МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра нелинейной физики

Численное моделирование нелинейных процессов в мощном гиротроне диапазона 170 ГГц

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки <u>4</u> курса <u>4011</u> группы

направления 03.03.01 «Прикладные математика и физика»_

института физики

Голощаповой Елены Витальевны

Научный руководитель доцент кафедры физики открытых систем, к.ф.-м.н.

Заведующий кафедрой нелинейной физики,

к.ф.-м.н., доцент

одпись, дата

А.Б. Адилова

Е.Н. Бегинин

подпись, дата

Саратов 2023 г.

ВВЕДЕНИЕ

Гиротроны являются наиболее мощными источниками излучения миллиметрового и субмиллиметрового диапазона, способными работать в длинно-импульсном и непрерывном режимах, что позволяет успешно использовать в экспериментах по управляемому термоядерному синтезу (УТС), а также в области технологии обработки материалов [1,2]. Разработаны гиротроны, работающие на частотах свыше 1 ТГц [3]. Данный частотный диапазон на сегодняшний день представляет особый интерес. До последнего времени развитие новых гиротронов связывалось, главным образом, с повышением рабочей частоты, мощности и КПД, т.е. эффективности передачи энергии электронов высокочастотному (ВЧ) полю. Для этих целей в современных мощных гиротронах используются сверхразмерные резонаторы, поперечный размер которых велик по сравнению с длиной волны. Моделирование нестационарных процессов в гиротронах с такими колебательными системами является актуальной задачей.

Гиротрон является разновидностью мазера на циклотронном резонансе, в котором пучок электронов движется в однородном магнитостатическом поле *B*₀. При этом электроны вращаются в поперечной плоскости с циклотронной частотой

$$\omega_H = \frac{eB_0}{m_0\gamma},\tag{1}$$

где *е* и *m*₀ — заряд и масса покоя электрона соответственно, γ — релятивистский масс-фактор.

Принципиальная схема гиротрона приведена на рис. 1. Электронный поток взаимодействует с ВЧ электромагнитной волной (ЭМВ) в условиях циклотронного резонанса

$$\omega \approx k v_{\parallel} + n \omega_{H}, \qquad (2)$$

где v_{\parallel} — продольная скорость электронов, ω и k — частота и волновое число ЭМВ, n — номер циклотронной гармоники.

В качестве электродинамической системы в гиротроне используется резонатор, образованный отрезком круглого волновода. На пушечном конце (т.е. с той стороны, где электроны влетают в резонатор) волновод плавно сужается, а на коллекторном конце плавно расширяется, образуя рупор, который служит для излучения ЭМВ. Основное отличие гиротрона от других гироприборов состоит в том, что условие резонанса (2) выполняется в окрестности критической частоты волновода ω_0 (т.е. $\omega_0 \approx \omega_H$).



Рис. 1. Принципиальная схема устройства гиротрона (из работы [1]).

Существуют различные подходы к моделированию колебательных процессов в гиротроне. При моделировании гиротронов с высокодобротным резонатором обычно используют подход с фиксированной структурой ВЧ поля. Для моделирования гиротронов с низкодобротным резонатором более адекватным является подход с нефиксированной (самосогласованной) структурой поля [4].

Цель настоящей работы состоит в численном моделировании гиротрона с параметрами, примерно соответствующими параметрам

мощного гиротрона для УТС, на основе подходов с фиксированной и нефиксированной структурой ВЧ поля и в сопоставлении результатов, полученных с помощью обоих подходов.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Работа состоит из трех глав. В главе 1 описаны основные используемые численные модели. Считается, что винтовой электронный пучок взаимодействует с модой *TE_{ml}* слабо нерегулярного круглого цилиндрического волновода. В разделе 1.1 приведена система уравнений с нефиксированной (самосогласованной) структурой ВЧ поля [4]. Она состоит из уравнения возбуждения резонатора током электронного пучка

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} - in \frac{\partial F}{\partial \tau} + n \left(\delta - id \right) F = I_0 J , \qquad (3)$$

