МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

Формирование сложных структур в двумерной решетке нелокально связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо с отталкивающим взаимодействием

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса 2232 группы
направления 03.04.03 Радиофизика
Института физики
Елагин Александр Александрович

Научный руководитель
профессор, д.ф.-м.н., профессор ____________________ Т.Е. Вадивасова

Зав. кафедрой радиофизики
и нелинейной динамики,
д.ф.-м.н., доцент ____________________ Г.И. Стрелкова

Саратов 2023 г.

Введение

Сложное поведение ансамблей активных элементов является одним из основных направлений исследований в области нелинейной динамики. Это представляет большой интерес, связанный с вопросами моделирования реальных многокомпонентных систем и сетей в природе и технике, таких как нейронные ансамбли, клеточные ткани, сообщества живых организмов, активные графеновые пленки, электросети, компьютерные сети и т.д. Большое разнообразие различных волновых режимов и пространственных структур может быть реализовано даже в регулярно организованных распределенных системах с заданной топологией связи [1, 2]. В последние годы стали очень популярны химерные состояния, которые характерны для широкого класса ансамблей, состоящих из идентичных элементов. Химеры — это особые структуры, возникающие в результате частичной синхронизации. Их характерной особенностью является сосуществование двух типов кластеров, называемых когерентными и некогерентными. Осцилляторы, принадлежащие к когерентным кластерам, имеют сходные мгновенные состояния, в то время как состояния осцилляторов из некогерентного кластера существенно отличаются и распределены неравномерно. Начиная со знаменитой работы Курамото [3], в которой впервые было рассмотрено это поведение, существует большое количество работ, посвященных химерам, например [4, 5]. Химерные состояния наиболее типичны для ансамблей с нелокальными взаимодействиями (все работы, отмеченные выше). Химеры были обнаружены не только в одномерных ансамблях, таких как кольца с нелокальной связью, но также в двумерных и трехмерных ансамблях [6, 7] и многослойных сетях [8,9].

Интерес к химерам вызван тем фактом, что эти режимы часто реализуются в различных ансамблях нелинейных элементов разных типов. Учитывая тот факт, что химерные состояния наблюдаются и в реальных экспериментах [10], можно предположить их важную роль в живых и технических системах, состоящих из большого количества взаимодействующих активных элементов. Генератор

ФитцХью-Нагумо (ФХН) является одним из наиболее распространенных активных элементов для изучения динамики ансамбля в задачах моделирования нейронных систем. Этот генератор является одной из простейших моделей нейрона [11]. Поведение одномерных и двумерных ансамблей ФХН, а также возбудимых сред на их основе было широко исследовано (см., например, [12]). В них были обнаружены различные волновые режимы, такие как спиральные, целевые и спиралевидные волны [13]. Известно, что химерные состояния существуют в ансамблях нелокально связанных осцилляторов ФХН [14]. В частности, спиральная химера и другие сложные структуры химер были обнаружены в двумерных ансамблях [15]. В настоящей работе мы изучаем двумерную решетку нелокально связанных идентичных осцилляторов ФХН. В отличие от большей части предыдущих работ (и всех перечисленных выше работ), мы рассматриваем осцилляторы ФХН в режиме бистабильной динамики. Отдельный генератор (без взаимодействия) имеет две устойчивые точки равновесия. Ансамбли осцилляторов ФХН в бистабильном режиме детально не изучались по сравнению с возбудимыми или самоподдерживающимися режимами. В то же время они могут демонстрировать различное поведение, включая мультистабильность бегущих волн [16], пространственно-локализованные структуры активности [17] и двухъярусные химеры с особыми свойствами [18]. Изменение параметра связи (силы или интервала связи) может привести к эффективному сдвигу значений управляющих параметров парциальных генераторов (см., например, [19]). В результате генераторы ФХН могут переключаться в режим возбуждения только с одним устойчивым равновесием или в самоподдерживающийся режим.

