

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАР-
СТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра общей, теоретической и компьютерной физики

**Компьютерное моделирование динамики движения гироскопа
с тремя степенями свободы**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 4022 группы

направления 03.03.02 «Физика» института физики

Ручанского Андрея Валерьевича

Научный руководитель

доцент, к.ф.-м.н.

О. А. Черкасова

Зав. кафедрой

профессор, д.ф.-м.н.

В. М. Аникин

Саратов 2023

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность. Изобретения в области гироскопической техники регистрируются и в наши дни. Одним из примеров (свидетельств) этого может служить следующее изобретение, касающееся усовершенствования гироскопического маятника:

«ГИРОСКОПИЧЕСКИЙ МАЯТНИК. КРИВОШЕЕВ СЕРГЕЙ ВАЛЕНТИНОВИЧ, ЛУКИН КИРИЛЛ ОЛЕГОВИЧ. Тип: патент на изобретение. Номер патента: RU 2719241 С1 Патентное ведомство: Россия. Год публикации: 2020. Номер заявки: 2019118401. Дата регистрации: 13.06.2019. Дата публикации: 17.04.2020. Патентообладатели: федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева - КАИ". МЕЖДУНАРОДНАЯ ПАТЕНТНАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ: G01С 7/04 Трассирование профилей местности / земной поверхности / с помощью транспортных средств, движущихся вдоль профиля, подлежащего трассированию

АННОТАЦИЯ:

Изобретение относится к гироскопической технике <...>. Технический результат – повышение точности формирования выходного сигнала отклонения от местного горизонта (вертикали)<...>»

Корректирующие устройства, представленные гироскопическим маятником, могут применять в качестве силовых гировертикалей для подвижных объектов, которые совершают движение, близкое к горизонтальному (например, корабли и самолеты, подводные лодки).

Целью выпускной квалификационной работы (ВКР) ставилось изучение физико-механических свойств и численное моделирование движения гироскопического маятника в контексте решения следующих задач:

1. Изучение теоретических аспектов гироскопических вертикалей.
2. Построение математической модели, описывающей движение простейшей гировертикали (волчка) и гироскопического маятника с тремя степенями свободы.
3. Проведение численного эксперимента.

Структура выпускной квалификационной работы включает в себя введение, 7 разделов, заключение и список использованной литературы. Библиографический список включает 20 наименований. Текст иллюстрирован 27 рисунками. Общий объем работы – 45 с.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Обзор функциональных свойств гироскопического маятника проводился по следующему сценарию:

1. ИСТОРИЯ СОЗДАНИЯ ГИРОСКОПА, ЕГО СТРУКТУРА И НАЗНАЧЕНИЕ.
2. ИСТОРИЯ И ПРИМЕНЕНИЕ ГИРОСКОПИЧЕСКОГО МАЯТНИКА.
3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИРОСКОПИЧЕСКОГО МАЯТНИКА.
4. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГИРОСКОПИЧЕСКОГО МАЯТНИКА.
5. МОДЕЛЬ ВОЛЧКА.
6. МОДЕЛЬ ГИРОСКОПА.
7. МОДЕЛЬ ГИРОСКОПА НА ПОДВЕСЕ.

Гироскопический маятник. Гировертикали представляют собой такие гироскопические устройства, которые обладают избирательностью по отношению к направлению вертикали места. Гировертикали также предназначены для определения углов крена и тангажа (т.е. продольного и поперечного крена) подвижного объекта. [4]

В качестве простейшего примера гировертикали можно привести гироскопический маятник, который в свою очередь представляет собой гироскоп, у которого центр тяжести смещен относительно оси его ротора и отличен от неподвижной точки O .

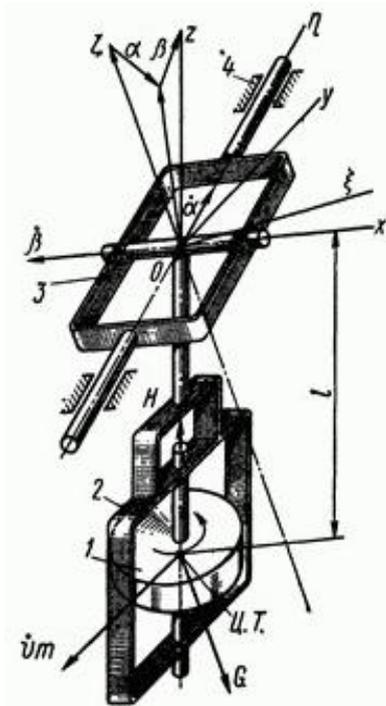


Рисунок 1 – Гироскопический маятник: 1 – ротор, 2 – внутренняя рамка, 3 – наружная рамка, 4- основание

Известно, что правление отвесной линии (т.е. вертикали) можно смоделировать, используя маятник. При работе на подвижных основаниях физический маятник будет совершать колебания, обусловленные влиянием внешних возмущающих воздействий, при этом амплитуда таких колебаний может достигать значительно больших величин.