и усредненного уравнения движения электронов

$$\frac{dp}{d\xi} + i\left(\Delta_H + \left|p\right|^2 - 1\right)p = iF\left(p^*\right)^{n-1}.$$
(4)

Уравнения (3), (4) записаны для случая взаимодействия с циклотронной гармоникой с произвольным номером *n*. Здесь *F*(ξ , τ) — безразмерная комплексная амплитуда поля рабочей моды,

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} p^{n} d\phi_{0}$$
 (5)

— безразмерная комплексная амплитуда гармоники сгруппированного тока, $p(\xi)$ — безразмерный поперечный импульс электрона. Считается, что $F(\xi, \tau)$ и $J(\xi, \tau)$ меняются медленно по сравнению с $\exp(i\omega_0 t)$, где ω_0 несущая (опорная) частота, которая выбирается равной критической частоте рабочей моды в выходном сечении пространства взаимодействия, τ и ξ безразмерные время и продольная координата, Δ_H — расстройка циклотронного резонанса. Параметр $\delta(\xi)$ характеризует изменение критической частоты вдоль резонатора, параметр $d(\xi)$ характеризует затухание. Еще один безразмерный параметр I_0 представляет собой нормированный ток электронного пучка I_b .

На выходном конце системы, в плоскости $\xi = \xi_{out}$, ставится граничное условие излучения [5]

$$\left[\frac{\partial F(\xi,\tau)}{\partial \xi} + i\kappa_0 F(\xi,\tau) + \frac{n}{2\kappa_0} \frac{\partial F(\xi,\tau)}{\partial \tau}\right]_{\xi_{out},\tau} = 0, \qquad (6)$$

где $\kappa_0 = \kappa(\omega_0, \xi_{out})$ — значение безразмерной постоянной распространения в выходном сечении волновода. На левой границе, где расположена сужающаяся часть волновода, в плоскости $\xi = \xi_{in}$ граничное условие имеет вид $F(\xi = \xi_{in}, \tau) = 0$. Также задаются начальные условия для поля

$$F(\xi, 0) = F_0(\xi), \qquad \xi_{in} \le \xi \le \xi_{out}.$$
(7)

и для безразмерных поперечных импульсов в начале пространства взаимодействия (при ξ = 0):

$$p(\xi=0) = e^{i\varphi_0}, \qquad (8)$$

где начальные фазы φ₀ равномерно распределены по интервалу [0,2π). Численное решение уравнений (3) с начальными и граничными условиями (6)-(8) осуществлялось при помощи программы [6].

В разделе 1.2 приведены основные уравнения теории с фиксированной структурой ВЧ поля. В этом случае поле представляется в виде

$$F(\xi, \tau) = A(\tau) f(\xi), \qquad (9)$$

где $A(\tau)$ — амплитуда колебаний поля в резонаторе, $f(\xi)$ — функция, которая описывает «холодное» распределение поля в пространстве взаимодействия в резонаторе без электронного пучка.

Функция $f(\xi)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2f}{d\xi^2} + n(\Omega + \delta - id)f = 0$$
⁽¹⁰⁾

с граничными условиями

$$f\left(\xi = \xi_{in}\right) = 0,$$

$$\left[\frac{df}{d\xi} + i\kappa_0 f + \frac{in\Omega}{2\kappa_0} f\right]_{\xi_{out}} = 0.$$
(11)

Подставив (9) в уравнение возбуждения (3), после ряда преобразований можно получить уравнение возбуждения в виде

$$\frac{dA}{d\tau} + A = iI_0 \int_0^{\xi_k} J(\xi, \tau) f^*(\xi) d\xi.$$
(12)

Уравнение движения (4) с учетом (9) примет вид

$$\frac{dp}{d\xi} + i\left(\Delta_H + \left|p\right|^2 - 1\right)p = iAf\left(\xi\right)\left(p^*\right)^{n-1}.$$
(13)

Во главе 2 приведены результаты моделирования на основе теории с фиксированной структурой поля. В разделе 2.1 приведены результаты расчета «холодного» распределения поля. В качестве конкретного примера рассматривается резонатор мощного гиротрона диапазона 170 ГГц с рабочей модой $TE_{28,12}$ для УТС [7]. С помощью программы [10] был проведен расчет «холодного» распределения поля в резонаторе. На рис. 2 приведены амплитуда и фаза ВЧ поля для основной моды, т.е. модуль и аргумент комплексной функции $f(\xi)$. Приведенные на рис. 2 результаты хорошо согласуются с представленными в литературе (см., например, [8,9]).



