

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

**Влияние шума связи на стационарные кластерные структуры в сети
передемпфированных кубических осцилляторов**

студента 2 курса 2232 группы

направления 03.04.03 Радиофизика

Института физики

Борисенкова Дмитрия Владимировича

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ Т.Е. Вадивасова

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики

д.ф.-м.н., доцент _____ Г.И. Стрелкова

Саратов 2023

Введение

Изучение сложных сетей, состоящих из большого числа взаимодействующих активных элементов с различными топологиями и характеристиками связи является актуальным направлением развития науки. Сложные сети имеют широкое распространение в живой природе и технике от нейронных ансамблей до энергетических и информационных систем. В таких системах возможно наблюдать большое разнообразие динамических режимов и кластерных структур. Так, даже в ансамблях идентичных нелинейных осцилляторов с идентичными связями могут возникать сложные кластерные структуры, такие как химерные состояния, впервые описанные в некоторых работах и интенсивно исследовавшиеся в последние годы. Химерные состояния не являются объектом только теоретических построений и компьютерного моделирования. Они наблюдались в целом ряде экспериментальных исследований. Это значит, что при определенных условиях, подобного рода структуры вполне могут формироваться в реальных системах.

Исследование кольца кубических осцилляторов в присутствии шума и гармонического сигнала

Модель 1 – аддитивный шум и гармонический сигнал

$$\dot{x}_{jn} = x_j - x_j^3 + \frac{\sigma}{2P} \sum_{k=j-P}^{j+P} (x_k - \bar{x}_j) + \sqrt{2D} n_j(t) + A \cos \omega t, \quad j = 0, 1, \dots, N-1, \quad x_{\pm}(t) = x(t), \quad (1)$$

Модель 2 – мультипликативный шум

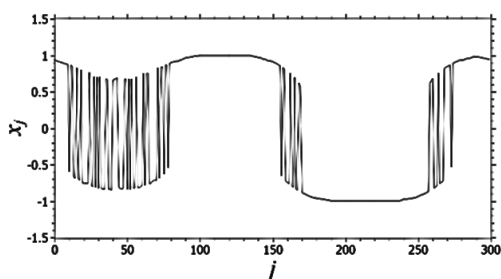
$$\dot{x}_{jn} = x_j - x_j^3 + \frac{\sigma}{2P} \sum_{k=j-P}^{j+P} (x_k - \bar{x}_j) + \sqrt{2D} x_j n_j(t) + A \cos \omega t, \quad j = 0, 1, \dots, N-1, \quad x_{\pm}(t) = x(t), \quad (2)$$

На каждый осциллятор воздействует независимый источник гауссова белого шума $n_j(t)$ и, в случае (1), один и тот же гармонический сигнал. Кольцо состоит из $N = 300$ идентичных осцилляторов. **Параметры:** P - число соседей с каждой из сторон; σ - коэффициент связи осцилляторов. D - интенсивность источников

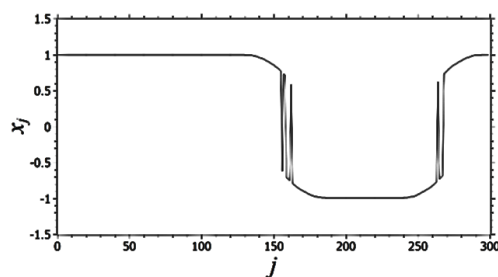
шума; A и $\omega_{\text{вн}}$ – амплитуда и частота гармонического воздействия.

Неподвижная химерная структура в кольце без воздействий.

Было рассмотрено множество пространственных структур, устанавливающихся при различных случайных начальных состояниях осцилляторов и различных значениях параметров P и D . Из них были выбраны две установившиеся неподвижные химерные структуры. Соответствующие этим структурам распределения состояний элементов использовались в качестве начальных условий при дальнейших исследованиях влияния шума и гармонического воздействия. Эти пространственные структуры приведены на Рис.1, а,б.



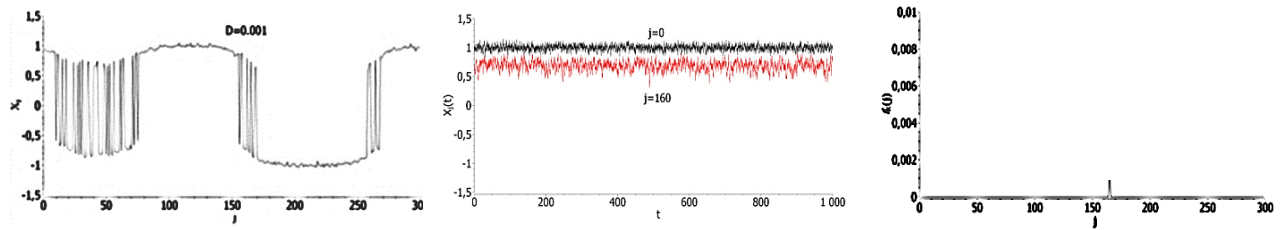
(а)