Помимо этого, при движении точки подвеса маятника с линейными ускорениями маятник будет отклоняться от вертикали, устанавливаясь по равнодействующей сил тяжести и инерции. Описанные выше недостатки, возникающие при моделировании вертикали с помощью маятника, можно минимизировать, объединив его с гироскопом. В таком случае гироскоп будет играть роль фильтра с большой постоянной времени за счет своей инерционности. Таким образом, получим систему, которая реагирует на собственное отклонение от вертикали (т.е. обладает избирательностью относительно вертикали), а также не значительно подвержена возмущениям от линейных ускорений.

Применяется гировертикаль на объектах с сильно ограниченным временем работы и, как правило, испытывающим большие ускорения. Перед стартом движения объекта при запуске гиromотора ось гироскопа должна быть выставлена в направлении вертикали - как правило, это выполняется с использованием системы ориентирования. Это направление фиксируется в течение короткого промежутка времени с точностью до углов отклонения под действием возмущений. В случае гировертикали с позиционной коррекцией это реализовано в виде сигнала управления, который должен быть пропорционален углу рассогласования между осью гироскопа и положением маятника-корректора. С целью повышения точности работы гировертикали с позиционной коррекцией может быть использована внешняя информация о скорости движения объекта, а также широте его местоположения. При интегральнопозиционной коррекции же сигнал управления должен быть пропорционален сумме упомянутого выше угла рассогласования и интегралу от этого угла [4].

При построении гировертикали на трехстепенном гироскопе ее работа при неограниченных углах тангажа воздушного судна не обеспечивается, т.к. существует вероятность складывания рамок карданового подвеса. Данный недостаток можно компенсировать, используя в конструкции гировертикали дополнительной рамки, где крепится ось вращения внешней рамки гироскопа. Таким образом обеспечивается поддержание перпендикулярности главной оси гироскопа к внешней рамке.

Эта схема известна, как "невыбываемая" гировертикаль. Гировертикали основаны на трехступенчатом гироскопе, центр тяжести которого смещен от точки зависания вдоль главной оси гироскопа [6]. Коррекция обеспечивается за счет маятникового момента, возникающего при смещении оси гироскопа от вертикали. Этот маятниковый момент заставляет ось гиromаятника необратимо колебаться относительно вертикали. Чтобы привести ось гиromаятника в равновесие, требуется дополнительная коррекция для гашения колебаний.

В настоящее время гиromаятниковая вертикаль имеет ограниченное применение. В качестве чувствительного элемента для гировертикали можно ис-

пользовать двухосевые гиросtabilизаторы с соответствующими системами коррекции. В этом случае стабилизированная платформа моделирует горизонтальную плоскость и вертикальное направление, перпендикулярное ей. Информация о углах крена и тангажа берется с оси стабилизации. Этот гировертикальный метод используется в конструкциях, где вдоль осей подвеса приложены большие по величине вредные моменты

Математическая модель гироскопического маятника. Гироскопический маятник (ГМ) представляет собой трехстепенной гироскоп (рисунок 2) с вертикальным вектором H , центр масс которого смещен на величину l («тяжелый» гироскоп) [7].

