

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра общей, теоретической и компьютерной физики

ГОЛОГРАФИЧЕСКИЙ ПРИНЦИП В КОСМОЛОГИИ

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки 4 курса 4022 группы
направления 03.03.02 «Физика»
Института физики
Богдановой Олеси Олеговны

Научный руководитель
доцент, к.ф.-м.н.

В. В. Дмитриев

подпись, дата

Заведующий кафедрой
профессор, д.ф.-м.н.

В. М. Аникин

подпись, дата

Саратов 2023 г.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Голографический принцип, предложенный т Хофтом, заключается в кодировании информации из d -мерного пространства в $(d-1)$ -мерную границу этого пространства. Это может быть интерференционная картина на фотопластинке от трехмерного объекта, или энтропия, запечатленная на поверхности черной дыры, или физическая теория, переведенная в другую форму. Основной темой выпускной квалификационной работы является применение голографического принципа к различным космологическим объектам. Это актуально в свете получения новых астрономических данных от Planck и James Webb, тестирования «зернистости» пространства на гравитационном детекторе GEO600 и исследования черных дыр на Event Horizon Telescope.

Целью данной выпускной квалификационной работ является анализ условий применимости голографического принципа к черным дырам и ко всей Вселенной целиком.

Для достижения этой цели решались следующие **задачи**:

- Исследование голографического принципа AdS/CFT соответствия.
- Сравнение термодинамической и информационной энтропии черных дыр.
- Нахождение голографического предела и голографическая интерпретация информационного парадокса черных дыр.
- Рассмотрение сингулярных космологических моделей (Big Rip и Little Rip) с горизонтами частиц и событий.
- Анализ и компьютерное моделирование моделей с голографической темной энергией.

Предмет исследования. Данная выпускная квалификационная работа посвящена теоретическому исследованию космологических объектов с границей.

Структура ВКР. Выпускная квалификационная работа (ВКР) содержит введение, 3 главы, заключение, список использованных источников (36 наименования). Материалы работы изложены на 46 страницах.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приводятся аспектные характеристики работы (актуальность, цель и задачи работы, особенность подхода).

В первой, обзорной по характеру главе, излагается предпосылки возникновения голографического принципа из современных теорий квантовой гравитации.

Первоначально голографический принцип (ГП) был сформулирован как гипотеза 'т Хофтом: Имея любую замкнутую поверхность, мы можем представить все, что происходит внутри нее, в виде степеней свободы на самой этой поверхности. ГП обобщает закон площадей Бекенштейна для энтропии черной дыры (ЧД):

$$\mathcal{S} = \frac{A}{4}, \quad (1)$$

где \mathcal{S} обозначает термодинамическую энтропию черной дыры, а A – площадь ее горизонта в планковских единицах. Число «степеней свободы на самой этой поверхности» не может, в частности, превышать $\frac{A}{4}$. Сасскинд предоставил первую физическую реализацию гипотезы 'т Хофта, определив явное отображение объемных степеней свободы в поверхностные для общего случая замкнутой системы. Затем Буссо показал, что условие ковариантности индуцирует голографический предел передачи информации светом, переформулируя уравнение (1) в ковариантную границу энтропии:

$$\mathcal{S}(L(\Sigma)) \leq \frac{A(\Sigma)}{4}, \quad (2)$$

где $A(\Sigma)$ обозначает площадь в планковских единицах замкнутой поверхности Σ , а $L(\Sigma)$ – любой световой лист Σ .

Затем голографический принцип получил широкое теоретическое значение в исследованиях квантовой гравитации. Малдасена показал, что струна на «объемном» d -мерном анти де Ситтеровском (AdS) пространстве и конформная квантовая теория поля (CFT) на его $(d - 1)$ -мерной границе кодируют одну и ту же информацию. Хотя такие дуальности нашли широкое теоретическое применение, их физическая мотивация остается той же, что и гипотеза 'т Хофта и закон площадей Бекенштейна. Существование этих голографических дуальностей предполагает, что идея голографического принципа одновременно глубока и полностью универсальна, но они не объясняют, почему это должно быть так.

