

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.  
ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Расширенный вариант многомасштабного анализа  
сложных сигналов**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 4032 группы  
направления 03.03.03 «Радиофизика»  
института физики  
Гладышенко Арины Евгеньевны

Научный руководитель

д.ф.-м.н., профессор

\_\_\_\_\_

В.В. Астахов

Зав. кафедрой

д.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_

Г.И. Стрелкова

Саратов 2023

## ВВЕДЕНИЕ

Вейвлеты сформировались как альтернативная концепция классическому спектральному анализу на основе преобразования Фурье для случая нестационарных или неоднородных процессов [1–3]. В научных приложениях часто используется непрерывное вейвлет-преобразование (НВП), позволяющее получить более наглядное представление результатов в виде скелетонов или поверхностей коэффициентов разложения. Такую информацию легче анализировать визуально, например, при изучении динамики мгновенных частот или амплитуд ритмических составляющих. Дискретное вейвлет-преобразование (ДВП) имеет свои преимущества. Оно обеспечивает более быструю декомпозицию и более точное представление сигнала (неизбыточное разложение для ортогональных базисов). ДВП наиболее естественно применять в случае дискретных данных (временных рядов), и оно используется на практике для быстрой оценки тех или иных характеристик. Для изучения характеристик сигнала в широком диапазоне масштабов применяется подход, называемый вейвлет-анализом с множественным разрешением или многомасштабным вейвлет-анализом (МВА), который выполняет разложение сигнала с использованием набора вейвлет-фильтров и пирамидального алгоритма разложения. МВА вводит в рассмотрение различные уровни разрешения  $j$ , связанные с масштабами времени  $2^j$ , и охватывает диапазоны масштабов от всего набора данных до размера базисной функции. Стандартные отклонения вейвлет-коэффициентов на каждом уровне разрешения, оцененные в рамках МВА, являются популярными диагностическими мерами. Наборы коэффициентов детализации описывают особенности сигнала в независимых диапазонах масштабов, связанных с различными уровнями разрешения. Флуктуации сигнала вызывают изменения этих наборов, а их статистические характеристики используются в различных областях науки и техники для получения эффективных диагностических маркеров в вейвлет пространстве. Однако простая характеристика коэффициентов разложения на основе

стандартных отклонений не учитывает корреляцию между ними, а учет корреляций может обеспечить лучшее понимание особенностей сигнала. В качестве альтернативы можно выбрать другие меры для коэффициентов детализации, которые отражают, например, их сложность. Это обстоятельство привело к модификации МВА, которая была изложена в статье [4], где был представлен подход, сочетающий два популярных метода: МВА и анализ флуктуаций относительно тренда (DFA).

**Целью данной выпускной квалификационной работы** является исследование возможностей расширенного варианта многомасштабного вейвлет-анализа сигналов при диагностике режимов сложной динамики по временным рядам, а также сопоставление традиционно используемого и расширенного методов МВА.

**Материалы исследования.** Исследования проводились, используя экспериментальные данные (сигналы относительной скорости церебрального кровотока лабораторных животных), а также сигналы базовых моделей нелинейной динамики, демонстрирующие хаотическое поведение.

Выпускная квалификационная работа содержит введение, три главы (1. Совместное применение многомасштабного вейвлет-анализа и флуктуационного анализа сигналов; 2. Анализ динамики церебрального кровотока; 3. Влияние уровня шума на результаты расширенного метода МВА), заключение и список использованных источников. Общий объем работы 40 стр.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Совместное применение многомасштабного вейвлет-анализа и флуктуационного анализа сигналов.** Многомасштабный вейвлет-анализ включает итерационную процедуру последовательной аппроксимации сигнала набором скейлинг-функций, инвариантных относительно целочисленных переносов вдоль оси времени  $k$  и изменений масштаба с коэффициентом  $2^j$ . Информация об особенностях сигнала на каждом уровне

разрешения  $j$  получается из разложения по набору вейвлет-функций. Скейлинг-функции и вейвлеты можно рассматривать как сопряженные фильтры нижних частот и верхних частот, соответственно.