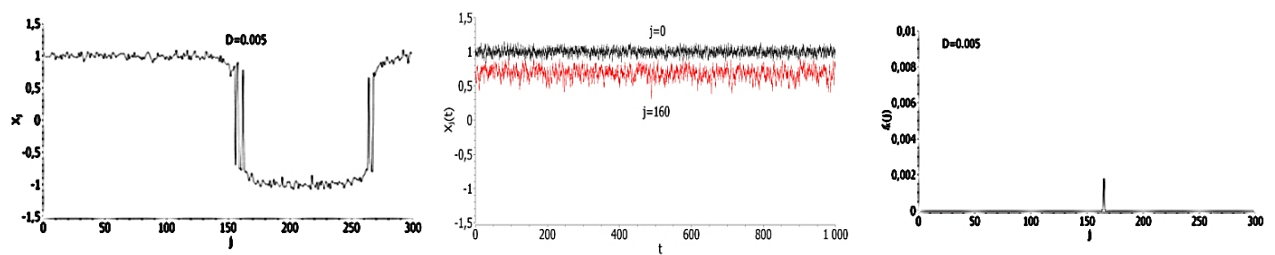
(б)

Рисунок 1. Две неподвижные химерные структуры, устанавливающиеся в системе (1) в отсутствии гармонического и шумового воздействия ($A = 0$, $D = 0$) при $P = 20$, $\sigma = 0.4$ (а) и $\sigma = 0.5$ (б)

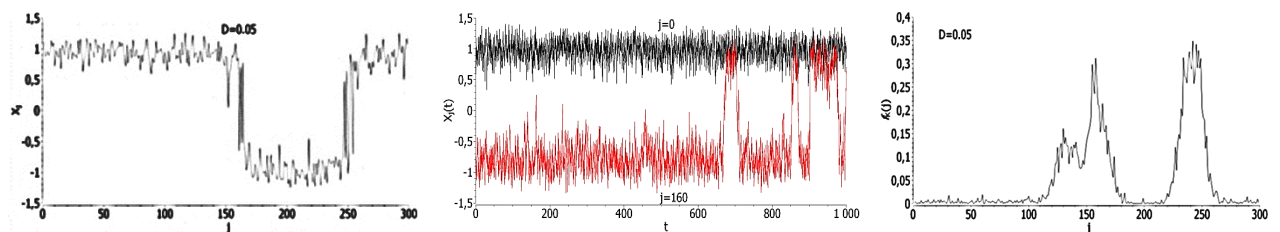
Воздействие аддитивного шума.



(a)



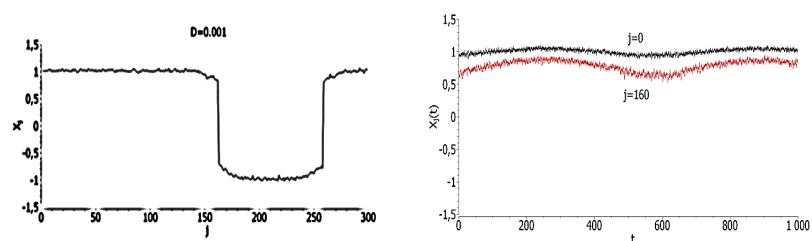
(б)



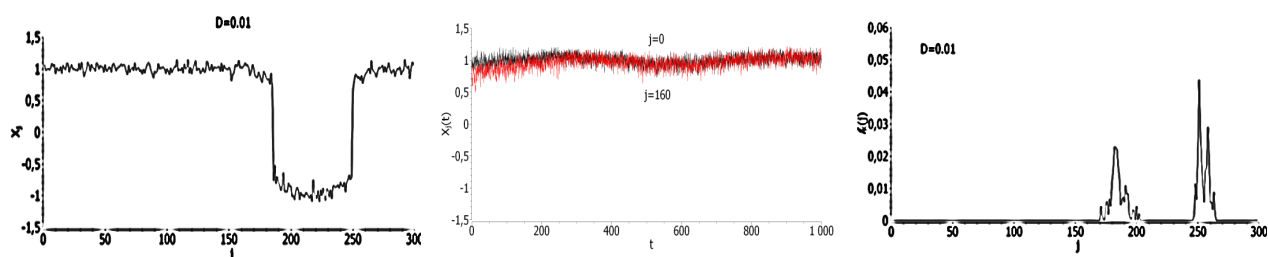
(в)

Рисунок 2. Мгновенные пространственные профили (первый столбец), стохастические колебания осцилляторов с номерами $j = 0$, $j = 160$ (второй столбец) и распределение средних частот переключений осцилляторов (третий столбец) в ансамбле (1) при $A = 0$, $P = 20$, $\sigma = 0.4$ и разных интенсивностях шумового воздействия на неподвижную химерную структуру, приведенную на Рис.2,а: $D = 0.001$ (a); $D = 0.005$ (б); $D = 0.05$ (в);