Теория струн широко рассматривается как один из самых многообещающих и наиболее хорошо разработанный подход к объединению квантовой механики и теории относительности. Когда квантовая механика применяется к континууму гравитационного поля, пространство хаотично искривляется в очень малых масштабах, и это происходит постоянно во все мень-

ших и меньших масштабах без конца. Это, по сути, приводит к вычислениям, которые дают бесконечности и, следовательно, бессмысленны. Альтернативный подход, однако, известен как петлевая квантовая гравитация. В нем пространство имеет гранулярную структуру – пространство дискретно – и существует базовый уровень, на котором оно больше не может быть разделено. Согласно петлевому подходу, пространство вокселировано – оно состоит из очень крошечных кубиков. Получается, что число степеней свободы, которые лежат внутри граничной поверхности, определяется конечным значением (в отличие от теории поля), что в свою очередь приводит к голографическому описанию.

Во второй главе исследуются границы энтропии черных дыр и дается их голографическая интерпретация.

Понятие энтропии черных дыр мотивировано двумя результатами в общей теории относительности: теорема о площади и теоремой об отсутствии волос. Теорема о площади гласит, что площадь горизонта событий черной дыры никогда не уменьшается со временем:

$$dA \geq 0. \quad (3)$$

Кроме того, если две черные дыры сольются, площадь новой черной дыры превысит общую площадь исходных черных дыр. Например, объект, попадающий в черную дыру Шварцшильда, увеличит массу черной дыры M . Отсюда площадь горизонта $A = 16\pi M^2$, увеличивается. С другой стороны, нельзя ожидать, что площадь уменьшится в каком-либо классическом процессе, потому что черная дыра не может испускать частицы.

Работы Израиля, Картера, Хокинга и других представляют любопытно названную теорему об отсутствии волос – стационарная черная дыра характеризуется только тремя параметрами: массой, угловым моментом и зарядом.

Когда термодинамическая система исчезает за горизонтом события черной дыры, ее энтропия теряется для стороннего наблюдателя. Площадь горизонта событий обычно увеличивается, когда черная дыра поглотит систему. Бекенштейн предположил, что черная дыра действительно имеет энтропию, равную площади горизонта событий

$$S_{BH} = \frac{kAc^3}{4G\hbar} = A/4. \quad (4)$$

В обычных единицах – это площадь, деленная на приблизительно 10^{-69} м^2 . Более того, Бекенштейн показал, что второе начало термодинамики справедливо только для *суммы* энтропии черных дыр и энтропии материи

$$d\mathcal{S}_{total} \geq 0. \quad (5)$$

Рассмотрим систему из нескольких черных дыр масс M_i , в $d = 4$. Их полная энтропия будет равна

$$\mathcal{S} = 4\pi \sum M_i^2. \quad (6)$$

С точки зрения удаленного наблюдателя система уже не должна быть более крупной черной дырой массы $\sum M_i$. Следовательно, он должен быть описан сферической областью

$$A \geq 16\pi \left(\sum M_i \right)^2 > 16\pi \sum M_i^2 = 4\mathcal{S} \quad (7)$$

Следовательно, сферическая граница энтропии (1) выполняется с запасом. Используя обычную материю вместо черных дыр, получается трудно даже приблизиться к насыщению этой граница. Хорошая стратегия для получения стабильной высокоэнтропийной системы состоит в том, чтобы сделать ее из безмассовых частиц. Масса покоя только усиливает гравитационную нестабильность без вклада в энтропию. Рассмотрим фотонный газ при температуре T , с энергией E , в сферической области радиуса R . Мы должны потребовать, чтобы система не являлась черной дырой: $R > 2E$. Для оценки величины энтропии, мы можем пренебречь эффекты собственной гравитации и относиться к системе так, как если бы она была в плоском фоне. Энергия этого шара связана с его температурой соотношением