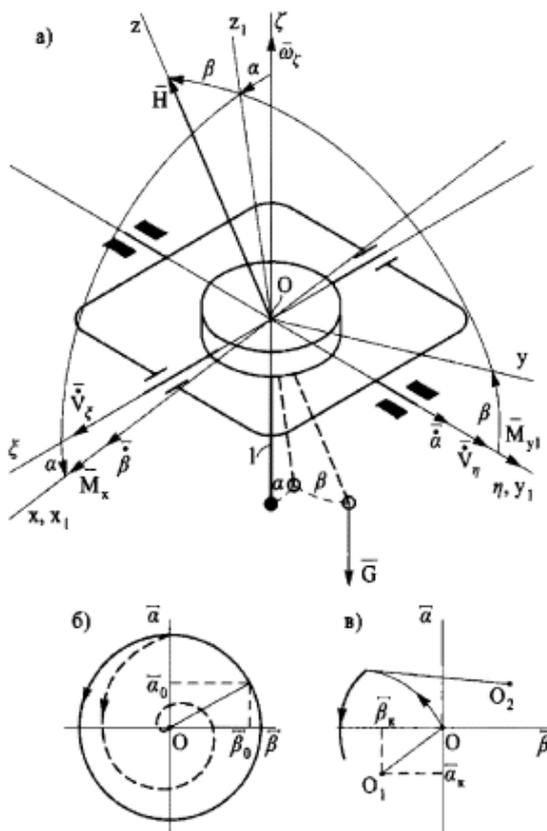


Рисунок 2 - Гиросмаятник

Рассмотрим поведение ГМ на неподвижном основании, используя уравнение прецессии движения. Проекция абсолютных угловых скоростей на оси Резаля: $\omega_x = \dot{b}$, $\omega_y = \dot{\alpha} \cos b$. Моменты сил тяжести при малых α и b вокруг осей Ox и Oy_1 равны соответственно $-Glb$ и $-Gla$ (см. рисунок 2 (a)). Уравнения движения ГМ вокруг осей Ox и Oy :

$$-H\dot{\alpha} - Glb + M_x = 0; \tag{4}$$

$$H\dot{b} - Gla + M_{y1} = 0; \tag{5}$$

$$\dot{\alpha} + \varepsilon b = \omega_{СПП}; \tag{6}$$

$$\dot{b} - \varepsilon \alpha = \omega'_{СПП}. \tag{7}$$

Здесь $\omega_{СПП}$ и $\omega'_{СПП}$ - СПП, вызванная вредными моментами M_x и M_{y1} соответственно; $\varepsilon = \frac{Gl}{H}$ - удельная скорость прецессии ГМ.

Собственное движение системы определяется следующими уравнениями ($M_x = M_{y1} = 0$):

$$\dot{\alpha} + \varepsilon b = 0;$$

$$\dot{b} - \varepsilon \alpha = 0.$$

Характеристическое уравнение системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} s & \varepsilon \\ -\varepsilon & s \end{vmatrix} = s^2 + \varepsilon^2 = 0.$$

Корень характеристического уравнения $s = \pm i\varepsilon$, следовательно, ГМ совершает колебания с частотой ε . Пусть начальное положение оси ГМ не совпадает с ИВ, т.е. при $t = 0, \alpha = \alpha_0, b = b_0$.

Запишем решение по b в виде $b = C_1 \sin \varepsilon t + C_2 \cos \varepsilon t$.

При $t = 0, C_2 = b_0$, тогда $\alpha = \frac{\dot{b}}{\varepsilon} = C_1 \cos \varepsilon t - b_0 \sin \varepsilon t$.

При $t = 0, C_1 = \alpha_0$.

В полученных решениях исключим время: $\alpha^2 + b^2 = R^2$, где $R^2 = \alpha_0^2 + b_0^2$.

На плоскости изображения траектория апекса представляет собой окружность (см. рисунок 2б) т.е. при $\alpha_0 \neq 0, b_0 \neq 0$ ось гироскопа описывает конус. При введении демпфирующих моментов $D\dot{\alpha}$ и $D\dot{b}$ траектория стягивается к центру окружности, т.е. ось гироскопа довольно долго достигает положения ИВ (см. штриховую линию на рисунке 6 (б)). При наличии вредных моментов (6) и (7) центр окружности перемещается в точку с координатами $\alpha_0 = -\frac{\omega'_{СПИ}}{\varepsilon}, b_0 = \frac{\omega_{СПИ}}{\varepsilon}$. Это большие погрешности, поскольку значение ε мало.

Уравнения движения ГМ при ускорении приобретают вид (в уравнениях (4) и (5)) добавляются моменты вокруг оси $Ox - m\dot{V}_\eta l$, вокруг оси $Oy - m\dot{V}_\xi l$ и $\omega'_{СПИ} = 0, \omega_{СПИ} = 0$):

$$\dot{\alpha} + \varepsilon b = -\varepsilon b_k; \quad \dot{b} - \varepsilon \alpha = -\varepsilon \alpha_k,$$

где $b_k \approx \frac{\dot{V}_\eta}{g}, \alpha_k \approx \frac{\dot{V}_\xi}{g}$

Центр окружности траектории апекса смещается в точку O_1 (см. рис. 2) с координатами $(-\alpha_k, -b_k)$. Рассмотрим пример, в котором начальное положение оси гироскопа находится в ИВ. С ускорением апекс движется по траектории радиуса OO_1 . Предположим, ускорение меняется, и центром траектории становится т. O_2 , радиус траектории $-MO_2$ и т.д. Таким образом, видно, что при наличии ускорения объекта ГМ использовать практически невозможно.