Сигнал  $x(t) \in L^2(R)$  можно разложить на любом уровне разрешения  $j_n$  в соответствии с формулой

$$x(t) = \sum_k s_{j_n,k} \varphi_{j_n,k}(t) + \sum_{j \geq j_n} \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (1)$$

где коэффициенты аппроксимации  $s_{j,k}$  связаны со скейлинг-функциями  $\varphi_{j,k}$  и отражают низкочастотную информацию, а коэффициенты детализации  $d_{j,k}$  связаны с вейвлетами  $\psi_{j,k}$  и содержат информацию об особенностях более высоких порядков. На практике выбирают компромисс между длительностью вейвлет-функции и ее регулярностью. Вейвлет Добеши  $D^8$ , который будет применяться в данном исследовании, является примером такого компромисса.

Любые флуктуации сигнала сопровождаются изменением последовательностей вейвлет-коэффициентов. Для количественной оценки этих изменений в рамках стандартного варианта МВА обычно вычисляются стандартные отклонения коэффициентов детализации как функция от масштаба (уровня разрешения). В статье [4] был предложен вариант улучшить подход МВА к обработке сигналов путем более тщательного анализа коэффициентов детализации. В частности, помимо стандартных отклонений могут использоваться дополнительные меры, позволяющие охарактеризовать их сложную структуру. Такие меры могут включать показатели скейлинга метода анализа флуктуаций относительно тренда (DFA), которые количественно описывают дальнодействующие степенные корреляции.

К достоинствам этого инструмента корреляционного анализа можно отнести устранение тренда профиля сигнала, т. е. возможность анализа процессов с изменяющимися во времени свойствами, и замена убывающей

автокорреляционной функции на растущую зависимость, для которой ошибки вычислений не сильно влияют на характеристики далекодействующих корреляций.

Таким образом, предложенный комбинированный подход (расширенный метод МВА) предусматривает проведение флуктуационного анализа (DFA) коэффициентов  $d_{j,k}$  на каждом уровне  $j$ . В соответствии со стандартной процедурой вычислений алгоритма DFA, строятся профили последовательностей вейвлет-коэффициентов  $d_{j,k}$  для каждого  $j$

$$y_j(l) = \sum_{k=0}^{l-1} [d_{j,k} - \langle d_{j,k} \rangle], \quad l = 1, \dots, J. \quad (2)$$

Далее зависимости  $y_j(l)$  разбиваются на непересекающиеся отрезки длины  $n$  и методом наименьших квадратов определяется кусочно-линейная функция  $z_j(l)$ , являющаяся локальным трендом. Флуктуации профиля вокруг этого тренда можно охарактеризовать функцией

$$F_j(n) = \sqrt{\frac{1}{J} \sum_{l=1}^J [y_j(l) - z_j(l)]^2} \sim n^{\alpha_j}. \quad (3)$$

В динамике различных систем в природе, которые функционируют в условиях присутствия различных источников шумов,  $F_j(n)$  часто демонстрирует степенное поведение с показателем скейлинга  $\alpha_j$ , который связан с величинами, описывающими спад корреляционной функции или частотную зависимость спектра мощности. Индекс  $j$  определяет уровень разрешения. Скейлинговые показатели  $\alpha_j$  количественно описывают особенности корреляций в независимых диапазонах масштабов

**Анализ динамики церебрального кровотока.** Рассмотрим применение расширенного метода МВА к изучению динамики церебрального кровотока в сосудах различного размера. Экспериментальные исследования проводились на кафедре физиологии человека и животных

СГУ на 10 беспородных нормотензивных крысах массой от 200 до 250 г. Изменения динамики церебрального кровотока изучались с помощью метода лазерной спекл-контрастной интерферометрии. Используемый метод четко распознавал крупные сосуды головного мозга, такие, например, как сагиттальный синус. Измерение скорости церебрального кровотока в сосудах микроциркуляторного русла — более сложная процедура, требующая интегральной оценки части спекл-изображения, включающей множество оптически неразрешимых сосудов. В проведенных исследованиях использовались измерения скорости церебрального кровотока для двух условий: фоновая динамика и динамика после введения мезатона (длительности записей составляли 5 мин).

Сначала рассмотрим применение метода МВА в его обычном варианте, когда вычисляются стандартные отклонения детальных вейвлет-коэффициентов. Усреднение по группам животных (для каждого состояния) показывает различия в откликах макро- и микро-церебрального кровотока.

На уровне сагиттального синуса (макродинамика) значимых изменений (соответствующих  $p < 0,05$  по критерию Манна-Уитни) не обнаружено независимо от уровня разрешения. Однако динамика микро-церебрального кровотока обнаруживает существенные различия между состояниями для всех рассматриваемых частотных диапазонов.