$$E \sim ZR^3T^4, \quad (8)$$

где Z – это количество различных типов частиц в газе. Энтропия системы равна

$$\mathcal{S} \sim ZR^3T^3. \quad (9)$$

Тогда энтропия, отнесенная к размеру и объему

$$\mathcal{S} \sim Z^{1/4} R^{3/4} T^{3/4}. \quad (10)$$

Гравитационная устойчивость подразумевает

$$\mathcal{S} \leq Z^{1/4} A^{3/4}. \quad (11)$$

Сравним этот результат со сферической границей энтропии, используя планковские величины. Для любого геометрического описания площадь должна быть больше планковского масштаба:

$$A \gg 1. \quad (12)$$

Самая щедрая оценка видов частиц дает $Z \sim O(10^3)$. Поэтому $Z^{1/4} A^{3/4}$ много меньше A почти везде кроме околопланковских масштабов.

Интересное возражение против границ энтропии состоит в том, что можно написать совершенно четко определенную теорию поля для лагранжианов со сколь угодно большим числом видов частиц. В примере уравнения (8) нарушение сферической границы энтропии для систем до размера A требует

$$Z \geq A. \quad (13)$$

Например, для построения контрпримера размером с протон, требуется $Z \geq 10^{40}$. Тривиально написать лагранжиан с таким числом полей, но это не означает, что границы энтропии нарушаются. В природе эффективное число полей материи вполне определено; оно не может быть адаптировано к спецификациям любимого контрпримера. Если требуется, чтобы число видов частиц не было экспоненциально большим, то это, безусловно, хорошо согласуется с наблюдением. Во всяком случае, это более правдоподобно, чем предположение об экспоненциально большом количестве легких полей. Важный урок, извлеченный из черных дыр и голографического принципа, состоит в том, что природа на фундаментальном уровне не описывается локальной теорией поля.

Используя сферическую границу энтропии, мы приходим к выводу, что $A/4$ степеней свободы достаточно, чтобы полностью описать любую устойчивую область в асимптотически плоском пространстве, окруженной сферой площадью A . В описании теории поля степеней свободы гораздо больше. Однако, как мы утверждали, любая попытка возбудить более, чем $A/4$ этих степеней свободы сдерживается гравитационным коллапсом. Консервативная (голографическая) интерпретация этого результата состоит в том, что требование гравитационной стабильности просто налагает практическое ограничение информационного содержания физической области пространства.

В третьей главе рассматриваются сингулярные космологические модели и дается оценка на плотность голографической темной энергии.

Как известно, общепринятая космологическая модель объясняет ускоренное расширение поздней Вселенной с помощью космологической постоянной или темной энергии. Природа этой субстанции до сих пор непонятна, и высказываются довольно интересные гипотезы. Одна из таких моделей – это голографическая темная энергия (продвинутая версия этой модели была предложена Ноджири – Одинцовым). Квантовые поля могут играть фундаментальную роль в изучении ранней и поздней Вселенной. Действительно,

если рассмотреть частицу массой m , квантовая поправка к плотности энергии вакуума ρ_{vac} дается выражением

$$\rho_{vac} = \pm \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \left(\frac{1}{2} \sqrt{k^2 + m^2} \right), \quad (14)$$

здесь знак \pm соответствует бозонной или фермионной частице. Для больших k интеграл расходится, потому что наблюдаемое значение вакуумной энергии очень мало $(10^{-3} \text{ эВ})^4$. С другой стороны, если мы рассмотрим маленький импульс k , который соответствует большому расстоянию, там должен быть минимум для k – это минимум инфракрасной отсечки $k \geq \Lambda_{inf}$. Если минимум действительно связан с причинностью, инфракрасная отсечка Λ_{inf} связана с радиусом горизонта L_H как $\Lambda_{inf} \sim 1/L_H$. В искривленном пространстве-времени это отсечение может зависеть от кривизны пространства-времени или мы можем использовать хаббловский горизонт как радиус горизонта $L \sim 1/H$, со скоростью Хаббла $H = \dot{a}/a$. Если мы рассмотрим голографический принцип, вакуумная энергия может быть обратно пропорциональна квадрату радиуса Вселенной L ,

$$\rho = \frac{3c^2 M_{pl}^2}{L^2} = \frac{3c^2}{\kappa^2 L^2}, \quad (15)$$

где c – произвольный параметр. Проблема оригинальной голографической модели темной энергии, где инфракрасное отсечение было выбрано как размер события – это тот факт, что соответствующие уравнения Фридмана – Робертсона – Уокера (ФРУ) часто не соответствуют какой-либо теории ковариантной гравитации и даже может не предсказать ускорение Вселенной.

