

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

Вейвлет анализ изображений

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента(ки) 4 курса 4032 группы
направления 03.03.03 Радиофизика
Института физики
Рычева Ильи Сергеевича

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ Т.Е. Вадивасова

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент _____ Г.И. Стрелкова

Саратов 2023 г.

Введение

Проблема изображений существует в компьютерной графике с самого ее начала. Применение многих современных методов обработки изображений, таких как очистка шума, компрессия, реконструкция, выделение основных компонент и другие, оказывается трудным без использования мощного математического аппарата.

В настоящее время, когда количество графических данных и изображений значительно увеличилось, вейвлет-анализ рассматривается как один из самых мощных методов для обработки и анализа изображений и сигналов.

Особенность вейвлет-анализа заключается в его способности адаптироваться к разным частотам, что позволяет эффективно выделять особенности изображений и сокращать объем передаваемых данных без потери информации.

Одним из основных методов сжатия изображений является метод субдискретизации, который позволяет адаптироваться к разным частотам изображения и выделять его особенности. Этот метод основан на преобразовании Фурье, который позволяет разложить изображение на набор частотных компонент. Затем, используя методы квантования и кодирования, мы можем сократить объем передаваемых данных, удаляя менее значимые частоты, которые не влияют на визуальное восприятие изображения.

Существует множество практических применений для вейвлет-анализа в компьютерной графике. Некоторые из них включают:

1. Сжатие изображений: вейвлет-анализ используется для сжатия изображений без потери качества. Благодаря этому методу можно значительно уменьшить размер изображения, не утратив детали.
2. Удаление шума: вейвлет-анализ позволяет удалить шум на изображении подходящим образом, определяя компоненты сигнала с высокой частотой и те, которые связаны со шумом.

3. Определение особых точек: вейвлет-преобразование используется для определения особых точек в изображении, таких как границы объектов, места пересечения и края линий.
4. Анализ формы: вейвлет-анализ может быть использован для анализа формы объектов на изображении и автоматического классифицирования объектов по форме.

Целью выпускной квалификационной работы является поиск достоинств и недостатков вейвлет-анализа по сравнению с другими методами анализа сигналов и изображений.

Краткие теоретические сведения

Перевод слова "wavelet" с французского "ondelette" означает "короткую (маленькую) волну". В различных зарубежных статьях на русский язык можно встретить также термины: "всплеск", "всплесковая функция", "маловолновая функция".

Развитие технологий вейвлетов началось в середине 80-х - 90-х годов прошлого века, хотя первый тип вейвлета был описан еще в 1909 году ученым Хааром. Многие типы и семейства вейвлетов были названы именами ученых, которые внесли большой вклад в разработку теоретических основ вейвлетов: Мейер, Добеши, Маллат.

Сравним вейвлет с синусоидальной волной, которая является основой анализа Фурье. Синусоиды не имеют ограниченной длительности – они продолжаются от минус до плюс бесконечности. И где синусоиды гладкие и предсказуемые, вейвлеты стремятся быть неровными и асимметричными.

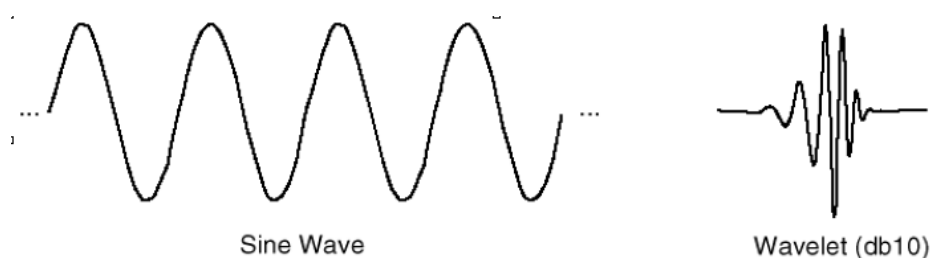


Рисунок 1 – Фрагмент синусоиды (а) и вейвлет-функция (б)

Преобразование Фурье является математической операцией, которая позволяет перевести функцию из временной области в частотную область.

Процесс преобразования Фурье заключается в следующем. Для заданной функции $f(t)$ мы интегрируем ее произведение с экспонентой $e^{-i\omega t}$ по всему временному интервалу $(-\infty, \infty)$:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (1)$$

Значение $F(\omega)$ представляет собой спектральное содержание функции $f(t)$ при частоте ω . Таким образом, преобразование Фурье позволяет разложить функцию на ее спектральные компоненты.

Обратное преобразование Фурье позволяет восстановить исходную функцию $f(t)$ из ее спектральных компонент:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (2)$$

Здесь $F(\omega)$ - спектральная плотность функции $f(t)$ при частоте ω . Процесс обратного преобразования Фурье заключается в интегрировании произведения спектральной плотности $F(\omega)$ с экспонентой $e^{-i\omega t}$

по всему спектральному интервалу $(-\infty, \infty)$. Результатом является восстановленная функция $f(t)$

Формула вейвлет-преобразования имеет вид:

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (3)$$

Здесь $f(t)$ - исходная функция, $\psi(t)$ - вейвлет-функция, a - масштаб, b - сдвиг.