Здесь наиболее заметные различия наблюдаются для уровня разрешения  $j = 4$  ( $0,0058 \pm 0,0006$  после введения мезатона по сравнению с  $0,0039 \pm 0,0004$  для фоновых записей). Эти результаты явно согласуются с предыдущими исследованиями динамики церебрального кровотока при фармакологически индуцированной острой гипертензии, проведенными с использованием мультифрактального формализма на основе вейвлетов. Таким образом, обычно используемый многомасштабный вейвлет-анализ способен различать реакции макро- и микро-церебрального кровотока и подтверждает, что предположение об отсутствии существенных реакций

кровотока в мозге при периферическом повышении артериального давления должно быть пересмотрено для случая микроциркуляции.

Применение расширенного метода МВА, комбинирующего разложение по вейвлетам и флуктуационный анализ коэффициентов детализации на разных уровнях разрешения, позволяет получить результаты, которые несколько отличаются. В случае микроциркуляции различия менее выражены по сравнению с использованием стандартных отклонений вейвлет-коэффициентов. Кроме того, никаких существенных изменений не выявлено на уровнях разрешения  $j = 3$  и  $j = 4$ , что можно интерпретировать как снижение диагностических возможностей данного метода по сравнению с более простым подходом МВА, применяющим стандартные отклонения вейвлет-коэффициентов. Однако, при этом обнаруживается улучшение диагностики откликов на макроскопическом уровне крупных сосудов (сагиттального синуса)–рисунок 1.

На уровне разрешения  $j = 3$  скейлинговый показатель существенно возрастает ( $0,34 \pm 0,06$  для фоновых измерений и  $0,62 \pm 0,06$  после введения мезатона). Поскольку различий в дисперсии коэффициентов детализации нет, можно объяснить этот эффект перестройкой (упорядочением) коэффициентов разложения без ярко выраженного изменения энергий/амплитуд сопутствующих процессов. Последнее показывает, что оба метода, обычный и расширенный МВА, описывают разные особенности структуры сигналов, которые могут быть полезны для диагностических целей. Это означает, что ни один из таких методов не является предпочтительным, но учет различных особенностей сложной структуры наборов физиологических данных расширяет понимание структурных изменений, вызываемых отдельными физиологическими состояниями. С точки зрения характеристики переходных процессов между физиологическими состояниями важно знать, какой объем информации (с точки зрения объема выборки) необходим, чтобы четко различать отдельные типы сложной динамики.