Существует множество возможностей для выбора инфракрасного радиуса L . Например, можно выбрать L как горизонт частиц L_p или как горизонт событий L_f , которые определяется как

$$L_p(t) = a(t) \int_0^t \frac{dt'}{a(t')}, \quad L_f(t) = a(t) \int_t^\infty \frac{dt'}{a(t')}, \quad (16)$$

В сингулярной модели типа Big Rip (Большой разрыв) масштабный фактор имеет вид (h_0 – отрицательный параметр)

$$a(t) = a_0 (t_s - t)^{h_0}. \quad (17)$$

Характерной особенностью другой модели – Little Rip является то, что плотность энергии монотонно увеличивается со временем асимптотически. В ре-

зультате требуется бесконечное время чтобы достичь сингулярности. Данная модель описывается масштабным фактором

$$a(t) = a_0 \exp\left(\frac{H_0}{\lambda} \exp(\lambda t)\right). \quad (18)$$

Сравним между собой сингулярные космологические модели Big Rip и Little Rip, используя горизонт частиц. Масштабные факторы этих моделей определяются формулами: (17), имеющий полюс при конечном времени – для Big Rip и суперинфляция (18), т.е. бесконечный разрыв за бесконечное время, для Little Rip. Масштабный фактор связан с параметром Хаббла выражением $H(t) = \dot{a}/a$. Можно отметить, что Вселенная будет расширяться даже если горизонт событий будет зафиксирован. В общем случае, можно получить временную зависимость горизонтов частиц, решая соответствующие ОДУ, для Big Rip имеем

$$L_p = \frac{t - t_s}{1 - h_0} + c_1(t - t_s)^{h_0}. \quad (19)$$

Для Little Rip горизонт имеет вид

$$L_p = \frac{1}{\lambda} \exp\left(\frac{H}{\lambda}\right) \left[Ei\left(-\frac{H}{\lambda}\right) - Ei\left(-\frac{H_0}{\lambda}\right) \right], \quad (20)$$

где Ei – это интегральная экспонента.

Анализ численного решения для горизонтов частиц сингулярных моделей показывает, что они ведут себя примерно, как масштабные факторы, а именно: для Big Rip – бесконечный рост за конечное время, для Little Rip – экспоненциальный рост за бесконечное время. Построим графики горизонтов