Для обратного вейвлет преобразования формула будет иметь вид:

$$x(t) = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{2^j-1} \langle x, \psi_{j,k} \rangle \psi_{j,k}(t) + \langle x, \phi \rangle \phi(t) \quad (4)$$

Здесь $x(t)$ - исходный сигнал $\psi_{j,k}(t)$ -вейвлет-функции, $\phi(t)$ - функция низких частот, J -количество уровней декомпозиции, $\langle x, \psi_{j,k} \rangle$ $\langle x, \phi \rangle$ -вейвлет-коэффициенты.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Сжатие изображений. Вейвлет-функция создается путем дополнительных функций (обычно это две функции), что переводится в "вейвлет" с ограниченной продолжительностью. Сформированный вейвлет-функцией сигнал проходит через алгоритм разложения вейвлет-преобразования. На этом этапе входной сигнал декомпозируется на две части: детализированный коэффициент (разница между сигналом и предыдущим уровнем) и коэффициенты приближения (в виде суммы вейвлет-функций). Каждый полученный уровень детализации и приближения можно дополнительно разбить на еще более мелкие уровни вейвлет-преобразования, повторяя процесс на каждом уровне. Обратное преобразование, которое включает в себя восстановление сигнала из полученных коэффициентов. В этом процессе коэффициенты приближения объединяются с коэффициентами детализации, позволяя полностью восстановить исходный сигнал.

Фильтрация шума. Основным преимуществом фильтрации шума с помощью вейвлет-анализа является сохранение деталей на изображении в отличие от других методов, таких как фильтрация среднего значения и медианная фильтрация. Фильтрация среднего значения и медианная фильтрация могут некоторые детали изображения оставить неопределенными или сильно размытыми после фильтрации.

Разложение сигнала на составляющие: исходный сигнал разбивается на несколько составляющих с разными частотами и разрешениями. Это делается путем свертки исходного сигнала с функцией вейвлета на разных уровнях масштабирования и сдвига. Результат свертки представляет собой коэффициенты детализации и приближения для каждого уровня.

Отбрасывание деталей: детализационные коэффициенты, относящиеся к низким частотам и высокому разрешению, могут быть отброшены, чтобы сохранить только слой приближения. Это позволяет снизить размер данных без потери значительной части информации.

Фильтрация шума: если сигнал содержит шумы, то можно применить дополнительный этап фильтрации, чтобы снизить их влияние. Для этого можно использовать фильтр Гаусса или медианный фильтр

Детектирование границ объектов. Один из наиболее распространенных методов детектирования границ объектов с использованием вейвлетов — это алгоритм Канни (Canny edge detection). Задача алгоритма Канни состоит в том, чтобы выделить контуры объектов на изображении и при этом минимизировать количество ложных срабатываний. Алгоритм Канни включает в себя следующие шаги

1 Фильтрация.

Фильтрация происходит с помощью фильтра Гаусса она нужна для сглаживания изображения и перевод его в оттенки серого

$$B = \frac{1}{159} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 & 4 & 2 \\ 4 & 9 & 12 & 9 & 4 \\ 5 & 12 & 15 & 12 & 5 \\ 4 & 9 & 12 & 9 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 4 & 2 \end{bmatrix} * A \quad (5)$$

2 Поиск градиента.

Границы на изображении могут быть в разных направлениях, поэтому алгоритм использует 4 фильтра для обнаружения вертикальных и горизонтальных границ.

Воспользуемся оператором обнаружения градиента, например Собеля

$$G_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad G_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Слева для оси x справа для оси y
для поиска амплитуды используем формулу

$$\text{Edge_Gradient}(G) = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \quad (7)$$

Для поиска угла используем формулу

$$\text{Angle}(\theta) = \left(\frac{G_y}{G_x} \right) \quad (8)$$

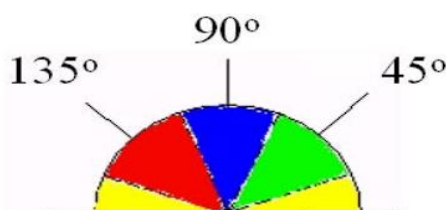


рис.12-диаграмма градусов в зависимости от цвета.

Угол приравнивается к одному из значений на диаграмме либо 135 либо 90 или 45 градусов

К примеру у нас есть часть изображения

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 4 \\ 6 & 3 & 2 \\ 7 & 8 & 6 \end{bmatrix} \quad (9)$$

используя оператор Собеля для поиска градиента, получим

$$G_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 9 & 4 \\ 6 & 3 & 2 \\ 7 & 8 & 6 \end{bmatrix} = 6 \quad (10)$$

для оси x

$$G_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \cdot I = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 9 & 4 \\ 6 & 3 & 2 \\ 7 & 8 & 6 \end{bmatrix} = -6 \quad (11)$$

для оси y

получили два числа 6 и -6

подставляем в формулы для поиска амплитуды и угла

$$G = \sqrt{36 + 36} = 8,48 \quad (12)$$

$$\theta = \frac{-6}{6} = 135^\circ \quad (13)$$

подставив это в изображение получим изображение, в котором в каждом пикселе будет написано значение градиента а также под каким углом направлен градиент

3 Подавление немаксимумов

Задачей на данном шаге сделать границу тонкой в 1 пиксель для этого требуется убрать пиксель С и пиксель В и оставить пиксель А поскольку градиент перпендикулярен границе то требуется анализировать пиксели вдоль градиента и либо оставлять, либо убирать их

4 Двойная пороговая фильтрация

При двойной пороговой фильтрации в алгоритме Кэнни для обнаружения границ в изображениях, пороги определяются эмпирически на основе анализа характеристик изображения и шума.