Цель выпускной квалификационный работы состоит в исследовании синхронизации двумерной решетки нелокально связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо как в бистабильном режиме, так и в автоколебательном. Для достижения вышепоставленных целей были выполнены следующие задачи:

1) Определить основные режимы, реализующиеся в исследуемой двумерной сети осцилляторов при вариации отталкивающей силы связи и радиуса внутрислойной связи.
2) Рассмотреть и проанализировать различные типы пространственновременных поведений при фиксированных параметрах парциальных осцилляторов.
3) Исследовать системы, в которых наблюдается сдвиг парциальных элементов из-за взаимодействия осцилляторов.

Вышепоставленные задачи выполнялись численно с помощью программного обеспечения C++, Latex, Gnuplot. Раздел 1 «Синхронизация периодических колебаний в условиях концепции хаотической фазовой синхронизации» содержит теоретические сведения о фазовой синхронизации хаотических сигналов взаимодействующих осцилляторов. Нарушение фазовой синхронизации хаотических фазовокогерентных аттракторов.

Нейрон ФитцХью-Нагумо

В нелинейной динамике осциллятор ФитцХью-Нагумо (ФХН) известен как один из базовых моделей динамики нейронов. Одна из форм записи уравнений осциллятора ФХН имеет вид:

$$\varepsilon\frac{dx}{dt} = x - \alpha x^3 - y \tag{1}$$

$$\frac{dy}{dt} = \gamma x - y + \beta$$

где x - быстрая переменная активации, y - медленная переменная (ингибитор). Параметр ε определяет соотношение характерных временных масштабов. При изучении динамики возбудимых осцилляторов значение ε обычно выбирают очень малым. Параметры ε зафиксировано как ε = 0,2, т.е. оно не очень мало. Это позволяет нам ярче проиллюстрировать внутрискважинную динамику осцилляторов. Параметры α, β, γ и ε определяют динамику генератора, которые могут быть возбудимыми при одном состоянии равновесия, бистабильными при двух состояниях равновесия и самоподдерживающимся. На основе уравнения (1) строится осциллятор ФитцХью-Нагумо (рис 1.).