Оценим возможность настройки ГМ на период Шулера в соответствии с условиями $\varepsilon = \sqrt{\frac{g}{R}}, \frac{Gl}{H} = \sqrt{\frac{g}{R}}$ и $H = Gl\sqrt{R/g}$.

Значение H должно быть очень большим, что практически не осуществимо, кроме того, чем больше гироскоп, тем больше возмущающий момент. По этим причинам ГМ не применяется.

Математическая модель движения гироскопа. Теория гироскопов основана на кинематике и динамике твердого тела, совершающего сферическое движение. Параметрами, определяющими положение ротора относительно заданной системы координат, являются углы Эйлера-Крылова [1, 3]. Рассмотрим эти параметры на примере гироскопа, показанного на рисунке 3 (а).

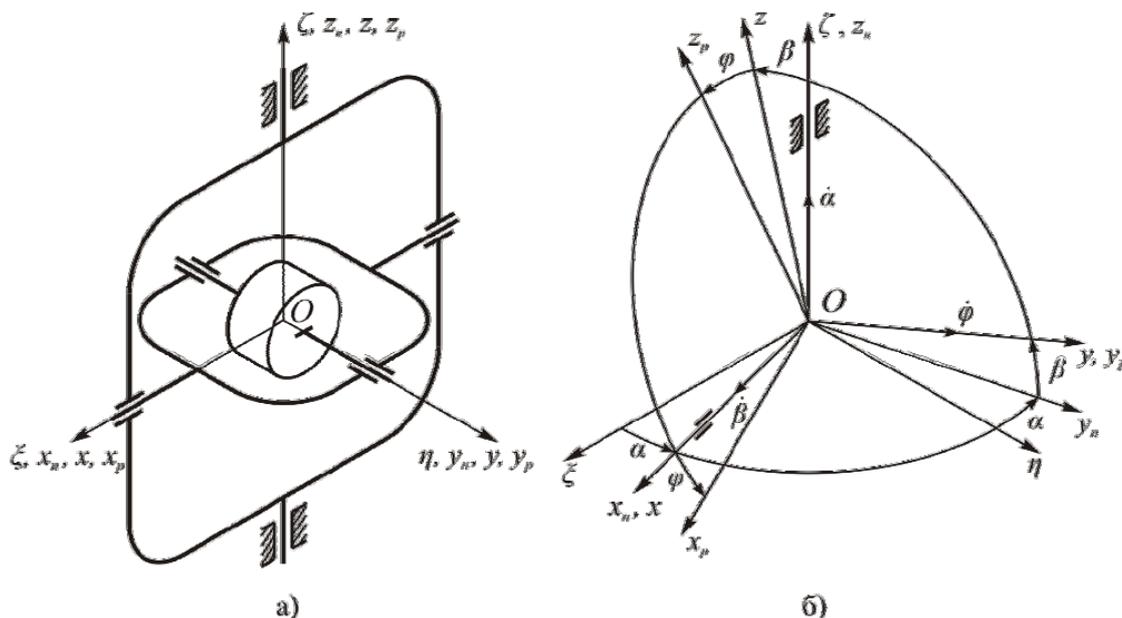


Рисунок 3 – Кинематическая схема гироскопа: а) Общий вид; б) Углы Эйлера-Крылова [3]

На рисунке 3 показаны следующие системы координат:

$O\xi Oz$ – базовая (инерциальная система координат);

$Ox_n y_n z_n$ – система координат, связанная с наружной рамкой;

$Ox_p y_p z_p$ – система координат, связанная с внутренней рамкой;

$Ox_p y_p z_p$ – система координат, связанная с ротором.