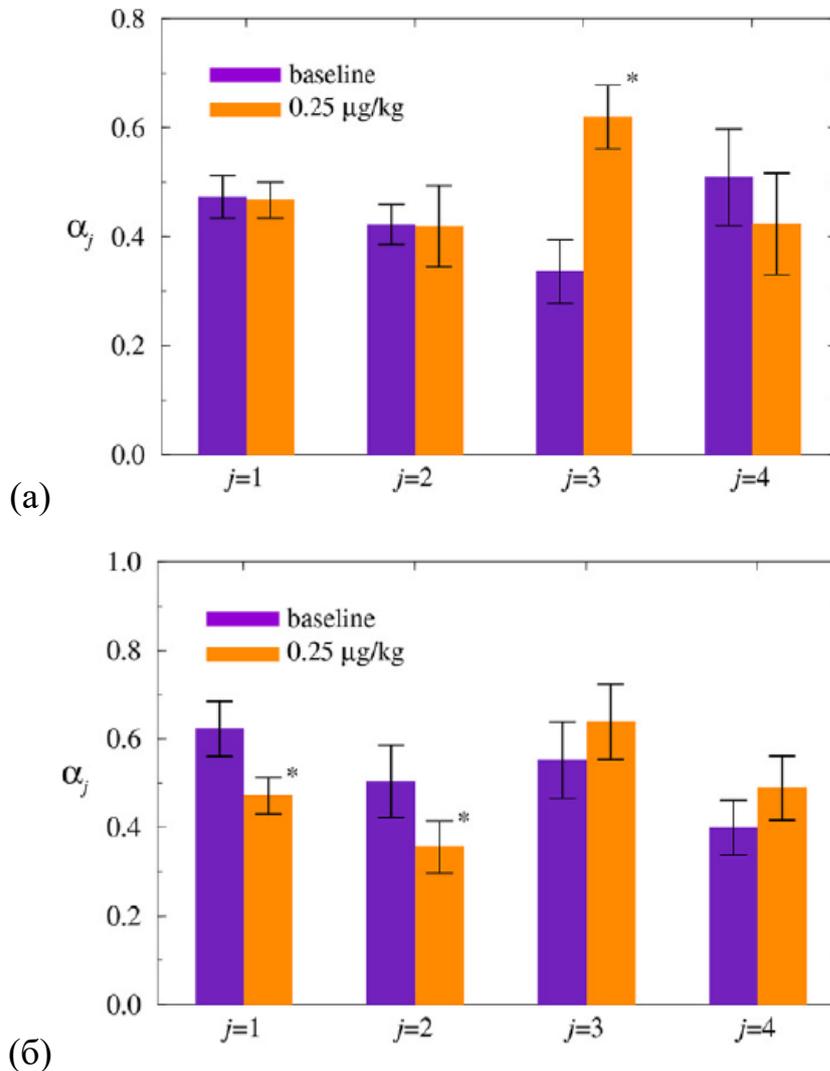


Рисунок 1 – Статистический анализ динамики относительной скорости церебрального кровотока для макро-церебральной динамики (а) и микро-церебральной динамики (б) с использованием скейлинговых показателей расширенного метода МВА. Результаты приведены в виде средних значений вместе со стандартными отклонениями от среднего. Звездочками отмечены значительные различия между состояниями (согласно статистическому тесту Манна-Уитни)

Для этого был выбран уровень разрешения  $j = 1$  и применен метод МВА для сигналов разной длины, связанных с фоновой динамикой церебрального кровотока в капиллярной сети и после резкого изменения периферического артериального давления. Значительные различия между

состояниями наблюдаются для относительно больших наборов данных. Ограничения, вызванные короткими наборами данных, проявляются для сигналов с числом отсчетов менее 100, и эту длину можно рассматривать как нижний предел требуемых измерений, выполняемых для исследования динамики церебрального кровотока (для приложений ДВП, где длина набора данных обычно выбирается равной  $2^n$ , эта минимальная длительность составляет 128 отсчетов). Аналогичные оценки были получены при применении расширенного метода МВА к сигналам относительной скорости микро-церебрального кровотока ( $j = 1$ ).

По аналогии со стандартным вариантом МВА, для сигналов, превышающих 128 отсчетов, существуют значительные различия между состояниями, но уменьшение длины временного ряда влияет на эффективность метода. Это хорошо согласуется с оценками для метода DFA, в рамках которого для изучения особенностей далекодействующих корреляций в данных требуются сигналы длительностью не менее 100 отсчетов.

Следует отметить, что МВА является многоэтапной процедурой разложения сигнала, и количество коэффициентов детализации уменьшается вдвое после каждого этапа. Поэтому при рассмотрении различий, связанных с более высокими уровнями разрешения, мы должны учитывать эту особенность МВА. В последнем случае необходимо увеличить длину исходного набора данных, чтобы получить необходимое количество коэффициентов разложения при требуемом уровне разрешения (каждый последующий уровень требует удвоенной длины сигнала по сравнению с предыдущим разрешением).

### **Влияние уровня шума на результаты расширенного метода МВА.**

Поскольку уровень шума в экспериментальных исследованиях оценить сложно, были проведены дополнительные исследования на модельных системах. В качестве модели была выбрана модель двух связанных систем

Рёсслера, которая описывает разнообразие сложных автоколебательных режимов, включающее синхронные хаотические колебания с разными фазовыми сдвигами, асинхронные хаотическими колебаниями и гиперхаотическую динамику. В данной работе изучаются разные колебательные режимы на основе последовательностей времен возврата в сечение Пуанкаре.

Чтобы усложнить задачу распознавания режима (хаос или гиперхаос), к последовательностям времен возврата добавлялся белый шум с различной интенсивностью  $I$  или цветной шум (мы использовали  $1/f$ -шум). Поскольку методы на основе МВА лучше подходят для наборов данных из  $N = 2^k$  выборок, использовалась выборка  $N = 65536$ .