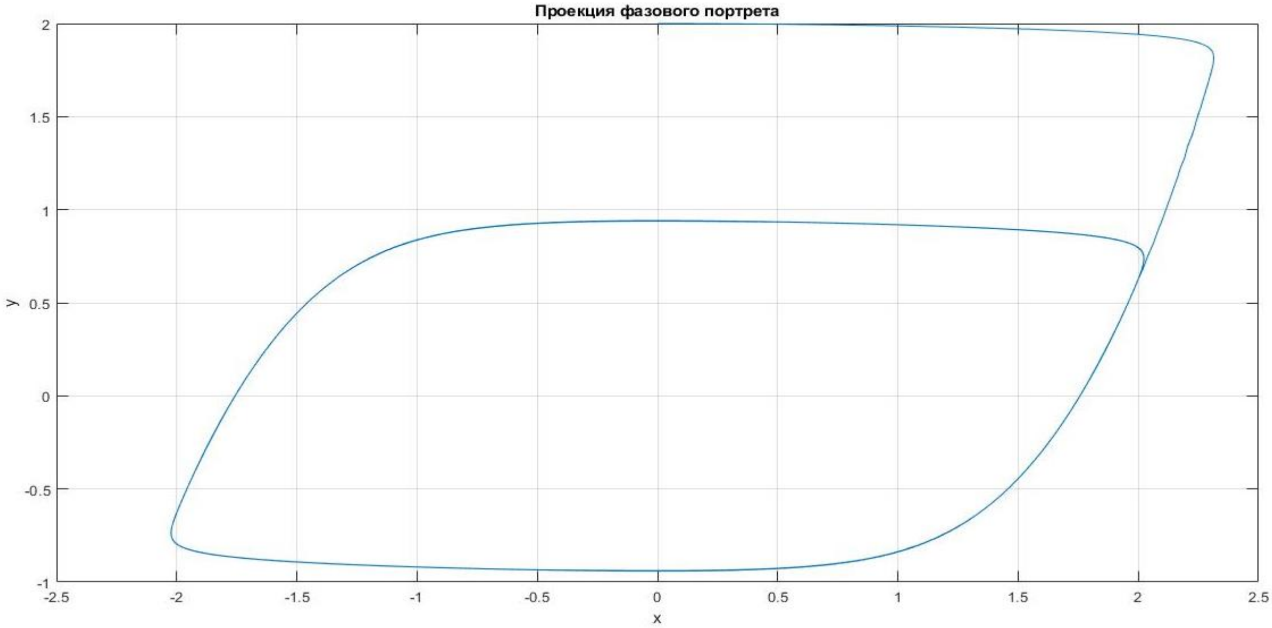

Рис 1. Проекция фазового портрета на плоскости динамических параметров x, y.

Исследуемая модель пространственно-организованного ансамбля осцилляторов, представляет собой двумерную регулярную решетку N = M = 50, состоящую из нелокально связанных осцилляторов ФХН (1). Эта решетка описывается следующей системой уравнений:

$$\varepsilon \frac{dx_{i,j}}{dt} = x_{i,j} - \alpha x_{i,j}^3 - y_{i,j} + \frac{\varepsilon\sigma}{Q} \sum_{\substack{k=i-P \\ p=j-P}}^{\substack{i+P \\ j+P}} \left(x_{k,P} - x_{i,j}\right) \tag{2}$$

$$\frac{dy_{i,j}}{dt} = \gamma x_{i,j} - y_{i,j} + \beta$$

Двойной индекс динамических переменных $x_{i,j}$ и $y_{i,j}$ с i, j = 1, . . ., N определяет положение элемента в двумерной решетке. Все генераторы идентичны, и каждый из них связан (переменной x) со всеми элементами решетки из квадрата со стороной (1 + 2P), в центре которого расположен элемент. Целое число P определяет нелокальность связи. Иными словами, это интервал взаимодействия. Значение P определяет число Q = (1 + 2P)*2 − 1 соседей, с которыми взаимодействует каждый элемент. Параметры осцилляторов были фиксированы: ε = 0.2 γ = 0.8 β = 0.001 что соответствовало возбудимому режиму (бистабильному). Начальные условия были выбраны случайным образом и зафиксированы. Граничные условия по обоим направлениям полагались периодическими.

При изменении параметров силы отталкивающей связи и радиуса связи были зафиксированы три типа поведения.