Уравнение движения гироскопа в кардановом подвесе (ГКП) на неподвижном основании представим в виде [9]:

$$(J_1 + J_2(\cos \beta)^2)\ddot{\alpha} - 2J_2\dot{\alpha}\dot{\beta}\sin \beta \cos \beta + H\dot{\beta}\cos \beta = -f_2\dot{\alpha} + N_0 + N_m \sin(\omega t + \varepsilon_N) - [R_0 + R_m \sin(\omega t + \varepsilon_R)] \sin \beta \quad \#(8)$$

$$J_3\ddot{\beta} + J_2\dot{\alpha}\sin \beta \cos \beta - H\dot{\alpha}\cos \beta = -f_2\dot{\beta} + L_0 + L_m \sin(\omega t + \varepsilon_L) \quad \#(9)$$

$$\frac{dH}{dt} = R_0 + R_m \sin(\omega t + \varepsilon_R) \quad \#(10)$$

где $J_1 = J_{2x} + J_{1z}$; $J_2 = J_{1x} + J_e - J_{1z}$; $J_3 = J_{1y} + J_e$

J_{2x} – момент инерции внешней рамки карданового подвеса относительно наружной оси подвеса;

J_{1x}, J_{1y}, J_{1z} – моменты инерции внутренней рамки относительно указанных осей;

J_e – экваториальный момент инерции ротора гироскопа;

α, β – углы поворота главной оси ГКП вокруг наружной и внутренней осей подвеса;

H – собственный кинетический момент ГКП;
 f_1, f_2 – коэффициенты вязкого трения по внутренней и наружной осям подвеса;
 N_0, L_0, R_0 – постоянные составляющие моментов внешних сил, направленных по наружной, внутренней осям подвеса и главной оси гироскопа соответственно;
 N_m, L_m, R_m – амплитуды гармонических составляющих моментов сил, действующих по соответствующим осям;
 ω – частота изменения гармонических составляющих моментов сил;
 $\varepsilon_N, \varepsilon_L, \varepsilon_R$ – начальные фазы гармонических составляющих моментов сил.

Основные характеристики гироскопического маятника

Прецессия гироскопа. Для наблюдения прецессии волчка достаточно запустить его во вращение и дождаться, пока скорость его вращения начнет уменьшаться. В начале вращения ось волчка вертикальна, но постепенно начинает отклоняться от вертикали и двигаться по конусу. Прецессия оси волчка является дополнительным движением, происходящим помимо собственного вращения вокруг его оси. Когда скорость вращения волчка уменьшается, его верхняя точка начинает опускаться и двигаться по расходящейся спирали.

Одно из главных свойств прецессии - безынерционность: прецессия волчка прекратится, как только сила, вызывающая ее, перестанет действовать. В примере с волчком, который вращается в гравитационном поле Земли, это не происходит, так как прецессирующее воздействие, обусловленное гравитацией Земли и давлением поверхности стола, продолжает действовать.

Для вызова эффекта прецессии не нужно ждать замедления вращения волчка, его можно получить, толкнув ось вращения (приложив силу). Прецессия напрямую связана с другим эффектом - нутацией, которая представляет собой нерегулярное движение вращающегося тела, совершающего прецессию.

Нутация. Нутация проявляется в изменении угла нутации между осями собственного и прецессионного вращения тела и может напоминать "подрагивание" его оси вращения. Чистая нутация представляет собой движение оси вращения, при котором первый угол Эйлера остается неизменным. Если волчок является асимметричным, то могут наблюдаться траектории мгновенной угловой скорости волчка, такие как полодия и герполодия. Параметры прецессии и нутации тесно связаны со скоростью вращения тела, и приложив силу к оси вращающегося тела, можно изменить их значения и тем самым изменить скорость вращения.

Свойства гироскопа.

1) Длинная ось свободного гироскопа стремится сохранить свое направление в инерционном пространстве.

2) Если к внутреннему или внешнему кольцу приложить внешнюю силу, возникает импульс, не соответствующий оси гироскопа. В этом случае гироскоп начнет двигаться не в направлении действия силы, как обычный не вращающийся ротор, а перпендикулярно этому направлению. Это свойство гироскопа

скопа называется прецессионным движением, которое происходит с постоянной угловой скоростью и не связано с внешними силами.

3) Если на главную ось гироскопа действует сила (толчок), она будет колебаться вокруг своего равновесного положения, практически не меняя своего первоначального направления. Это колебание называется "нутацией" и проявляется особенно ярко при низкой угловой скорости вращения ротора.

Гироскопы с тремя степенями свободы используются для создания гироскопов, гиригоризонтов и индикаторных гиросtabilизаторов [16].

Результаты моделирования гироскопических устройств показаны на рисунках 4 – 7.