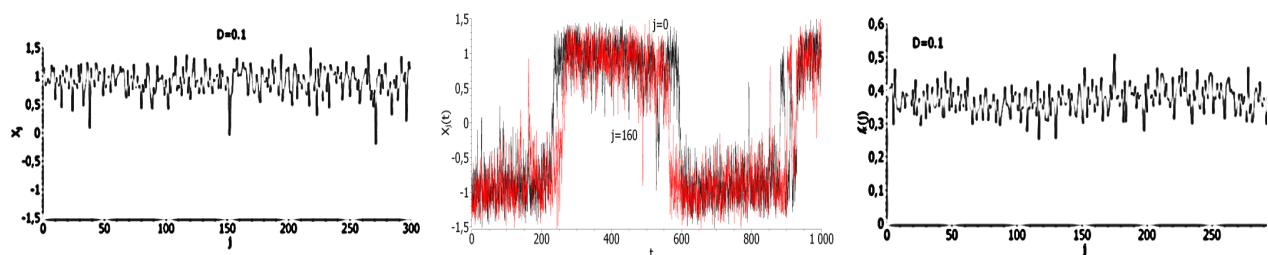
Совместное воздействие аддитивного шума и гармонического сигнала



(а)



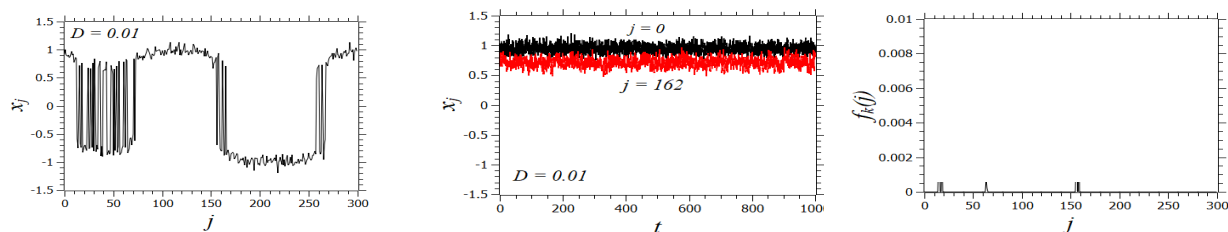
(б)



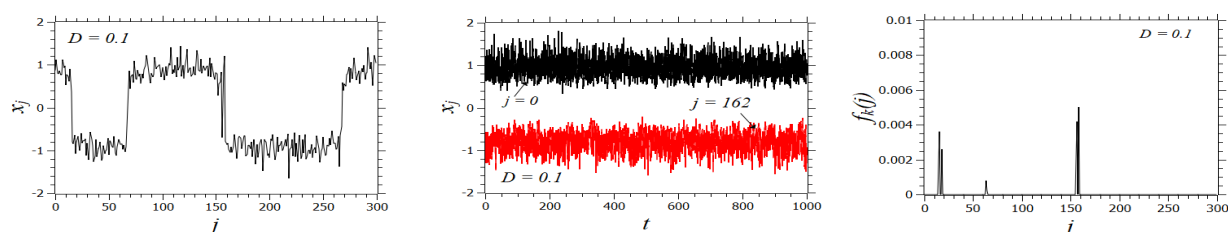
(в)

Рисунок 3. Мгновенные пространственные профили (первый столбец), периодические колебания осцилляторов с номерами $j = 0$, $j = 160$ (второй столбец) и распределение средних частот переключений осцилляторов (третий столбец) в ансамбле (1) в случае воздействия гармонического сигнала с амплитудой $A = 0.1$ и частотой $\omega_{\text{вн}} = 0.01$ и шума с различной интенсивностью D на неподвижную химерную структуру, приведенную на Рис.1,а ($P = 20$, $\sigma = 0.4$): $D = 0.001$ (а); $D = 0.01$ (б); $D = 0.1$ (в)

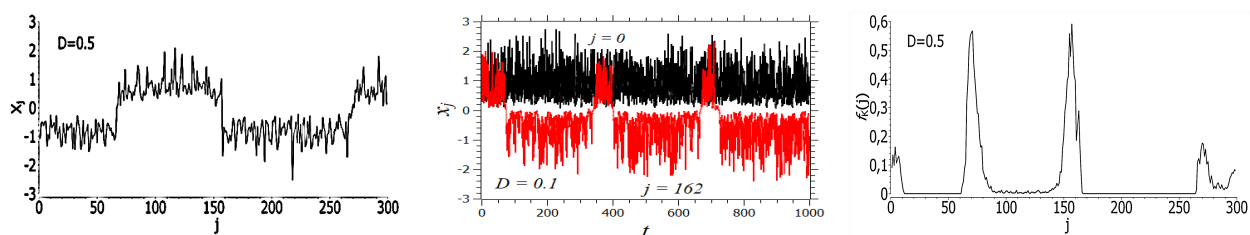
Воздействие мультипликативного шума



(а)