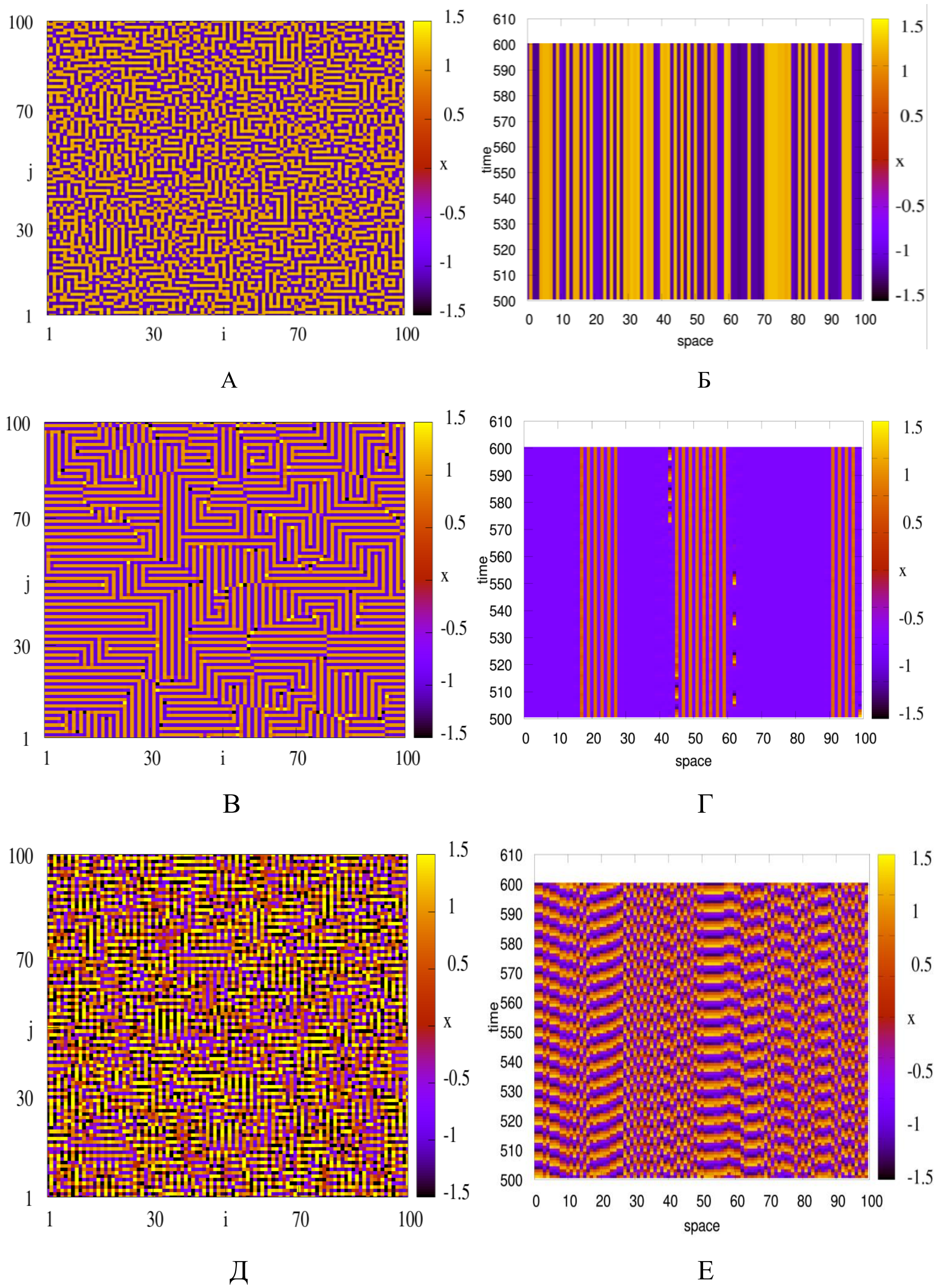

Рис 2. А, В, Д – диаграмма мгновенных состояний; Б, Г, Е пространственно-временная динамика системы.

При изменении силы отталкивающей связи и интервала связи наблюдаются только три качественных режима поведения решетки: А, Б – неподвижные лабиринтообразные структуры; В, Г - лабиринтообразные структуры с уединенными состояниями, в которых наблюдаются периодические спайки; Д, Е – режим бегущих волн. Лабиринтообразные структуры характерны для сильной отталкивающей связи, а волновые режимы возникают при слабой отталкивающей связи; Переход от лабиринтообразных неподвижных структур к волновым режимам происходит через возникновение всё большего числа уединенных состояний, в которых наблюдаются периодические спайки.

