

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра физики открытых систем

**Численный анализ мультистабильности вблизи границ
обобщенной синхронизации и синхронизации с запаздыванием в
системах с различной топологией аттрактора**

название темы выпускной квалификационной работы полужирным шрифтом

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 4041 группы
направления 09.03.02 «Информационные системы и технологии»

код и наименование направления (специальности)
института физики

наименование факультета, института, колледжа
Бучко Данилы Константиновича

фамилия, имя, отчество

Научный руководитель
Профессор кафедры ФОС,
д.ф.-м.н., доцент
должность, уч. степень, уч. звание

дата, подпись

О.И. Москаленко
инициалы, фамилия

Заведующий кафедрой
д.ф.-м.н., профессор
должность, уч. степень, уч. звание

дата, подпись

А.А. Короновский
инициалы, фамилия

Саратов 2023 год

Введение. Синхронизация хаоса – явление, вызывающее большой исследовательский интерес у огромного числа ученых. Столь пристальное внимание к данному режиму обосновано тем, что хаотические процессы широко распространены в природе и технике, поэтому область применения хаотической синхронизации крайне существенна [1,2]. Из наиболее ярких примеров практического применения этого явления можно указать шифрование и скрытую передачу информации [3,4].

Существует несколько типов хаотической синхронизации:

- обобщенная синхронизация;
- фазовая синхронизация;
- полная синхронизация;
- синхронизация с запаздыванием.

Каждый из типов хаотической синхронизации характеризуется определенными условиями возникновения. Например, синхронизация с запаздыванием наблюдается, когда взаимодействующие системы демонстрируют почти идентичные колебания, которые сдвинуты на некоторый временной промежуток [5,6]. Обобщенная синхронизация описывается наличием функциональной зависимости между ведущей и ведомой системами, которая устанавливается после окончания переходного процесса [7-9].

Все виды синхронизации активно исследуются для самых различных систем. В данной работе проанализированы однонаправленно связанные генераторы на туннельном диоде [8,10] и однонаправленно связанные системы Лоренца [1,5,11], характеризующиеся принципиально разной топологией аттрактора. Для изучения режимов обобщенной синхронизации и синхронизации с запаздыванием поставлена задача численного моделирования ансамблей этих систем с последующим применением методов обнаружения режимов синхронизации: для обобщенной синхронизации применены классический и модифицированный методы вспомогательной системы, а для синхронизации с запаздыванием использованы расчет зависимости минимума функции подобия от параметра связи между взаимодействующими системами и

расчет ошибки синхронизации. Результатом работы является мера мультистабильности, полученная при изменении силы связи между системами.

Структура работы. Основная часть состоит из пяти разделов:

- объекты исследования;
- режим обобщенной синхронизации;
- режим синхронизации с запаздыванием;
- режим обобщенной синхронизации для исследуемых систем;
- режим синхронизации с запаздыванием для исследуемых систем.

Основное содержание работы. В роли объектов исследования выступают системы с различной топологией аттрактора [12]. Генераторы на туннельном диоде [8] имеют простую топологию аттрактора и описываются системами уравнений:

$$\dot{x}_d = \omega_d^2(hx_d + y_d - z_d),$$

$$\dot{y}_d = -x_d,$$

$$\dot{z}_d = \frac{x_d - f(z_d)}{\mu},$$

(1)

$$\dot{x}_r = \omega_r^2(h(x_r - \varepsilon(y_d - y_r)) + y_r - z_r),$$

$$\dot{y}_r = -x_r + \varepsilon(y_d - y_r),$$

$$\dot{z}_r = \frac{x_r - f(z_r)}{\mu},$$

где $\mathbf{x}_{d,r} = (x_{d,r}, y_{d,r}, z_{d,r})$ – векторы состояний взаимодействующих систем. В качестве безразмерной характеристики нелинейного элемента $f(\xi)$ использовалась зависимость $f(\xi) = -\xi + 0,002sh(5\xi - 7,5) + 2,9$. Управляющие параметры были выбраны следующими: $\omega_d = 0,96$, $\omega_r = 1,02$, $h = 0,2$, $\mu = 0,1$.

Системы Лоренца [1,5] обладают сложной топологией аттрактора и определяются системами уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{x}_d &= \sigma(y_d - x_d), \\ \dot{y}_d &= r_d x_d - y_d - x_d z_d, \\ \dot{z}_d &= -b z_d + x_d y_d,\end{aligned}\tag{2}$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_r &= \sigma(y_r - x_r) + \varepsilon(x_d - x_r), \\ \dot{y}_r &= r_r x_r - y_r - x_r z_r, \\ \dot{z}_r &= -b z_r + x_r y_r,\end{aligned}$$

где $\mathbf{x}_{d,r} = (x_{d,r}, y_{d,r}, z_{d,r})$ – векторы состояний взаимодействующих систем, ε – параметр связи. Выбраны следующие значения управляющих параметров: $\sigma = 10$, $b = 8/3$, $r_1 = 37$, $r_2 = 35$.