Рис. 2. Профили амплитуды и фазы поля в резонаторе гиротрона.

Также при помощи программы [10] были рассчитаны собственная частота и добротность основной моды. Частота составляет 170.008 ГГц (критическая частота моды $TE_{28,12}$ — 169.885 ГГц), добротность резонатора Q = 1383.51. Расчеты проводились при эффективной проводимости стенок резонатора $\sigma = 3.0 \times 10^7$ См/м. Это значение примерно в два раза ниже проводимости меди, что учитывает эффекты шероховатости поверхности стенок.

В разделе 2.2 приведены результаты расчета режимов генерации гиротрона. Для этой цели была рассчитана комплексная электронная восприимчивость $\Phi = \Phi' + i\Phi''$, которая определяется следующим образом:

$$\Phi = \frac{i}{A} \int_{0}^{\zeta_{k}} \left\langle p^{n}(\zeta, \tau) \right\rangle f_{s}^{*}(\zeta) d\zeta$$
(14)

Рассмотрим режим стационарных одночастотных колебаний основной моды, когда $A_0 = F_0 \exp(i\Omega \tau)$. Получим

$$I_0 \Phi' \big(F_0, \Delta_H \big) = 1, \tag{15}$$

$$\Omega = I_0 \Phi'' \left(F_0, \Delta_H \right) = \frac{\Phi' \left(F_0, \Delta_H \right)}{\Phi'' \left(F_0, \Delta_H \right)}.$$
(16)

При расчете восприимчивости важным моментом является корректный длины пространства взаимодействия. В качестве правой границы было выбрано сечение резонатора, в котором набег фазы поля составил примерно 2 π , т.е. координаты левой и правой границы равны –20.0 мм и 15.0 мм соответственно (см. рис. 2). Данные значения были выбраны из тех соображений, чтобы зона генерации совпадала с представленной в [9].

На рис. За,б приведены результаты расчетов активной (Ф') и реактивной (Ф") электронной восприимчивости.

С помощью функции восприимчивости была рассчитана зона генерации гиротрона. На рис. 4 построены границы мягкого и жесткого возбуждения на плоскости магнитное поле – ток пучка (кривые 1 и 2).

6



Рис. 3. Зависимости активной (*a*) и реактивной (*б*) электронной восприимчивости от амплитуды колебаний F_0 и расстройки циклотронного резонанса Δ_H



Рис. 4. Границы мягкого и жесткого возбуждения и линии равного КПД на плоскости магнитное поле – ток пучка.

Между этими линиями находится область жесткого возбуждения, где имеются два стационарных состояния — устойчивое и неустойчивое. На рис. 4 также нанесены линии равного поперечного КПД

$$\eta = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \left| p(\zeta_k) \right|^2 d\varphi_0.$$
(17)

Видно, что в области жесткого возбуждения достигаются высокие значения КПД, что согласуется с известными представлениями [4].

В главе 3 представлены результаты моделирования динамики гиротрона с нефиксированной структурой поля. Моделирование осуществлялось при помощи программы [6]. Моделирование проводилось

следующим образом. В соответствии с параметрами гиротрона (см., например, [8,9] напряжение пучка во всех расчетах принималось равным 100 кВ, питч-фактор $g = \beta_{\perp 0} / \beta_{\parallel 0} = 1.2$. Начальное распределение поля в резонаторе (7) задавалось в виде

$$F_0(\xi) = F_{\max} \sin\left(\pi\xi/\xi_k\right), \ 0 < \xi < \xi_k, \tag{18}$$

где F_{max} — достаточно малая величина (порядка 10^{-3}).