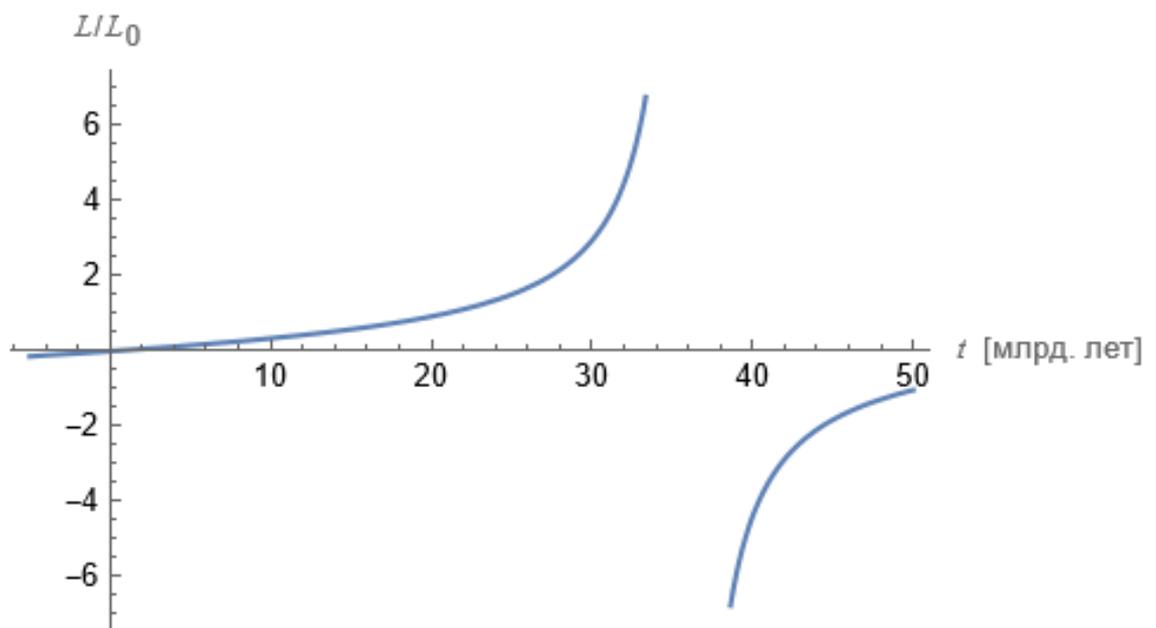


Рис. 1. Горизонт частиц для Big Rip, при сингулярности $t_s = 36 \cdot 10^9$ лет.

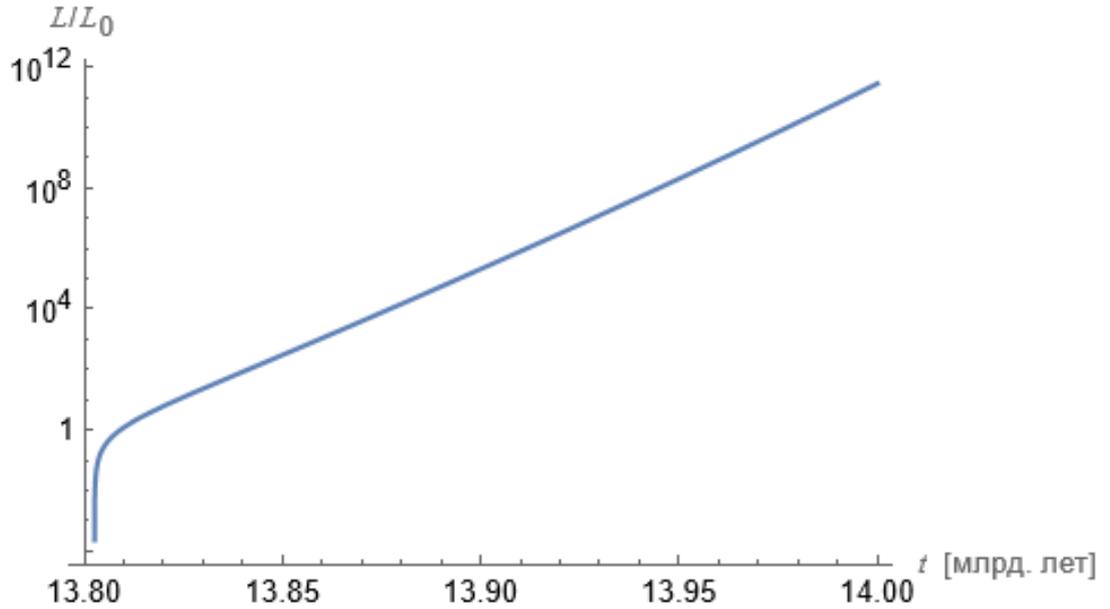


Рис 2. Горизонт частиц для Little Rip в логарифмическом масштабе.