Режим обобщенной синхронизации характеризуется существованием функциональной зависимости $\mathbf{x}_r(t) = F[\mathbf{x}_d(t)]$ между состояниями систем, которая устанавливается после завершения переходного процесса [8-9]. Как процедура поиска, так и сам вид данной функциональной зависимости в большинстве случаев крайне сложные, поэтому для диагностирования режима обобщенной синхронизации существуют специальные методы.

При установлении режима обобщенной синхронизации векторы состояний вспомогательной и ведомой систем должны совпадать. В этом заключается метод вспомогательной системы. Визуальным представлением этого процесса служит зависимость ошибки синхронизации от параметра связи ε , вычисляемая по следующей формуле:

$$s = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T - T_0} \int_{T_0}^T \|\mathbf{x}_d(t) - \mathbf{x}_r(t)\| dt,\tag{3}$$

где T_0 – время переходного процесса, T – время наблюдения.

Для случая модифицированного метода вспомогательной системы требуется задать некоторое количество вспомогательных систем $\mathbf{x}_a^i = (x_a^i, y_a^i, z_a^i)$, каждая из которых совпадает по управляющим параметрам с ведомой системой \mathbf{x}_r , но обладает своими различными начальными условиями, которые, в свою очередь, также принадлежат бассейну притяжения того же хаотического аттрактора.

В контексте режимов синхронизации мера мультистабильности вводится как вероятность детектирования того или иного синхронного режима в данный конкретный момент времени [7].

Для количественной оценки вероятности детектирования режима обобщенной синхронизации можно воспользоваться формулой:

$$P_s = \sum_{i=1}^N \frac{n(\mathbf{x}_a^i)}{N(N-1)}, \quad (4)$$

где N – общее количество вспомогательных систем, $n(\mathbf{x}_a^i)$ – количество вспомогательных систем, вектор состояния которых совпадает с \mathbf{x}_a^i .

Рассматривать вероятность, вычисленную по формуле (4) в какой-либо конкретный момент времени, в контексте решаемой задачи не имеет смысла, поэтому используется вероятность, усредненная по времени:

$$P_{av} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T P_s(t) dt, \quad (5)$$

где T – рассматриваемый промежуток времени.

Режим синхронизации с запаздыванием характеризуется наличием колебаний, демонстрируемых взаимодействующими системами, близких к идентичным, но сдвинутых на некоторый временной промежуток τ [5,6]. Это означает, что после установления режима синхронизации с запаздыванием временные реализации будут совпадать, если сместить одну из них относительно другой во времени $x_d(t) \approx x_r(t + \tau)$.

Таким образом, для обнаружения этого режима синхронизации требуется выяснить смещение во времени τ , для которого наблюдается минимальное

различие между колебаниями какой-либо из координат ведущей и ведомой систем. Для этого рассчитывается минимум функции подобия

$$S_{min} = \min_{\tau} \frac{\langle [x_r(t+\tau) - x_d(t)]^2 \rangle}{\sqrt{\langle x_d^2(t) \rangle \langle x_r^2(t) \rangle}}, \quad (6)$$

в зависимости от параметра связи, чтобы узнать значения параметров связи, для которых функция выходит на уровень насыщения. Здесь τ – время запаздывания, $x_d(t)$, $x_r(t)$ – соответствующие координаты ведущей и ведомой систем, фигурные скобки означают усреднение по рассматриваемому временному интервалу.

Расчет зависимости ошибки синхронизации (3) от параметра связи и меры мультистабильности (5) для режима обобщенной синхронизации в случае однонаправленно связанных генераторов на туннельном диоде позволяют сделать выводы об установившемся режиме синхронизации: для $\varepsilon \geq 0,17$ наблюдается режим обобщенной синхронизации, что видно из рисунка 1, а мера мультистабильности приближается к единице для $\varepsilon \geq 0,19$, а при $\varepsilon = 0,17$ принимает значение, близкое к 0,8.