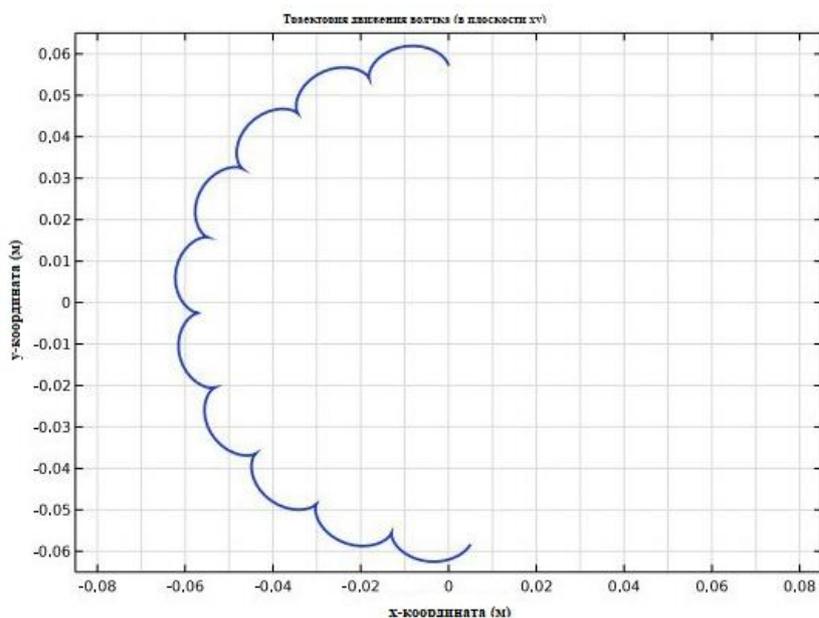


Рисунок 4 - Траектория движения вершины волчка в плоскости XY

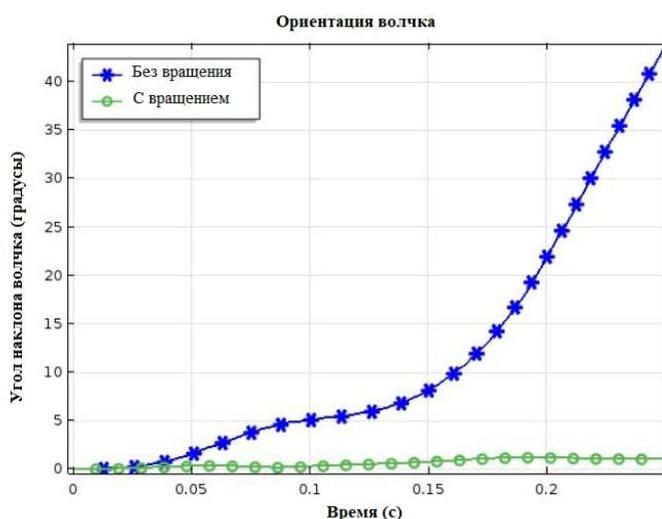


Рисунок 5 – Сравнение наклона оси ротора с вращением и без вращения

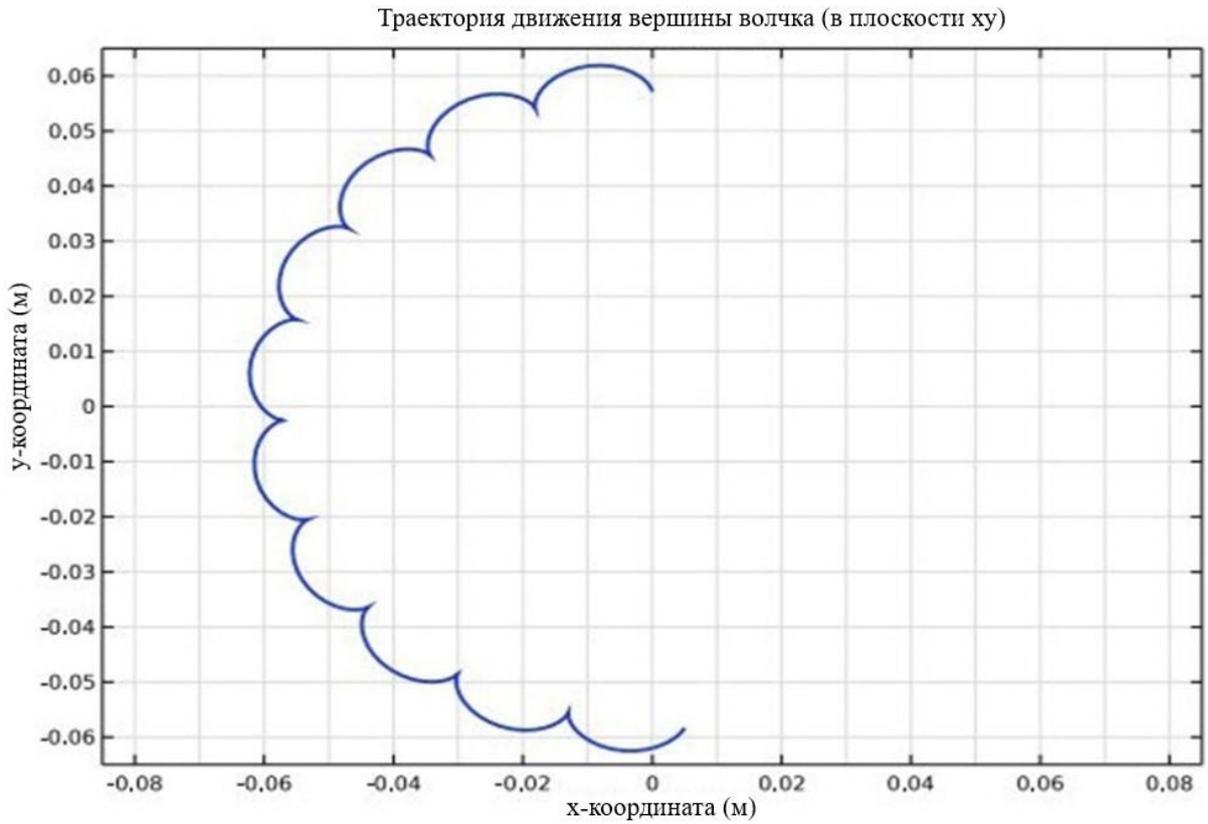


Рисунок 6 - Траектория движения вершины стального троса гироскопа на подвесе