(б)



(в)

Рисунок 4. Мгновенные пространственные профили (первый столбец), стохастические колебания осцилляторов с номерами $j = 0$, $j = 162$ (второй столбец) и распределение средних частот переключений осцилляторов (третий столбец) в ансамбле (1) при $A = 0$, $P = 20$, $\sigma = 0.4$ и разных интенсивностях воздействия мультипликативного шума на неподвижную химерную структуру, приведенную на Рис.2,а: $D = 0.01$ (а); $D = 0.1$ (б); $D = 0.5$ (в)

Синхронизация двух колец кубических осцилляторов с шумовой связью

Модель 1 – белый шум связи с гауссовым распределением

$$\begin{aligned}\dot{x}_{j,1} &= x_{j,1} - x_{j,1}^3 + \frac{\sigma_1}{2P_1} \sum_{k=j-P_1}^{j+P_1} (x_{k,1} - x_{j,1}) + \sqrt{2D} n_j(t) (x_{k,2} - x_{j,1}), \\ \dot{x}_{j,2} &= x_{j,2} - x_{j,2}^3 + \frac{\sigma_2}{2P_2} \sum_{k=j-P_2}^{j+P_2} (x_{k,2} - x_{j,2}) + \sqrt{2D} n_j(t) (x_{k,1} - x_{j,2}), \\ j &= 0, 1, \dots, N-1, \quad x_{j \pm N, i}(t) = x_{j, i}(t),\end{aligned}$$

Каждое кольцо состоит из $N = 300$ идентичных осцилляторов с идентичной диссипативной нелокальной связью с коэффициентами σ_i , $i = 1, 2$. Источники $n_j(t)$ представляют собой независимые нормированные гауссовы источники белого шума.

Модель 2 – белый шум связи с негауссовым распределением

$$\begin{aligned}\dot{x}_{j,1} &= x_{j,1} - x_{j,1}^3 + \frac{\sigma_1}{2P_1} \sum_{k=j-P_1}^{j+P_1} (x_{k,1} - x_{j,1}) + \sqrt{2D} \cos[\varphi_j(t)] (x_{k,2} - x_{j,1}), \\ \dot{x}_{j,2} &= x_{j,2} - x_{j,2}^3 + \frac{\sigma_2}{2P_2} \sum_{k=j-P_2}^{j+P_2} (x_{k,2} - x_{j,2}) + \sqrt{2D} \cos[\varphi_j(t)] (x_{k,1} - x_{j,2}), \\ \dot{\varphi}_j &= \sqrt{2\mu} n_j(t), \quad j = 0, 1, \dots, N-1, \quad x_{j \pm N, i}(t) = x_{j, i}(t),\end{aligned}$$

Связь осуществляется с коэффициентом, задаваемым цветным негауссовым шумом. Параметр μ задает интенсивность всех источников шума $n_j(t)$.

Характеристики синхронизации

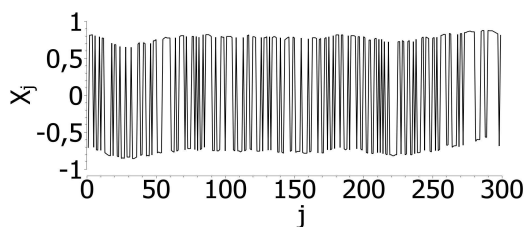
$$\delta_1 = \frac{1}{n_{\max}} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \sum_{j=0}^{N-1} (x_{j,2}(n) - x_{j,1}(n))^2, \quad \text{- погрешность синхронизации}$$

мгновенных профилей

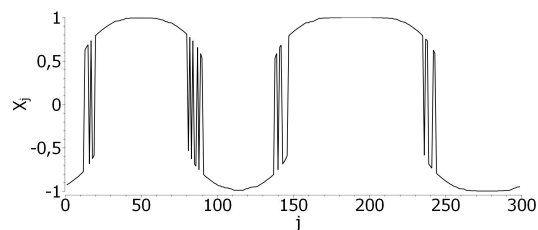
$$\delta_2 = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} (\omega_{j,2}^{cp} - \omega_{j,1}^{cp})^2 \quad \text{- погрешность синхронизации средних частот}$$

Шумовая связь (модель 1)

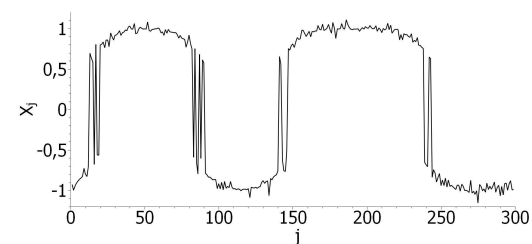
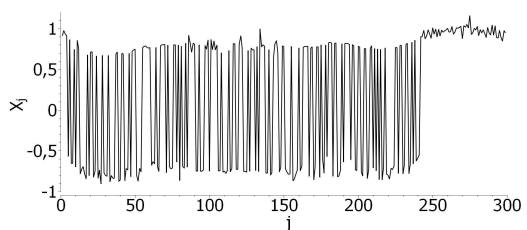
Первый слой: $P_1 = 20$