Проводился расчет по уравнениям (3)-(5) в течение достаточно безразмерного интервала времени, чтобы закончились длительного переходные процессы и установился стационарный режим генерации. Далее значение магнитного поля изменялось на величину $\Delta B = 0.01$ Тл и вновь проводился расчет с наследованием начальных условий, т.е. в качестве начальных условий ДЛЯ поля и электронов выбиралось состояние, соответствующее установившемуся режиму при предыдущем значении магнитного поля. Магнитное поле варьировалось в пределах 6.9÷7.25 Тл, причем расчеты проводились как при увеличении, так и при уменьшении В. Это необходимо для того, чтобы пронаблюдать мультистабильность и гистерезис в области жесткого возбуждения. Далее описанная процедура повторялась при других значениях тока пучка. Ток варьировался в пределах 10÷70 A.

Были построены зависимости мощности, КПД и частоты генерации от управляющих параметров. Исходя из этих результатов, были построены зоны генерации и линии равного КПД (рис. 5). Граница мягкого возбуждения была также построена с помощью программы [11], которая осуществляет расчет зависимости стартового тока гиротрона от магнитного поля на основе линейной теории гиротрона с нефиксированной структурой поля. Эта граница (кривая *1* на рис. 5), хорошо согласуется с результатами численного моделирования по нелинейной нестационарной теории, которые показаны кружками.

8



Рис. 5. Границы мягкого (кривые 1) и жесткого (кривые 2) возбуждения и линии равного КПД на плоскости магнитное поле – ток пучка, рассчитанные согласно теории с нефиксированной структурой поля. Кривая 3 — зона мягкого возбуждения моды TE_{29,12}.

Сравнивая зоны генерации, построенные по теории с фиксированной и нефиксированной структурой поля, можно видеть, что они качественно согласуются между собой, особенно в области жесткого возбуждения. Эта область представляет наибольший интерес, поскольку в ней достигаются Наиболее высокие значения КПД. существенным отличием зоны, построенной по теории с нефиксированной структурой поля, является то, что ее правая граница находится в области гораздо более высоких магнитных полей, чем на рис. 4. Это обусловлено тем, что при увеличении магнитного поля возбуждаются высшие продольные моды. В частности, при *B* > 7.33 Тл на рис. 5 видна область возбуждения второй продольной моды. Теория с фиксированной структурой поля подобные режимы не описывает. Однако в реальном гиротроне возбуждение высших продольных мод не происходит, а вместо этого возбуждаются колебания соседней поперечной моды TE_{29,12}. На рис. 5 граница мягкого возбуждения этой моды показана кривой 3.

Для более детального сопоставления результатов, полученных в рамках теорий с фиксированной и нефиксированной структурой поля рассмотрим следующие значения параметров: ток $I_b = 60$ A, магнитное поле B = 6.93 Tл. На рис. 6 представлено сравнение профилей амплитуды |f(z)| и фазы

 $\varphi_f = \arg(f(z))$ поля. Как уже отмечалось в разделе 2.1, профиль поля, используемый в теории с фиксированной структурой, получен исходя из моделирования холодного резонатора. В случае теории с нефиксированной структурой поля показано распределение поля вдоль пространства взаимодействия, установившееся по окончании переходного процесса. При этом для возможности сопоставления амплитуда поля была перенормирована таким образом, чтобы ее максимальное значение равнялось единице. Как видно из рис. 6, профили амплитуды и фазы поля очень близки.



Рис. 6. Профили амплитуды (а) и фазы (б) поля в резонаторе гиротрона при токе 60 А и магнитном поле 6.93 Тл, рассчитанные по теории с фиксированной (кривые 1) и нефиксированной (кривые 2) структурой поля.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы были изучены методики моделирования гиротрона С фиксированной И нефиксированной структурой ВЧ поля. Моделирование проводилось на примере гиротрона диапазона 170 ГГц с рабочей модой ТЕ_{28.12} для УТС. Была рассчитана продольная структура ВЧ поля в реальном резонаторе гиротрона. Далее для этого распределения поля рассчитаны активная и реактивная электронная восприимчивости. С их помощью проведен расчет областей мягкого и жесткого возбуждения на плоскости параметров и построены линии равного КПД. Установлено, что токе 60 А достигается максимальный КПД около 80%.