Для детерминированной динамики модели наблюдается заметное различие между свойствами хаотических и гиперхаотических колебаний. В частности, они надежно распознаются по стандартным отклонениям детальных вейвлет-коэффициентов обычного метода МВА и показателей скейлинга расширенного метода для уровня разрешения  $j = 1$ . При добавлении белого шума и увеличении его интенсивности возможности диагностики становятся различными. Для стандартных отклонений вейвлет-коэффициентов наблюдается увеличение  $\sigma_1$  для обоих типов сложных движений. Несмотря на то, что зависимости  $\sigma_1(I)$  различны во всем диапазоне  $I$ , разделение хаотической и гиперхаотической динамики при  $I > 0,4$  становится неоднозначным (не описываемым простым условием пересечения порогового значения), а аттракторы могут быть перепутаны, если связанные с ними наборы данных содержат разные уровни измерительного шума. Следовательно, мы можем диагностировать режим динамики по зашумленным последовательностям времен возврата, если измерительный шум имеет примерно одинаковую интенсивность, но даже в этом случае нам нужно ввести довольно сложную границу между результатами для этих режимов, которая зависит от интенсивности шума.

Для скейлинговых показателей метода DFA, вычисляемых в рамках расширенного метода МВА, разделение режимов осуществить проще, а границу между областями, соответствующими хаотическим и гиперхаотическим колебаниям, можно ввести так, чтобы она не зависела от  $I$ .

Аналогичные результаты получаются и для других уровней разрешения. Проведенные расчеты подтверждают, что скейлинговые показатели DFA позволяют лучше разделять сложные режимы, связанные с переходами хаос-гиперхаос, независимо от интенсивности шума в рассмотренном диапазоне. В отличие от постоянных значений  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , которые позволяют четко различать хаотические и гиперхаотические движения по зашумленным последовательностям времен возврата, использование стандартных отклонений требует более сложной границы между областями, связанными с этими режимами.

Рассмотрение других вариантов статистики шума подтверждает выводы для случая нормально распределенного случайного процесса. Результаты подтверждают, что рассмотрение расширенного метода МВА может быть предпочтительнее использования традиционно используемого подхода МВА со стандартными отклонениями детальных вейвлет-коэффициентов. Однако следует указать не только на преимущества расширенного метода, но и на его ограничения. Основное ограничение связано с относительно длинными наборами данных для охвата широкого диапазона масштабов. Каждый последующий этап разложения в рамках МВА уменьшает количество детальных вейвлет-коэффициентов вдвое, поэтому наборы данных, используемые для более высоких уровней разрешения, значительно сокращаются. В случае стандартных отклонений это уменьшение менее критично, так как не требуется значительного объема данных. При вычислении показателей скейлинга DFA длина набора данных должна быть достаточно большой, чтобы охватить область дальних корреляций (обычно не менее 100 отсчетов, и это значение увеличивается в зависимости от особенностей динамики). Следовательно, необходимо иметь

значительный объем данных, чтобы охватить широкий диапазон временных масштабов (или частотных диапазонов).

В выпускной квалификационной работе рассматривалась проблема изучения возможностей расширенного варианта многомасштабного вейвлет-анализа сигналов при диагностике режимов сложной динамики по временным рядам, а также сопоставление традиционно используемого и расширенного методов МВА.

Были рассмотрены переходные процессы в физиологических системах на примере цереброваскулярного кровотока. На примере фармакологически индуцированной гипертензии у крыс проведено сравнение, как быстрое повышение периферического артериального давления влияет на динамику церебрального кровотока в крупных (артерии/вены) и мелких сосудах (капиллярах).

На примере анализа хаотических и гиперхаотических режимов по зашумленным последовательностям времен возврата отмечены преимущества расширенного метода МВА.

### **СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

- [1] Daubechies, I. Tenlecturesonwavelets / I. Daubechies. – Philadelphia:S.I.A.M., 1992.
- [2] Meyer, Y. Wavelets: Algorithms and applications / Y. Meyer. –Philadelphia: S.I.A.M., 1993.
- [3] Mallat, S. G. A wavelet tour of signal processing / S. G. Mallat. – NewYork: Academic Press, 1998.
- [4] Pavlov, A. N. Enhanced multiresolution wavelet analysis of complex dynamics in nonlinear systems / A. N.Pavlov, O. N.Pavlova, O. V. Semyachkina-Glushkovskaya, J. Kurths // Chaos. – 2021. – Vol. 31. – P. 043110.