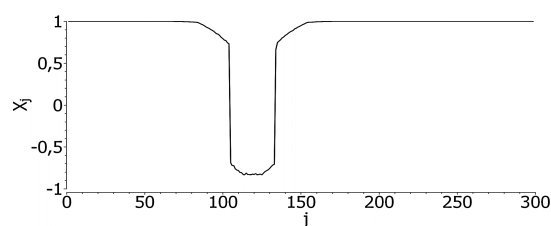
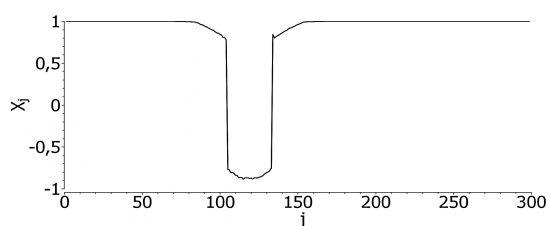
Второй слой: $P_2 = 20$



$D = 0$ (связь отсутствует)

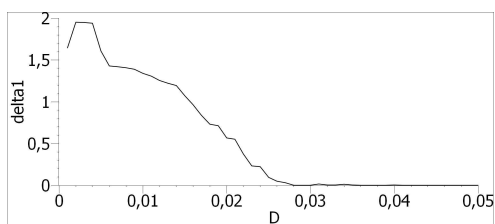


$D = 0.002$ (слабый шум связи)

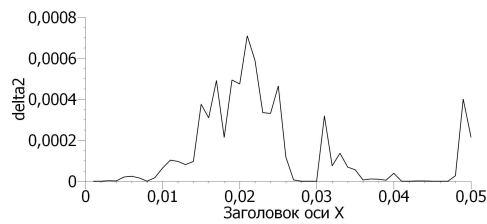


$D = 0.03$ (сильный шум связи)

(а)