Голографическая темная энергия была предложена в качестве объяснения наблюдаемого ускоренного расширения Вселенной взамен современной космологической Λ CDM модели с космологической постоянной. Для анализа поведения голографической темной материи, сделаем линеаризованное приближение (оставляя первый порядок в разложении $L_p = L_0 + L_1 t + L_2 t^2 + \dots$)

$$H = \frac{\dot{L}_p}{L_p} - \frac{1}{L_p} \sim \frac{L_1 - 1}{L_0 + L_1 t}. \quad (21)$$

Подставим это разложение в плотность энергии для идеальной жидкости модели Big Rip получаем

$$\rho_{BR} = \frac{3}{\kappa^2} \left(\frac{L_1 - 1}{L_0 + L_1 t} \right)^2 \quad (22)$$

и соответственно для вязкой жидкости модели Little Rip,

$$\rho_{LR} = \rho_0 \exp\left(\frac{(\delta - 3)(L_1 - 1)}{\lambda(L_0 + L_1 t)}\right). \quad (23)$$

В стандартной космологической модели Λ CDM, напомним, $\rho_\Lambda = const$ в независимости от горизонтов и размеров Вселенной.

Возникает естественный вопрос: находится ли голографическая теория в согласии с астрономическим наблюдениями? Сравнительный анализ, включающий теоретическую голографическую модель темной энергии на бране

показал, что для широкого диапазона параметров, включая красные смещения для далеких сверхновых, были получены хорошие соглашения между наблюдаемыми данными и теоретическими прогнозами.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Голографический принцип, возникший из интересного оптического эффекта, нашел свое неожиданное применение в области фундаментальной физики. Оказалось, что можно получить полную информацию о физической системе в некотором объеме, просто изучая поверхность этого объема.

Более того, голографический принцип Хуана Малдасены AdS/CFT вообще предлагает модель без гравитации в объеме, но с конформными квантовыми полями на границе. Естественно, возникает вопрос применимости этой теории ко всей нашей Вселенной. Тогда построение новых космологических моделей, основанных на голографическом принципе, становится очень актуальной задачей будущего.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. 't Hooft, G. Dimensional reduction in quantum gravity / 't Hooft G. // In Ali, A., Ellis, J., RandjbarDaemi, S. (eds) Salamfestschrift. Singapore: World Scientific Dimensional: 1993. – P. 284–296.
2. Bekenstein, J. D. Black holes and entropy/ J. D. Bekenstein // Phys. Rev. D. – 1973. – V. 7. – P. 2333–2346.
3. Susskind, L. The world as a hologram / L. Sussking // Math. Phys. – 1995. – V. 36. – P. 6377–6396.
4. Bousso, R. The holographic principle / R. Bousso// Rev. Mod. Phys. – 2002. – V. 74. – P. 825–874.
5. Maldacena, J. The large N limit of superconformal field theories and super-gravity/ J. Maldacena //Adv. Theor. Math. Phys. – 1998. – V. 2. – P. 231–252.
6. Грин, Б. Скрытая реальность: Параллельные миры и глубинные законы Космоса / Б. Грин. – М.: URSS, 2011. – 400 с.
7. Грин, Б. Элегантная Вселенная. Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории / Б. Грин. – М.: Либроком, 2017. – 288 с.
8. Блинников, С. И., Космологическое ускорение / С. И. Блинников, А. Д. Долгов // УФН. – 2019. – Т. 189. – С. 561—602.
9. Li, M. A Model of Holographic Dark Energy / M. Li // Phys. Lett. – 2004. – V. 603. – P. 1–8.
10. Nojiri, S. D. Holographic inflation / S. Nojiri, S. D. Odintsov, E. N. Saridakis // Phys. Lett. B. – 2019. – V. 797. – P. 134829–134835.

11. Caldwell, R. Phantom Energy and Cosmic Doomsday / R. Caldwell, M. Kamionkowski, N. Weinberg // *Phys. Rev. Lett.* – 2003. – V. 91. – P. 071301.

12. Afshordi, N. From Planck Data to Planck Era: Observational Tests of Holographic Cosmology / N. Afshordi, C. Corianò, L. Delle Rose, E. Gould, K. Skenderis / *Phys. Rev. Lett.* – 2017. – V. 118. – P. 41301.