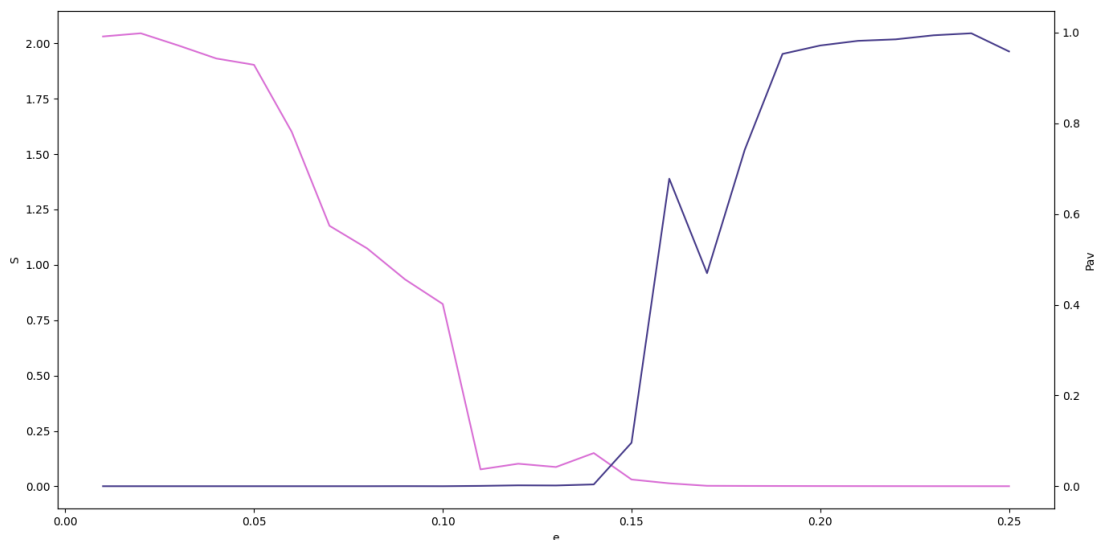


Рисунок 1 – Ошибка синхронизации (построена розовым цветом) и мера мультистабильности (построена фиолетовый цвет) для ансамбля однонаправленно связанных генераторов на туннельном диоде

Аналогичные исследования для однонаправленно связанных систем Лоренца (2), имеющих сложную топологию аттрактора показывают следующие результаты: ошибка синхронизации (рисунок 2) сильно приближается к нулю для $\varepsilon \geq 12$, что является порогом возникновения обобщенной синхронизации, а мера мультистабильности в этот же момент выходит на уровень насыщения.

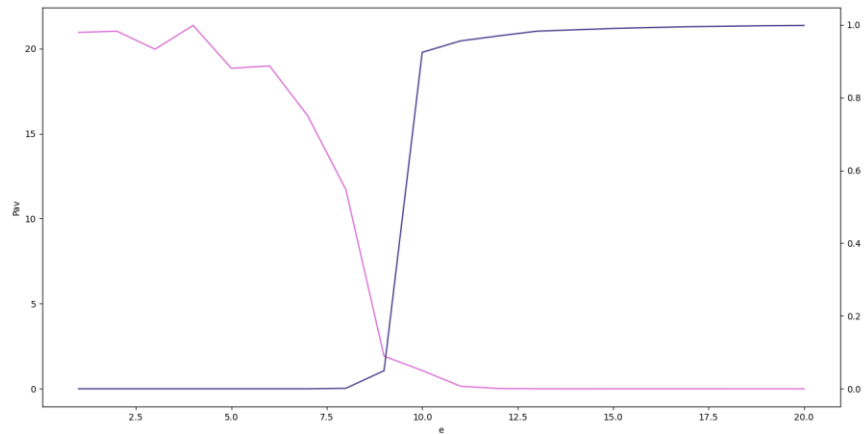


Рисунок 2 – Ошибка синхронизации (построена розовым цветом) и мера мультистабильности (построена фиолетовый цвет) для ансамбля однонаправленно связанных систем Лоренца

Для детектирования синхронизации с запаздыванием нужно рассчитать минимум функции подобия (6) в зависимости от величины параметра связи.

Осуществляя расчет минимума функции подобия и ошибки синхронизации для генераторов на туннельном диоде с изменением формулы (3) таким образом, что расстояние рассчитывается между векторами состояний систем $\mathbf{x}_d(t)$ и $\mathbf{x}_r(t)$, можно заметить, что ошибка синхронизации медленно снижается с ростом параметра связи, а минимум функции подобия начинает возрастать, что связано с большой расстройкой между системами $\omega_d = 0,96$, $\omega_r = 1,02$. Обе величины не выходят на уровень насыщения, что означает отсутствие синхронизации с запаздыванием при выбранных значениях управляющих параметров систем.