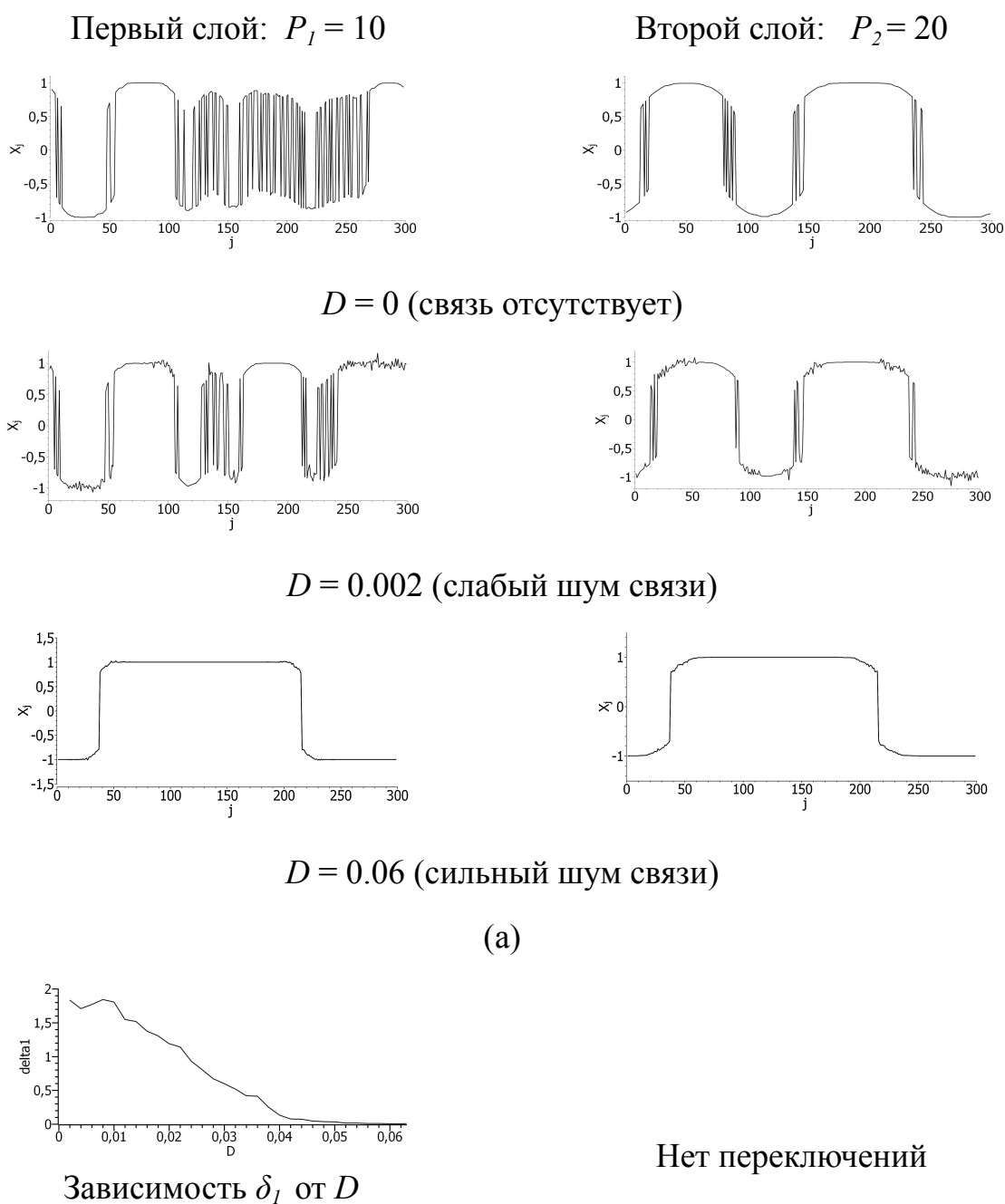
Зависимость δ_1 от D



Зависимость δ_2 от D

(б)

Рисунок 5. Структуры в слоях с параметрами $\sigma_1 = 0.4$, $\sigma_2 = 0.5$, $P_1 = P_2 = 20$ при отсутствии межслойной связи ($D = 0$) и при задании коэффициентов межслойной связи независимыми источниками гауссова белого шума с разной интенсивностью D (а) и графики зависимости погрешностей δ_1 и δ_2 от интенсивности D (б)

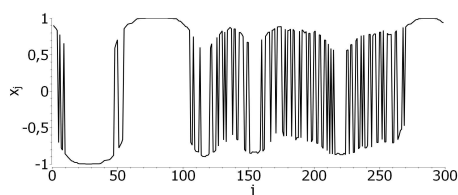


(б)

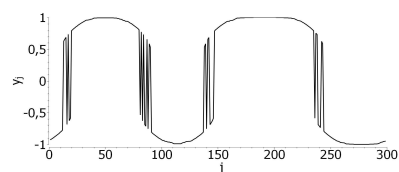
Рисунок 6. Структуры в слоях с параметрами $\sigma_1 = 0.4$, $\sigma_2 = 0.5$, $P_1 = 10$, $P_2 = 20$ при отсутствии межслойной связи ($D = 0$) и при задании коэффициентов межслойной связи независимыми источниками гауссова белого шума с разной интенсивностью D (а) и графики зависимости погрешностей δ_1 и δ_2 от интенсивности D (б)

Шумовая связь (модель 2)

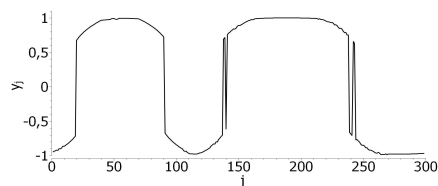
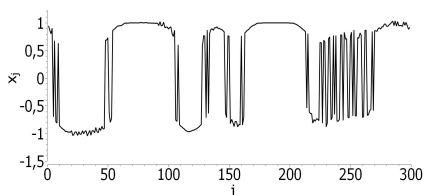
Первый слой: $P_1 = 10$



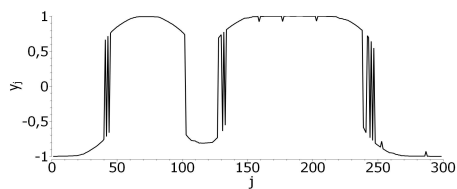
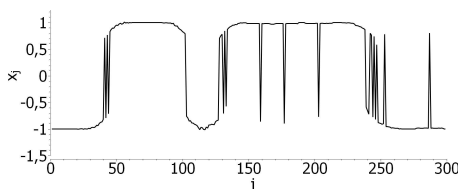
Второй слой: $P_2 = 20$



$D = 0$ (связь отсутствует)

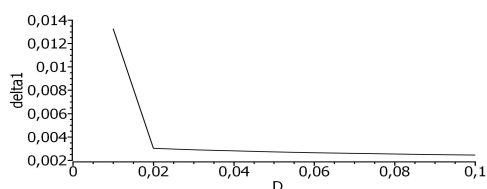


$D = 0.002$ (слабый шум связи)



$D = 0.05$ (сильный шум связи)