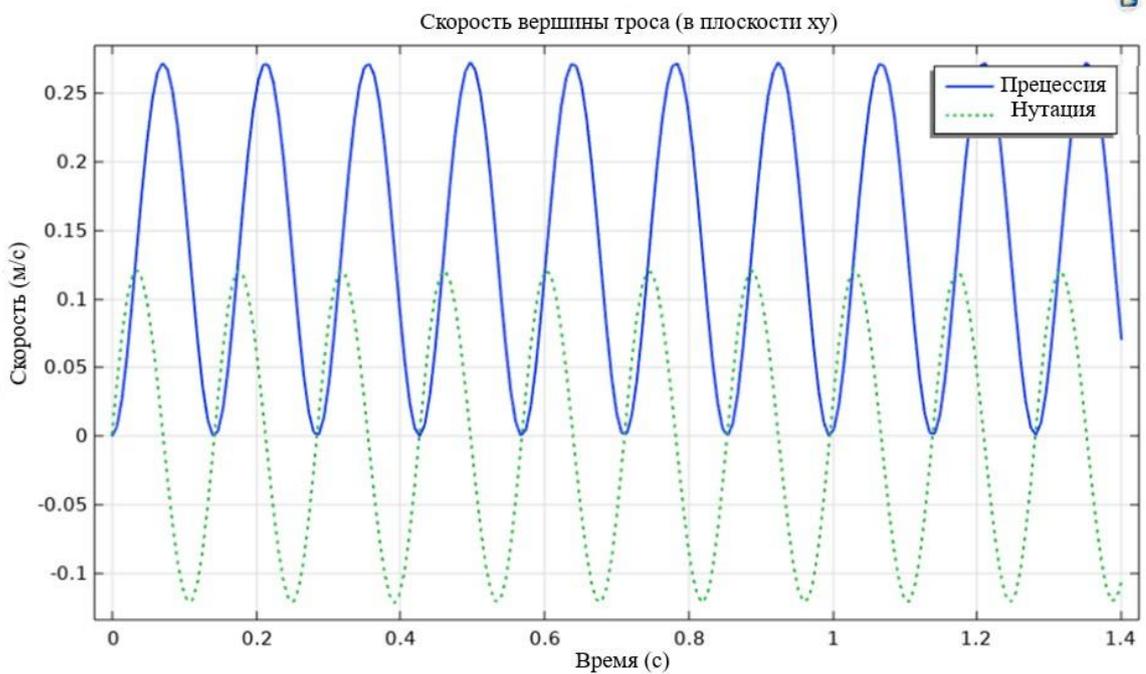


Рисунок 7 - График прецессии и нутации

Заключение

В выпускной квалификационной работе рассмотрены математические модели гироскопа, гироскопического маятника. Моделировалось движение гироскопа и волчка. На представленных графиках отражены траектории движения вершины волчка и сравнение наклона оси ротора с вращением и без вращения.

