Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра общей, теоретической и компьютерной физики

**Энергетическая характеристика ближних полей**
**ферритового диска в резонаторе**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 4022 группы
направления 03.03.02 «Физика»
Института физики

Дьяченко Алены Сергеевны

Научный руководитель

| | | |
|---|---|---|
| доцент, к. ф.-м. н. | | Д. В. Чурочкин |
| должность, уч. степень, уч. звание | дата, подпись | инициалы, фамилия |

Заведующий кафедрой общей, теоретической и
компьютерной физики

| | | |
|---|---|---|
| профессор, д. ф.-м. н. | | В. М. Аникин |
| должность, уч. степень, уч. звание | дата, подпись | инициалы, фамилия |

Саратов 2023 год

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность.** Известно, что при падении электромагнитной волны радиочастотного диапазона на ферритовый образец (то есть размеры образца много меньше длины волны) наблюдаются атомоподобные пики поглощения и испускания. Рассматриваемая в данной выпускной квалификационной работе энергетическая характеристика ближних полей ферритового диска носит нетривиальный характер и отличается от классического определения вектора Пойнтинга.

**Целью** данной выпускной квалификационной работы (ВКР) является анализ энергетической характеристики ближних полей ферритового диска.

Для достижения этой цели решались следующие **задачи**:

– Анализ магнитостатического приближения.

– Рассмотрение уравнения Уокера с учетом вида тензора магнитной проницаемости.

– Анализ двух подходов к решению спектральной задачи.

– Анализ вектора, совпадающего по своему смыслу с вектором Пойнтинга.

– Рассмотрение вихревой структуры вектора потока мощности.

**Краткая характеристика материалов исследования.** Выпускная квалификационная работа посвящена исследованию неклассических явлений.

**Структура и объем ВКР.** Выпускная квалификационная работа (бакалаврская работа) состоит из Введения; двух основных разделов:

1 Взаимодействие падающей электромагнитной волны и ферритового образца;

2 Энергетическая характеристика ближних полей ферритового диска; Заключения.

Список использованных источников включает 26 наименований.

Материалы работы изложены на 44 страницах.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность выбранной темы выпускной квалификационной работы, определена цель работы.

**В разделе 1** рассмотрено магнитостатическое приближение, проанализировано решение уравнение Уокера в декартовых и цилиндрических координатах. В разделе 1 рассмотрены также два подхода к решению спектральной задачи.

Известно, что в случае малых (по сравнению с длиной электромагнитной волны в свободном пространстве) образцов роль токов смещения в уравнениях Максвелла может быть пренебрежимо малой, поэтому поля являются квазистационарными. В случае электростатических резонансов в таких частицах пренебрегают током магнитного смещения и рассматривают квазистационарные электрические поля. Для магнитостатического (магнитно-дипольного) резонанса в мелких частицах феррита пренебрегают электрическим током смещения.

В случае магнитостатических (МС) резонансов в небольших частицах феррита наблюдаются специфические магнитоэлектрические (МЭ) эффекты. Основываясь на таком сравнительном анализе, становится очевидным, что небольшие частицы с магнитостатическими резонансами могут проявлять МЭ свойства (связь между изменяющимися во времени электрическим и магнитным полями в субволновой области). Суть в том, что МЭ поля являются полями собственных мод МС-спектров или спектров магнитно-дипольных мод (МДМ-спектров). В предположении о пренебрежимо малом изменении электрической энергии в небольшом образце получают три дифференциальных уравнений Максвелла (вместо четырех), описывающих электромагнитные поля:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0. \qquad (1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \ . \qquad (2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = 0 \ . \qquad (3)$$

Из выражения (3) следует, что магнитное поле является потенциальным. В таком случае можно ввести модель “магнитного заряда” и “магнитного тока” для использования в дальнейшем анализе. Можно ввести потенциал, который будет определен как магнитостатический (МС) потенциал, в следующем виде:

$$\vec{H} \ = -\nabla\psi \ . \qquad (4)$$

При подстановке (4) в (3) получается обобщенное уравнение Уокера:

$$div(\overleftrightarrow{\mu}\, \nabla\psi) = 0 \ . \qquad (5)$$

В данном анализе рассматриваются стандартные ЭМ граничные условия. Граничные условия для ЭМ волны, падающей на раздел двух сред, являются следствиями уравнений Максвелла. С граничными ЭМ условиями становится очевидным, что мембранная функция должна быть не только непрерывной и дифференцируемой относительно нормали к боковой поверхности, но, из-за наличия члена гиротропии, также дифференцируемой относительно касательной к этой поверхности.