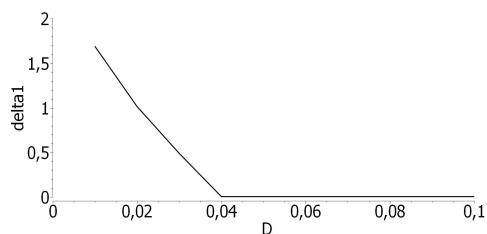
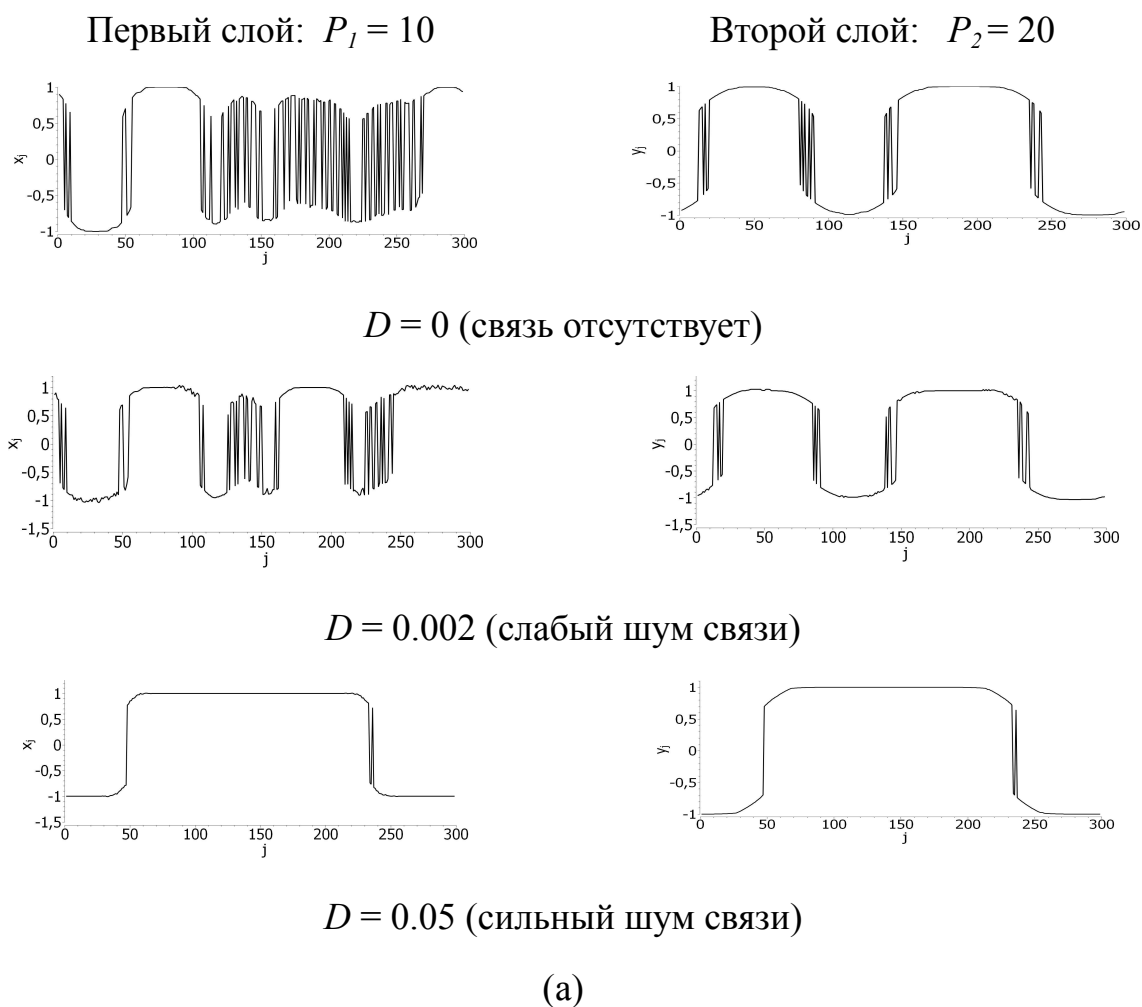
(а)