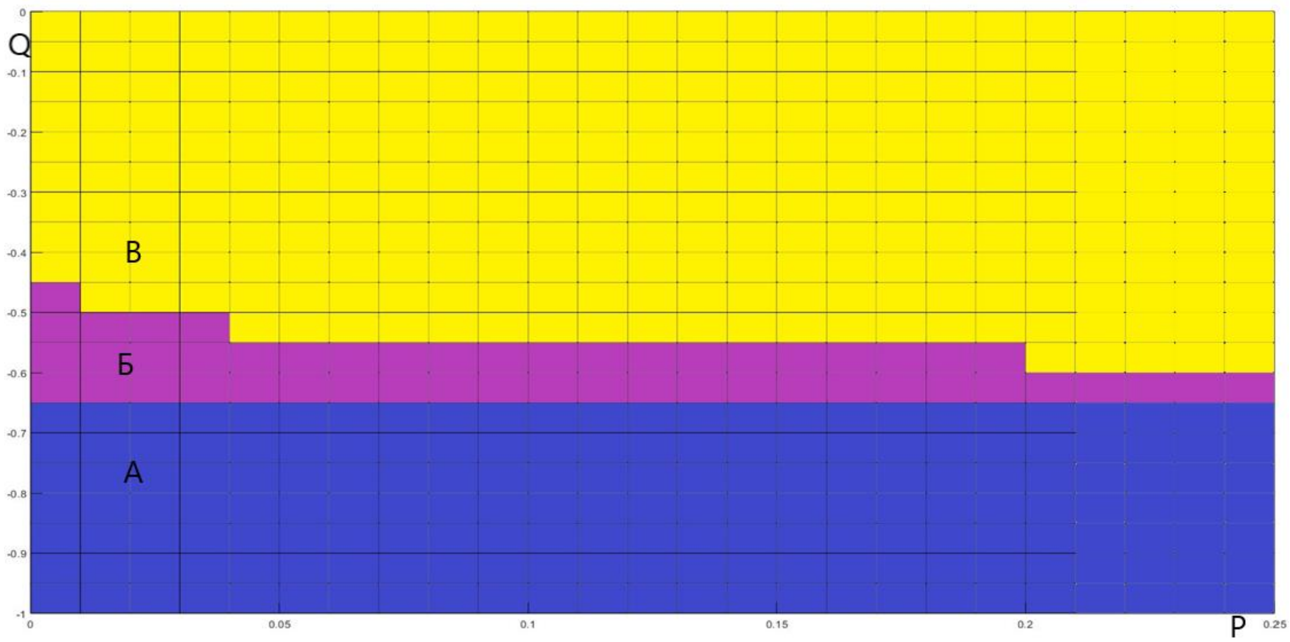

Рис 3. Карта режимов на плоскости управляющих параметров силы отталкивающей связи и радиуса связи, А) область лабиринтообразных неподвижных структур, Б) область лабиринтообразных структур с уединенными состояниями, В) Область бегущих волн.

Заключение

Исследование динамики двумерной решетки бистабильных осцилляторов ФитцХью-Нагумо с нелокальной связью показывает большое разнообразие различных типов пространственно-временного поведения при фиксированных значениях управляющих параметров парциальных осцилляторов и при изменении интервала связи и силы связи. Механизмы формирования различных режимов могут быть объяснены сдвигом эффективных значений параметров парциальных элементов из-за взаимодействий осцилляторов. Из-за сдвига эффективных значений параметров элементы ансамбля, которые демонстрируют бистабильную динамику с двумя устойчивыми точками равновесия без связи, могут переключаться в режим тристабильности (с двумя устойчивыми точками равновесия и одним стабильным предельным циклом) и далее в моностабильный самоподдерживающийся колебательный режим. Эти изменения в пространственно-временных структурах связаны с изменениями в динамике парциальных осцилляторов. Отдельные элементы характеризуются бистабильной динамикой при слабой прочности сцепления и коротком интервале сцепления. В этом случае для решетки характерны стационарные пространственные структуры. Они могут быть как регулярными, так и хаотичными, и их форма обычно определяется начальным распределением переменных. Если сила связи увеличивается и интервал связи остается достаточно коротким, то можно наблюдать появление волновых режимов (бегущие и стоячие). Их формирование связано со сдвигом эффективных значений параметров парциальных осцилляторов ближе к порогу самоподдержания, где проявляется возбудимая природа осцилляторов, и далее в область самоподдерживающегося поведения. Тип волнового режима зависит от граничных условий, а именно, бегущие волны не образуются в случае границ с нулевым потоком. Пространственные профили волновых режимов могут иметь сложные формы и демонстрировать высокую чувствительность к начальным условиям.