Дифференциальные уравнения для полей внутри ферромагнитного образца могут быть получены из полной системы уравнений Максвелла с формальным предположением, что диэлектрическая проницаемость среды равна нулю.

Чтобы сделать спектральную МДМ-задачу аналитически интегрируемой, были предложены два подхода. Эти подходы, отличающиеся дифференциальными операторами и граничными условиями, используемыми для решения спектральной задачи, дают два типа спектров МДМ-колебаний в квази-двумернои ферритовом диске. Эти два подхода названы G и L модами. Наличие двух типов МДМ-спектра следует из того факта, что тензор проницаемости зависит как от частоты так и от магнитного поля смещения.

Рассмотрим решение спектральной задачи для G-моды. Для открытого квази-двумерного ферритового диска, намагниченного вдоль оси z, можно использовать разделение переменных. В цилиндрической системе координат (r,θ,z) функция представлена в виде:

$$\psi_{r,\theta,z} = A_{r,\theta,z} \xi_{r,\theta,z}(z) \tilde{\eta}_{r,\theta} \ , \tag{6}$$

где $A_{r,\theta,z}$ - размерный амплитудный коэффициент, $\xi_{r,\theta,z}$– безразмерная функция распределения МС-потенциала вдоль оси z, $\tilde{\eta}_{r,\theta}$– безразмерная мембранная функция.

Мембранная функция $\tilde{\eta}_{r,\theta,z}$ определяется порядком функции Бесселя, ν и числом нулей функции Бесселя, соответствующих радиальным вариациям q. Безразмерная функция - “режим толщины” - $\xi_{r,\theta,z}$определяется числом осевых изменений.

Решения в L-режиме получены из анализа МС резонансов в цилиндрической системе координат. Как было показано в ссылке, в случае квазидвумерного ферритового диска имеются резонансные решения с двойной спиралью, которые могут быть сведены к решениям в цилиндрической системе координат.

При разделении переменных МС потенциальная волновая функция L-моды записывается в виде:

$$\psi_{r,\theta,z} = C_{r,\theta,z} \xi_{r,\theta,z}(z) \tilde{\varphi}_{r,\theta} \ , \tag{7}$$

где $C_{r,\theta,z}$- размерный амплитудный коэффициент, $\tilde{\varphi}_{r,\theta}$ - мембранная функция.

**В разделе 2** введена энергетическая характеристика ближних полей квазидвумерного ферритовой диска, вектор, который по смыслу совпадал бы с вектором Пойнтинга. Доказано, что введенный вектор удовлетворяет уравнению энергетического баланса.

Получим выражение для вектора Пойнтинга в случае МС приближения:

$$\vec{\mathrm{H}} = -\nabla\psi. \tag{8}$$

$$\vec{B} = -\overleftrightarrow{\mu(\omega)}\,\vec{\nabla}\psi = \vec{\mu}\vec{H} \ . \tag{9}$$

$$\frac{\partial \vec{S}}{\partial t} = -\int div[\vec{E} \times \vec{H}] dV \ . \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\nabla}[\vec{E} \times \overrightarrow{H^*}] = \ & \overrightarrow{H^*}\,[\vec{\nabla}, \vec{E}] - \vec{E}[\overrightarrow{\nabla}, \overrightarrow{H^*}] = \\ & = \overrightarrow{H^*}(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}) - \vec{E}(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \ . \end{aligned} \tag{11}$$

$$[\overrightarrow{\nabla}, \vec{E}] = -i\omega\vec{B}, \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \ . \tag{12}$$

Тогда

$$\overrightarrow{\nabla}[\vec{E} \times \overrightarrow{H^*}] = i\omega\vec{\nabla} \cdot \left(\psi^* \vec{B}\right). \tag{13}$$

В случае МС приближения мы можем рассматривать вектор, аналогичный вектору Пойнтинга. Так как этот вектор не является "настоящим" вектором Пойнтинга, то в дальнейшем анализе будет использоваться обозначение $\overrightarrow{S_{MDM}}$ :

$$\overrightarrow{S_{MDM}} = \frac{c}{8\pi} Re(\vec{E} \times \overrightarrow{H^*}) , \tag{14}$$

$$\vec{\mathrm{p}} = \frac{i\omega}{16\pi} Re(\psi^* \vec{B}) = \frac{i\omega}{16\pi} (\psi^* \vec{B} - \psi \overrightarrow{B^*}) . \tag{15}$$

Выражение (15) получено в системе СГС.