Зависимость δ_1 от D

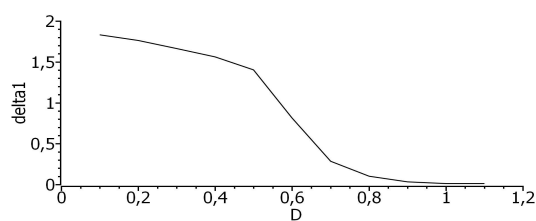
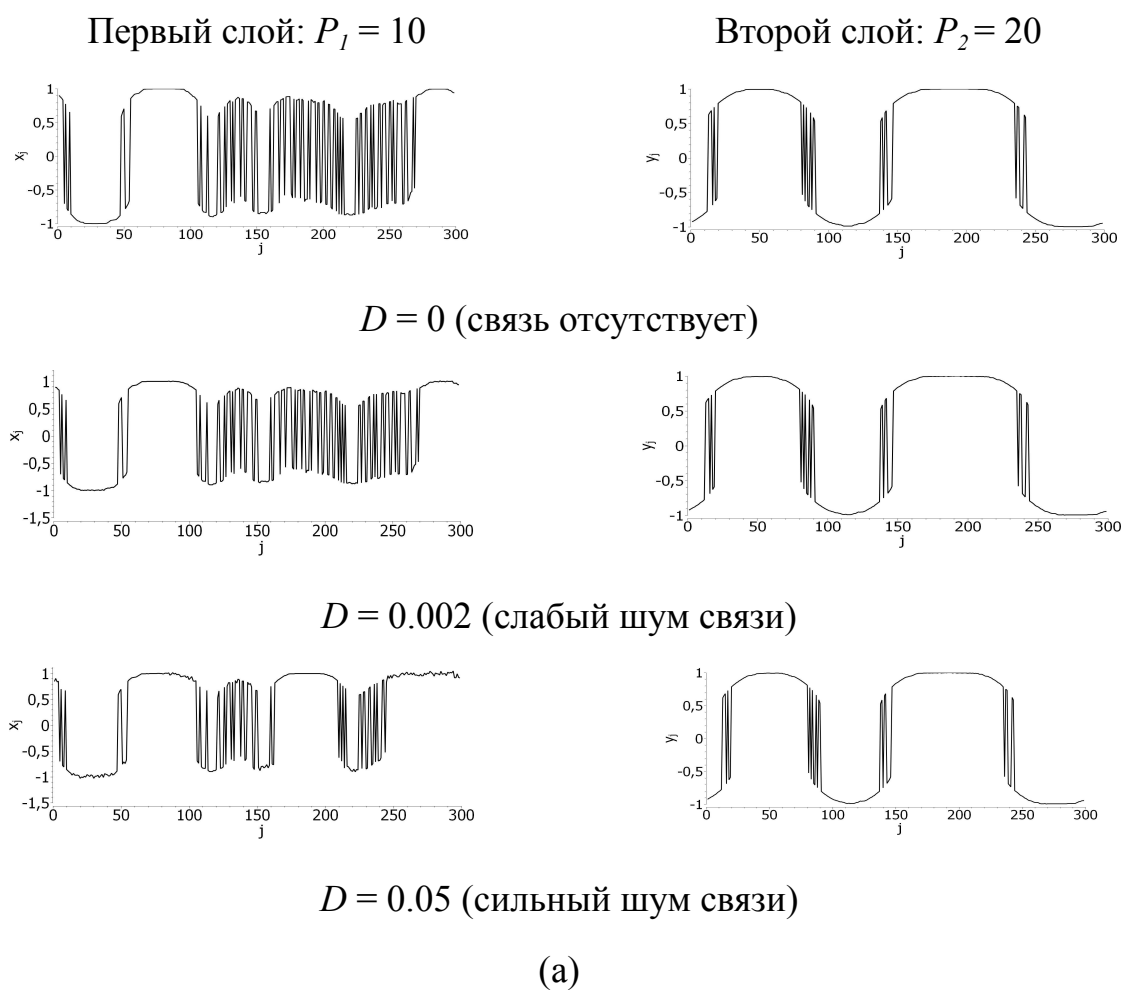
(б)

Рисунок 7. Структуры в слоях с параметрами $\sigma_1 = 0.4$, $\sigma_2 = 0.5$, $P_1 = 10$, $P_2 = 20$ при отсутствии межслойной связи ($D = 0$) и при задании коэффициентов межслойной связи ограниченным цветным шумом с полушириной спектра $\mu = 0.001$ и разной интенсивностью D (а) и графики зависимости погрешностей δ_1 от интенсивности D (б)



(б)

Рисунок 8. Структуры в слоях с параметрами $\sigma_1 = 0.4$, $\sigma_2 = 0.5$, $P_1 = 10$, $P_2 = 20$ при отсутствии межслойной связи ($D = 0$) и при задании коэффициентов межслойной связи ограниченным цветным шумом с полушириной спектра $\mu = 1$ и разной интенсивностью D (а) и графики зависимости погрешностей δ_l от интенсивности D (б)



(б)

Рисунок 9. Структуры в слоях с параметрами $\sigma_1 = 0.4$, $\sigma_2 = 0.5$, $P_1 = 10$, $P_2 = 20$ при отсутствии межслойной связи ($D = 0$) и при задании коэффициентов межслойной связи ограниченным цветным шумом с полушириной спектра $\mu = 100$ и разной интенсивностью D (а) и графики зависимости погрешностей δ_1 от интенсивности D (б)

Выводы по работе

Проведенные исследования показывают, что пространственными структурами в сети бистабильных осцилляторов и эффектом синхронизации слоев в двухслойной сети можно, в определенной степени, управлять с помощью независимых источников шума, воздействующих на осцилляторы или цепочки связи. С помощью случайных воздействий на осцилляторы в сети с кольцевой топологией и нелокальными связями, как аддитивных, так и мультипликативных, можно подавить некогерентные кластеры химероподобной структуры или полностью разрушить кластерную структуру. Пространственные структуры в двух слоях мультиплексной сети бистабильных осцилляторов могут быть синхронизованы посредством межслойной связи с коэффициентами, задаваемыми независимыми источниками шума. Эффект синхронизации наблюдается как в случае белого гауссова шума связи, так и в случае цветного негауссова шума.