Первый порог — это порог превышения (high threshold), который определяет минимальную яркость, при которой пиксель может считаться граничным. Этот порог выбирается таким образом, чтобы отфильтровывать большую часть шумов на изображении и сохранять только наиболее сильные границы. Обычно, значение устанавливается в диапазоне от 20% до 30% от максимального значения пикселя на изображении.

Второй порог — это порог определения (low threshold), который определяет минимально допустимую яркость, при которой пиксель рассматривается как часть границы. Этот порог выбирается таким образом, чтобы сохранять даже слабые границы, которые могут быть скрыты за шумом или некоторыми другими слабыми границами. Обычно, значение устанавливается в диапазоне от 10% до 20% от максимального значения пикселя на изображении.

После того как пороги выбраны, каждый пиксель, который превышает порог превышения, рассматривается как начало границы.

Затем, алгоритм проходится через все оставшиеся пиксели, чтобы связать их с начальной границей, если их яркость превышает порог определения каждый пиксель сверяется с нижним порогом, к примеру первый пиксель 20 он меньше порога поэтому обращается в ноль. Для пикселей, которые больше нижнего и меньше верхнего порога ничего не применяется, и они остаются как есть Пиксели выше порога приравниваются к 255.

Определение границ с помощью вейвлета Хаара. Для определения границ с помощью вейвлета, возьмем вейвлет Хаара. При использовании вейвлета Хаара для обнаружения границ на изображениях, изображение разбивается на блоки размером 2x2 пикселя. В каждом блоке вычисляется разность между средним значением пикселей и значениями пикселей в каждой позиции, что дает информацию об изменении яркости на границах объектов на изображении.

Затем вейвлет Хаара применяется к каждому блоку, чтобы вычислить коэффициенты вейвлет-разложения. Эти коэффициенты представляют различные частоты контрастных компонент изображения, их масштаб и направление. Они позволяют идентифицировать наличие границы в каждом блоке изображения путем анализа различных свойств этих коэффициентов.

Для определения границ на изображении пороговый метод используется для отсека вейвлет-коэффициентов, которые относятся к шуму или не имеют отношения к границам. Затем последовательность границ формируется путем соединения релевантных вейвлет-коэффициентов.

Исходя из проделанной работы можно сказать что, форматы JPEG и JPEG 2000 имеют свои преимущества и недостатки, и выбор между ними будет зависеть от конкретных потребностей пользователя.

Вейвлет-преобразование более эффективно в фильтрации шума, чем преобразование Фурье, из-за возможности локализации шума и проведения многомасштабной декомпозиции.

Метод Канны обеспечивает точное обнаружение границ, но может быть чувствителен к шуму, тогда как метод вейвлета Хаара более эффективен в обработке изображений со шумом и имеет более быстрое время выполнения. В целом, каждый метод или формат будет подходить для конкретной задачи и зависеть от индивидуальных характеристик изображения или сигнала. Однако, проведенное сравнение может помочь выбрать оптимальный метод или формат для конкретной задачи и оптимизировать процесс обработки данных

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Малла С. - Вэйвлеты в обработке сигналов.
2. Добеши И.- Десять лекций по вейвлетам.
3. Э.Столниц, Т.ДеРоуз, Д.Салезин - Вейвлеты в компьютерной графике (теория и приложения).
4. Чуи К. - Введение в вэйвлеты.
5. М. П. Шлеймович, А. П. Кирпичников, С. А. Ляшева,
М. В. Медведев-ВЫДЕЛЕНИЕ ГРАНИЦ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ НА ОСНОВЕ
МОДЕЛИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ
6. Zhang Xiaofeng, Zhang Yu, Zheng* Ran -Image edge detection method of
combining wavelet lift with Canny operator/
7. Jianjia Pan-Edge Detection Combining Wavelet Transform and Canny Operator
Based on Fusion Rules.
8. Маврин Е.М.-СРАВНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ВЫДЕЛЕНИЯ КОНТУРОВ НА
ЦИФРОВОМ ИЗОБРАЖЕНИИ И ВЫБОР НАИЛУЧШЕГО АЛГОРИТМА ДЛЯ
РЕАЛИЗАЦИИ НА ПЛИС.
9. Гизатуллин З.М., Ляшева С.А., Морозов О.Г., Шлеймович М.П.-
Метод обнаружения контуров на основе весовой модели изображения