Для того, чтобы убедиться что введенный вектор $\overrightarrow{S_{MDM}}$ действительно описывает поток энергии проанализируем следующие формульные соотношения. Для МС волны может быть использовано операторное выражение:

$$\hat{L} V = 0 , \tag{16}$$

где

$$\hat{L} = \begin{pmatrix} \overleftrightarrow{\mu}^{-1} & \nabla \\ -\nabla & 0 \end{pmatrix} \text{ и } V \equiv \begin{pmatrix} \vec{B} \\ \psi \end{pmatrix} . \tag{17}$$

Подставляя (17) в (16), получим:

$$\overleftrightarrow{\mu}^{-1} \vec{B} = -\nabla\psi. \tag{18}$$

$$\nabla(\psi\overrightarrow{B^*}) = \nabla\psi\overrightarrow{B^*} + \psi\nabla\overrightarrow{B^*} = -\overleftrightarrow{\mu}^{-1}\vec{B}\overrightarrow{B^*} . \tag{19}$$

$$\mu = 1 + 4\pi\chi . \tag{20}$$

$$\mu^+ = 1 + 4\pi\chi^+ . \tag{21}$$

Объединим уравнения (19) и (20) в одну систему и вычтем одно из другого:

$$\mu - \mu^+ = 4\pi(\chi - \chi^+) \tag{22}$$

$$\vec{B}\overrightarrow{H^*} - \overrightarrow{B^*}\vec{H} = \overrightarrow{H^*}\mu\vec{H} - \vec{H}\mu^+\overrightarrow{H^*} . \tag{23}$$

$$\frac{-\frac{i\omega}{4}\overrightarrow{H^*}(\chi-\chi^+)\vec{H}}{-\frac{i\omega}{2}\overrightarrow{H^*}(\chi^{ah})\vec{H}} = 1 . \tag{24}$$

где $\chi^{ah}$ - антиэрмитова матрица диэлектрической восприимчивости.

$$\frac{-(\chi-\chi^+)}{2\chi^{ah}} = 1 . \tag{25}$$

$$\chi^{ah} = \frac{(\chi - \chi^{+})}{2} \ . \tag{26}$$

В области ферромагнитного резонанса средняя плотность поглощения магнитной энергии выражается как

$$\langle \frac{\partial w}{\partial t} \rangle = \frac{i\omega}{2} \overrightarrow{H^{*}} \chi^{ah} \vec{H} \ . \tag{27}$$

Тогда (25) может быть записано в виде:

$$\langle \frac{\partial w}{\partial t} \rangle = \frac{i\omega}{2} \overrightarrow{H^{*}} \mu^{ah} \vec{H} \ . \tag{28}$$

С учетом уравнения (2.34) можно  записать выражение:

$$\vec{B}(\overleftrightarrow{\mu}^{-1})\overrightarrow{B^{*}} - \overrightarrow{B^{*}}(\overleftrightarrow{\mu}^{-1})\vec{B} = 2\overrightarrow{H^{*}} \mu^{ah} \vec{H} \ . \tag{29}$$

Тогда можно записать уравнение потерь магнитной энергии с обратным знаком с точностью до коэффициента:

$$-\frac{i\omega}{16\pi}(\psi^{*}\vec{B} - \psi\overrightarrow{B^{*}}) = -\frac{i\omega}{16\pi}\vec{B}(\overleftrightarrow{\mu}^{-1})\overrightarrow{B^{*}} - \overrightarrow{B^{*}}(\overleftrightarrow{\mu}^{-1})\vec{B} \ . \tag{30}$$

Это уравнение энергетического баланса для МС-волн в магнитных средах с потерями. В правой части этого уравнения  записан вектор похожие на вектор Пойнтинга по своему смыслу. В системе единиц СИ аналог вектора Пойнтинга представим в виде:

$$\vec{J} = \frac{i\omega}{4}(\psi^{*}\vec{B} - \psi\overrightarrow{B^{*}}) \ . \tag{31}$$