С помощью встроенных функций программы COMSOL Multiphysics 6.1 была смоделирована модель гироскопа на подвесе и исследовано его прецессионное и нутационное движение с учетом внешнего крутящего момента.

Список использованных источников

1. Просто о сложном. Что такое гироскоп [Электронный ресурс]. URL: <https://school-science.ru/12/22/48063> (дата обращения: 08.11.2022).
2. Бороздин В.Н. Гироскопические приборы и устройства систем управления: Учеб. пособие для вузов. - М.: Машиностроение, 1990. - 272 с.
3. Лысов А.Н., Виниченко Н.Т., Лысова А.А. Прикладная теория гироскопов: учебное пособие. - Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2009. - 254 с.
4. Серегин В.В. Прикладная теория и принципы построения гироскопических систем. Учебное пособие. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2007. – 78 с.
5. Гироскоп: применение в технике [Электронный ресурс]. Сайт РобоВики URL: <https://robo-wiki.ru/robotics-blog/gyroscope/> (дата обращения: 07.11.2022).
6. Пельпор, Д. С. Гироскопические системы. Гироскопические приборы и системы: Учеб. пособие для вузов по спец. «Гироскоп. приборы и устройства» / Д. С. Пельпор, И. А. Михалев, В. А. Бауман. – 2-е изд. – М.: Высш. шк., 1988. – 424 с.
7. Матвеев В.А. Гироскоп – это просто. – Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. -191 с.
8. Гироскоп [Электронный ресурс]. Википедия. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Гироскоп> (дата обращения 05.11.2022)
9. Лазарев Ю.Ф. Начала программирования в среде MatLAB: учебное пособие. - Киев: НТУУ "КПИ", 2003. - 424 с.
10. История появления метода конечных элементов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.it-nv.ru, свободный. – Загл. с экрана (дата обращения к ресурсу: 03.12.2022).
11. Галлагер, Р. Метод конечных элементов. Основы / перевод с англ. В.М. Картвелишвили под ред. Н.В. Баничука – М.: Мир, 1984. 428с.
12. Каримов, И. Строительная механика. Электронный учебный курс / И. Каримов [Электронный ресурс]. Режим доступа: www.stroitmeh.ru, свободный. – Загл. с экрана (дата обращения к ресурсу: 01.12.2022)
13. Численные методы расчета строительных конструкций: учеб. пособие / А.В. Лебедев; СПбГАСУ. СПб., 2012. 55 с.
14. Статический расчет конструкций численными методами [Электронный ресурс]: учебное пособие / И.А. Чакурин., А.А. Комлев, С.А. Макеев. – Электрон. дан. – Омск: СибАДИ, 2017. – Режим доступа <https://studfile.net/preview/16408030/> Загл. с экрана (дата обращения к ресурсу: 02.12.2022).

15. Абрамова, И. А. К вопросу о выполнении конечно-элементного анализа в САЕ-системах / И. А. Абрамова, Д. Н. Борисов, А. А. Жуков // Наука и военная безопасность. – 2016. – № 3(6). – С. 59-65.
16. Технические средства судовождения [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.А. Иванов, Н.В. Ивановский, Л.Н. Козаченко. – Керчь: ФГБУВО «КГМТУ», 2020. – С. 35-43.
17. Гончаренко Г.Г. Компьютерные технологии визуального моделирования в прикладной гироскопии и навигации. - М.: МАИ, 2005. - 136 с.
18. Ройтенберг, Я. Н. Гироскопы / Я. Н. Ройтенберг. – М.: Наука, 1975. – 592 с.
19. Лукьянов Д.П., Распопов В.Я., Филатов Ю.В. Прикладная теория гироскопов, учебник для вузов. – СПб.: ГНЦ РФ ОАО Концерн "Электроприбор». – 2015.– ISBN 978-5-91995-036-3.– 315 с.
20. Пешехонов В.Г. Современное состояние и перспективы развития гироскопических систем // Гироскопия и навигация. – 2011 – №1. – С.3-16.