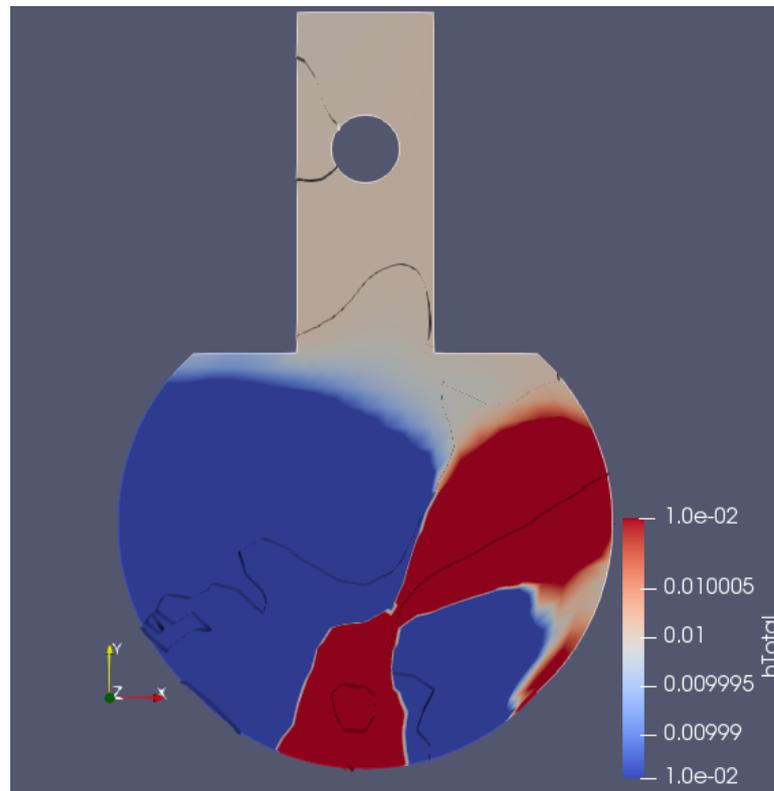


Рисунок 2 — Модифицированное течение мелкой воды с измененной геометрией и препятствием

Применим измененный решатель ко всем предыдущим случаям с неизменной и измененной геометрией. Получим график модифицированного течения с измененной геометрией, а также с размещенным телом в дополнительной области в соответствии с рисунком 2 можем сделать вывод что у модифицированного решателя колебания жидкости происходят еще активней из-за чего изменение высоты на графике видно сильнее.

**Заключение.** В данной работе были рассмотрены основные физические законы механики сплошных сред и гидродинамики. Была рассмотрена теоретическая основа для описания физического процесса течения мелкой воды, а именно уравнения Сен-Венана. Также было рассмотрено программное обеспечение, производящее расчеты для математического моделирования поставленной задачи расчета движения жидкости, подробно рассмотрен программный пакет OpenFoam 10, его состав и принцип его работы. В последней главе смоделировано течение мелкой воды с усложненной геометрией и с внедренным телом, а также создан модифицированный решатель который был применен к обычной геометрии, а также к усложненной геометрии с внедренным телом. Было показано, что при изменении формы водоема частота колебаний увеличивается, а при добавлении препятствия колебания за ним будут происходить с меньшей периодичностью. Также показано, что при переменном векторе ускорения свободного падения, который увеличивается со временем, увеличивается и размах колебаний.