В цилиндрической системе координат каждая из компонент r,θ,z для режима n записывается в форме следующих выражений:

$$(\vec{J}_r)_n = -\frac{i\omega}{4}|C_n|^2|\Sigma_n|^2\mu_0\{\tilde{\varphi}\left(\mu\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial r} + \frac{i\mu_a 1}{r}\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial\theta}\right)^{*} - \tilde{\varphi}^{*}\left(\mu\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial r} + \frac{i\mu_a 1}{r}\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial\theta}\right)\ \}\vec{e}_r \ , \tag{32}$$

$$(\vec{J}_\theta)_n = -\frac{i\omega}{4}|C_n|^2|\Sigma_n|^2\mu_0\{\tilde{\varphi}\left(-i\mu_a\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial r} + \frac{\mu}{r}\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial\theta}\right)^{*} - \tilde{\varphi}^{*}\left(-i\mu_a\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial r} + \right.$$

$$\left. + \mu r \partial\varphi\partial\theta\right\} e\theta \ , \tag{33}$$

$$(\vec{J}_z)_n = -\frac{i\omega}{4}|C_n|^2|\tilde{\varphi}|^2\mu_0[\Sigma_n\left(\left(\frac{\partial\Sigma_n}{\partial z}\right)^{*}\right) \ - \Sigma_n{}^{*}\left(\frac{\partial\Sigma_n}{\partial z}\right)\ \}\vec{e}_z \ , \tag{34}$$

где $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$ и $\vec{e}_z$ - единичные векторы вдоль оси z.

Можно увидеть, что для мембранной функции $\tilde{\varphi}$ существует ненулевая действительная азимутальная составляющая плотности потока мощности. Таким образом, существует ненулевая величина циркуляции потока мощности (по часовой стрелке или против часовой стрелки) по окружности L = $2\pi$r, где $0 < r \leq R$.

## ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Взаимодействие между электромагнитными волнами и ферритом открывает новую область исследований: электродинамику ближнего поля. Это может привести к созданию новых типов полевых структур. Такое поле является топологическим. Ближние поля ферритового диска являются квази-магнитостатическими полями.

Одной из важных отличительных особенностей МЭ полей является наличие спиральной структуры в области ближнего поля. Ближние поля вблизи ферритового МДМ-диска наблюдаются как композиция вращающихся электрических и магнитных полей. Электрическое и магнитное поля вне ферритового диска являются вихревыми полями, которые не являются взаимно перпендикулярными в вакууме.

В зависимости от направления магнитного поля смещения можно различать топологическое вращение полей по часовой стрелке и против часовой стрелки. Векторы электрического поля ведут себя как аксиальные вектора, то есть изменяют свой знак при инверсии координат, меняющей ориентацию базиса. Пространственная ориентация векторов электрического поля в плоскости на волновых фронтах электромагнитного излучения почти такая же, как и на поверхности диска.

Фазовая скорость "распространения" топологических фаз вдоль волновых фронтов чрезвычайно мала по сравнению с фазовой скоростью электромагнитной волны. Основные свойства МЭ-полей становятся понятными при анализе спектральных решений для волновой функции МС потенциала. Для решения спектральной задачи были предложены два подхода. Эти подходы, отличающиеся дифференциальными операторами и граничными условиями, используемыми для решения спектральной задачи, дают два типа спектров МДМ-колебаний в ферритовом диске: спектры G и L мод.

В выпускной квалификационной работе также проанализирована взаимосвязь между этими спектральными решениями двух типов. Основываясь на виде функции МС потенциала можно ввести вектор, который по своему смыслу совпадал бы с вектором Пойнтинга. Стоит отметить, что введенный вектор потока мощности отличается от классического определения вектора Пойнтинга и этот вектор имеет вихревую структуру, то есть существует ненулевая азимутальная компонента.

Введенный вектор потока мощности удовлетворяет уравнению энергетического баланса.

Для падающей электромагнитной волны квазидвумерный ферритовый диск является субволновой частицей или точкой, несущей кванты угловых моментов. Квантованные МЭ поля, возникающие в результате неоднородных ферромагнитных резонансов предполагают концептуально новую микроволновую функциональность для характеристики материала.

Уникальные топологические свойства ближних полей, генерируемых частицами феррита, могут быть использованы для изучения структурных эффектов в биологических системах.

В связи с растущим взаимодействием между биологическими науками и электротехническими дисциплинами эффективное зондирование и мониторинг биологических образцов становится важной темой. Это, в частности, касается микроскопии химических и биологических структур. Одним из важных вопросов, как для фундаментальных исследований, так и для прикладных задач, является биофизическое моделирование нетепловых процессов, вызванных микроволновым излучением.

## Список использованных источников


1 Пятаков А. П. Магнитоэлектрические и флексомагнитоэлектрические эффекты в мультиферроиках и магнитных диэлектриках: дис. канд. ф.-м. наук: 01.04.11. М., 2013. 212с.

2 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. 2-е изд., испр. – М.: Наука. 1982. – 632 с.