Аналогичные исследования для однонаправленно связанных систем Лоренца показывают наличие режима, близкого к синхронизации с запаздыванием, но им не являющимся из-за большой расстройки управляющих параметров $r_1 = 37$, $r_2 = 35$. Минимум функции подобия и ошибка синхронизации выходят на уровень насыщения для $\varepsilon \geq 15$. Плоскости состояний показывают наличие режима, близкого к синхронизации с запаздыванием, только на малых временных промежутках, но для длительного временного интервала плоскость состояния с временным сдвигом визуально не становится похожа на прямую, что означает отсутствие режима синхронизации с запаздыванием. Такая ситуация обусловлена наличием отличий в поведении систем на длительном временном промежутке, которые не корректируются смещением одной координаты относительно другой во времени.

Заключение. В ходе бакалаврской работы были исследованы однонаправленно связанные генераторы на туннельном диоде, имеющие простую топологию аттрактора, и однонаправленно связанные системы Лоренца со сложной топологией аттрактора с точки зрения возможности возникновения в них мультистабильности вблизи границ синхронных режимов. Показано, что режим обобщенной синхронизации возникает при параметрах связи $\varepsilon \geq 0,19$ и $\varepsilon \geq 12$ для генераторов на туннельном диоде и систем Лоренца, соответственно. Мера мультистабильности принимает свое максимальное значение при параметре связи, соответствующем порогу обобщенной синхронизации систем Лоренца, но выходит на уровень насыщения несколько позже порога наступления обобщенной синхронизации для генераторов на туннельном диоде. В случае синхронизации с запаздыванием было установлено, что данный режим невозможно обнаружить для однонаправленно связанных генераторов на туннельном диоде при большой расстройке, поскольку ошибка синхронизации и минимум функции подобия, которые используются для детектирования данного вида синхронизации, не достигают своих минимальных значений. Однонаправленно связанные системы Лоренца демонстрируют поведение, которое похоже на синхронизацию с запаздыванием, но ей не является. Данное

явление можно проследить для параметра связи $\varepsilon \geq 15$, поскольку минимуму функции подобию и ошибке синхронизации удастся выйти на уровень насыщения. При более детальном рассмотрении эволюции временных реализаций используемых систем можно сделать вывод, что они демонстрируют синхронное поведение лишь на коротких промежутках времени, что подтверждает отсутствие синхронизации с запаздыванием для однонаправленно связанных систем Лоренца с большой расстройкой управляющих параметров.

Список использованной литературы

1. Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. - М.: Техносфера, 2003. - 496 с.
2. Glass L. Synchronization and rhythmic processes in physiology //Nature. – 2001. – Т. 410. – №. 6825. – С. 277-284.
3. Короновский А. А. и др. Способ скрытой передачи информации, основанный на явлении обобщенной синхронизации //Известия Российской академии наук. Серия физическая. – 2008. – Т. 72. – №. 1. – С. 143-147.
4. Короновский А. А., Москаленко О. И., Храмов А. Е. О применении хаотической синхронизации для скрытой передачи информации //Успехи физических наук. – 2009. – Т. 179. – №. 12. – С. 1281-1310.
5. Москаленко О. И. Хаотическая синхронизация и перемежающееся поведение в неавтономных и связанных системах с малым числом степеней свободы, пространственно-распределенных средах и сетях связанных нелинейных элементов: дис. д-р. ф.-м. наук: 01.04.03. - Саратов, 2017. - 435 с.
6. Rosenblum M. G., Pikovsky A. S., Kurths J. From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators //Physical Review Letters. – 1997. – Т. 78. – №. 22. – С. 4193.
7. Moskalenko O. I. et al. On multistability near the boundary of generalized synchronization in unidirectionally coupled chaotic systems //Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. – 2021. – Т. 31. – №. 8. – С. 083106.

8. Москаленко О. И., Павлов А. С. Граница обобщенной синхронизации в системе двух однонаправленно связанных генераторов на туннельном диоде //Письма в Журнал технической физики. – 2011. – Т. 37. – №. 23. – С. 45-52.
9. Короновский А. А., Москаленко О. И., Храмов А. Е. О механизмах, приводящих к установлению режима обобщенной синхронизации //Журнал технической физики. – 2006. – Т. 76. – №. 2. – С. 1-9.
10. Короновский А. А. и др. Два сценария разрушения режима хаотической фазовой синхронизации //Журнал технической физики. – 2007. – Т. 77. – №. 1. – С. 21-29.
11. Москаленко О. И., Евстифеев Е. В. О существовании мультистабильности вблизи границы обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных системах со сложной топологией аттрактора //Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. – 2022. – Т. 30. – №. 6. – С. 676-684.
12. Koronovskii A. A. et al. Jump intermittency as a second type of transition to and from generalized synchronization //Physical Review E. – 2020. – Т. 102. – №. 1. – С. 012205.