На основе теории с нефиксированной структурой поля проведены расчеты мощности и КПД генерации при плавном изменении магнитного поля. При этом наблюдаются жесткие переходы: срыв генерации при уменьшении магнитного поля и жесткое возбуждение при увеличении магнитного поля. Исходя из этих данных, были построены зоны мягкого и жесткого возбуждения на плоскости параметров магнитное поле – ток пучка.

Несмотря на то, что зона генерации несколько отличается, в частности, ее правая граница лежит в области гораздо больших магнитных полей, чем согласно теории с фиксированной структурой поля, в области жесткого возбуждения наблюдается достаточно хорошее соответствие. Эта область представляет наибольший интерес, поскольку именно в ней достигаются высокие значения КПД. При рабочих значениях тока (~ 40÷60 A) и магнитного поля (6.9÷7.0 Тл) «горячая» и «холодная» структура поля достаточно близки.

Анализ таких характеристик, как зависимости КПД, гармоники тока и разности фаз между полем и током от координаты показывает, что процессы взаимодействия носят достаточно сложный характер, который требует дальнейшего изучения. Однако результаты моделирования по теории с фиксированной и нефиксированной структурой поля качественно хорошо

11

согласуются друг с другом, а количественные расхождения также невелики (например, КПД отличается примерно на 3%). При этом теория с нефиксированной структурой поля предсказывает несколько большие значения КПД. Отметим, что при токе ~ 60 А достигается выходная мощность до 2.5 МВт, что существенно больше значений, которые требуются для проекта ITER. Однако при моделировании не учитывался ряд факторов, который могут существенно повлиять на работу гиротрона, в первую очередь, скоростной разброс и неоднородность магнитного поля. Учет этих факторов планируется в дальнейшем.

Литература

- Nusinovich G.S., Thumm M.K.A., Petelin M.I. //J. Infr. Millim. Terahertz Waves. 2014. Vol. 35, No. 4. P. 325–381.
- 2. Thumm M. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2014. Vol. 42, No. 3. P. 590-599.
- 3. Глявин М.Ю., Денисов Г.Г., Запевалов В.Е. и др. // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59. № 8. С. 745–751.
- 4. Nusinovich G.S. Introduction to the Physics of Gyrotrons, Baltimore, London: The Johns Hopkins University Press, 2004.
- Рожнев А.Г. Моделирование свободных колебаний и процессов взаимодействия электромагнитного поля с электронными потоками в открытых резонаторах гиротронов субтерагерцевого и терагерцевого диапазонов. Дисс. к.ф.-м.н. Саратов, СГУ, 2019 г.
- Мельникова М.М., Рожнев А.Г. Программа моделирования нестационарных процессов в гиротроне с нефиксированной структурой поля // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018661771. Дата государственной регистрации 16.11.2018.
- Litvak A.G., Denisov G.G., Myasnikov V.E., et al. // J. Infrared Millim. Terahertz Waves. 2011. Vol. 32, No. P. 337–342.
- Бакунин В.Л., Денисов Г.Г., Новожилова Ю.В. // Изв. вузов.
 Радиофизика. 2015. Т. 58, № 12. С. 999-1011.

- Bakunin V.L., Glyavin M. Yu., Denisov G.G, Novozhilova Yu.V. // J. Electromag. Waves Appl. 2021. Vol. 35, No. 1. P. 19-26.
- Рожнев А.Г., Мельникова М.М., Адилова А.Б., Рыскин Н.М. Программа расчета свойств продольных мод колебаний в открытом резонаторе гиротрона методом конечных разностей с линеаризованными по спектральному параметру граничными условиями (GyrotronCavityFDM) // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023614998. Дата государственной регистрации 09 марта 2023 г.
- Рожнев А.Г., Мельникова М.М., Адилова А.Б., Рыскин Н.М. Программа расчета линейных мод колебаний в гиротроне с открытым резонатором в виде плавно неоднородного волновода» («LINEARGYROTRONFDM»). Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ 2023614997, 09.03.2023. Заявка № 2023613834 от 28.02.2023.