3 Бадаев А.С., Чернышев А.В. Физические основы микроэлектроники. Ч.1: Физические свойства твердых тел: учеб. пособие. Воронеж: ГОУВПО «Воронежский государственный технический университет», 2011 – 294 с.

4 Максутова Ф.А. Магнитоэлектрический эффект в окрестности магнитных неоднородностей в пленках типа ферритов-гранатов: дис. канд. ф.-м. наук: 01.04.07. Уфа, 2019. 101 с.

5 Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. - М.: Физматлит, 1994. - 464 с.

6 Robert L. White, Irvin H. Solt, JR. H Multiple Ferromagnetic Resonance in Ferrite Spheres// Physical Review. - 1956. - №104. - P. 56-64.

7 Arun Kumar Saha, Kamenetskii E. O., Ikuo Awai, Microwave magneto electric particles: An experimental study of oscillating spectrum// PHYSICAL REVIEW. - 2001. - №64. - P. 245-256.

8 Kamenetskii Eugene. Chirality Magnetism, Magnetoelectricity Separate Phenomena and Joint Effects in Metamaterial Structures. Springer Nature Switzerland, 2021. 587 с.

9 Kamenetskii E.O., Joffe R., Shavit R. Coupled states of electromagnetic fields with magnetic dipolar-mode vortices: Magnetic-dipolar-mode vortex polaritons// Physical Review. - 2011. - № 84.- P.102-131.

10 Joseph R.I., Schlomann E. Theory of magnetostatic modes in long, axially magnetized cylinders// J. App. Phys. - 1961. - № 32. - P. 1001 - 1014.

11 Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в неоднородных полях. - М.: Физматлит, 2016. - 183 с.

12 Шавров В.Г., Щеглов В.И. Спиновые волны в средах с обменом и диссипацией. - М.: Физматлит, 2021. - 497 с.
13 Kamenetskii E.O. Interactionof MDM Ferrite Particles with a Microwave-Field Continuum // Fano Resonances in Optics and Microwaves Springer Series in Optical Sciences - 2018. - №219. - P. 527 - 545.
14 Kamenetskii E.O., Joffe R., Shavit R. Microwave magneto electric fields and their role in the matter-field interaction// Phys. Rev. – 2013. № 87. – P. 634 – 698.
15 Walker L.R. Magnetostatic modes in ferromagnetic resonance // Physics Review- 1957. - № 105. - P. 345– 359.
16 Kamenetskii E. O. Energy eigenstates of magnetostatic waves and oscillations // Physical Review E. - 2001. - №63.- P. 432– 445.
17 Kamenetskii E.O., Shavit R., Sigalov M. Quantum wells based on magnetic-dipolar-mode oscillations in disk ferromagnetic particles // Europhys. - 2003. - № 64 - P. 730 - 745.
18 Kamenetskii E.O., Shavit R., Sigalov M. Quantum confinement of magnetic-dipolar-mode oscillations in ferrite discs // Journal of Physics Condensed Matter. - 2005. - № 17 - P. 2211 - 2228.
19 Kamenetskii E. O. Vortices and chirality of magnetostatic modes in quasi-2D ferrite disc particles // Journal of Physics: Mathematical and Theoretical. – 2007. – Vol. 40, Issue24. – P. 15-19.
20 Kamenetskii E.O. Quantization of magnetoelectric field s// J. Modern Opt. – 2019. - №66. - P. 567– 679.
21 Kamenetskii E.O., Sigalov M., Shavit R. Manipulating microwaves with magnetic-dipolar-mode vortices// Physics Review-2010. - № 81. - P.544 – 557.
22 Joffe R., Kamenetskii E.O., Shavit R. Novel microwave near-field sensors for material characterization, biology, and nanotechnology // J. Appl. Phys. - 2013. - №113. - P. 342– 356.
23 Kamenetskii E.O. The anapole moments in disk-form MS-wave ferrite particles// Europhys. - 2004. - № 65. - P. 269 - 280.
24 Joffe R., Kamenetskii E.O., Shavit R. Microwave magnetoelectric fields: Ananalytical study of topological characteristics// J. Magn. Magn. Mater. - 2015. - № 392. - P. 1020 – 1021.
25 Kamenetskii E.O., Berezin M., Shavit R. Microwave magnetoelectric fields: Helicities and reactive power flows // Applied Physics: Lasers Optics. - 2015. - № 121. - P. 31 - 45.
26 Kamenetskii E.O., Sigalov M., Shavit R. Microwave whirlpools in a rectangular waveguide cavity with a thin ferrite disk// Physics Review. - 2006. - № 74. - P. 123 – 145.