Литература

1. Winfree A. T. The geometry of biological time. – New York : Springer, 1980. – T.
2. Manneville P. Dissipative structures and weak turbulence //Chaos—The Interplay Between Stochastic and Deterministic Behaviour: Proceedings of the XXXIst Winter School of Theoretical Physics Held in Karpacz, Poland 13–24 February 1995. – Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2005. – С. 257-272.
3. Mikhailov A. S., Loskutov A. Y. Foundations of synergetics II: chaos and noise. – Springer Science & Business Media, 2013. – Т. 52.
4. Epstein I. R., Pojman J. A. An introduction to nonlinear chemical dynamics: oscillations, waves, patterns, and chaos. – Oxford university press, 1998.
5. Nekorkin V. I. et al. Synergetic phenomena in active lattices: patterns, waves, solitons, chaos. – Berlin : Springer, 2002.
6. Osipov G. V., Kurths J., Zhou C. Synchronization in oscillatory networks. – Springer Science & Business Media, 2007.
7. Kuramoto Y., Battogtokh D. Coexistence of coherence and incoherence in nonlocally coupled phase oscillators //arXiv preprint cond-mat/0210694. – 2002.
8. Abrams D. M., Strogatz S. H. Chimera states for coupled oscillators //Physical review letters. – 2004. – Т. 93. – №. 17. – С. 174102.
9. Bogomolov S. A. et al. Mechanisms of appearance of amplitude and phase chimera states in ensembles of nonlocally coupled chaotic systems //Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. – 2017. – Т. 43. – С. 25-36.
10. Gopal R. et al. Observation and characterization of chimera states in coupled dynamical systems with nonlocal coupling //Physical review E. – 2014. – Т. 89. – №. 5. – С. 052914.
11. Hagerstrom A. M. et al. Experimental observation of chimeras in coupled-map lattices //Nature Physics. – 2012. – Т. 8. – №. 9. – С. 658-661.

12. Omel'chenko O. E. et al. Stationary patterns of coherence and incoherence in two-dimensional arrays of non-locally-coupled phase oscillators //Physical Review E. – 2012. – Т. 85. – №. 3. – С. 036210.
13. Maistrenko Y. et al. Chimera states in three dimensions //New Journal of Physics. – 2015. – Т. 17. – №. 7. – С. 073037.
14. Shepelev I. A. et al. Double-well chimeras in 2D lattice of chaotic bistable elements //Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. – 2018. – Т. 54. – С. 50-61.
15. Maksimenko V. A. et al. Excitation and suppression of chimera states by multiplexing //Physical Review E. – 2016. – Т. 94. – №. 5. – С. 052205.
16. Andrzejak R. G., Ruzzene G., Malvestio I. Generalized synchronization between chimera states //Chaos: an interdisciplinary journal of nonlinear science. – 2017. – Т. 27. – №. 5. – С. 053114.
17. Majhi S., Perc M., Ghosh D. Chimera states in a multilayer network of coupled and uncoupled neurons //Chaos: an interdisciplinary journal of nonlinear science. – 2017. – Т. 27. – №. 7. – С. 073109.
18. Chávez F. et al. Scroll waves in spherical shell geometries //Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. – 2001. – Т. 11. – №. 4. – С. 757-765.
19. Lancaster J. L., Hellen E. H., Leise E. M. Modeling excitable systems: Reentrant tachycardia //American Journal of Physics. – 2010. – Т. 78. – №. 1. – С. 56-63.
20. Shima S., Kuramoto Y. Rotating spiral waves with phase-randomized core in nonlocally coupled oscillators //Physical Review E. – 2004. – Т. 69. – №. 3. – С. 036213.