

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра Дифференциальных уравнений и математической экономики

Вычислительные эксперименты по формированию портфеля

ценных рисков бумаг

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 441 группы

направление 09.03.03 — Прикладная информатика

механико-математического факультета

Ниязова Дмитрия Павловича

Научный руководитель
зав.кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

С.И. Дудов

Заведующий кафедрой,
зав.кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

С.И. Дудов

Саратов 2023

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность выпускной квалификационной работы заключается в том, что риск инвестирования в ценные бумаги обуславливается множеством факторов нашего бытия, такими как: неизвестность будущих тенденций на мировой арене, поведение общества или толпы в ситуациях нестабильности экономической или политической и так далее. Чтобы хоть как то нивелировать этот риск, формируется портфель ценных бумаг, позволяющий распределить свой капитал в различные ценные бумаги, тем самым произвести диверсификацию своих инвестиций.

Основы современной портфельной теории (Modern Portfolio Theory (MPT)) заложены в статье и книге, написанных нобелевским лауреатом Гарри Марковицем. Марковиц считал, что портфель ценных бумаг, который содержит различные активы, может минимизировать риски и максимизировать доходность для инвестора. Он разработал метод формирования портфеля, который основывается на использовании математических моделей для определения оптимального портфеля. По мнению Марковица, формирование портфеля ценных бумаг актуально по нескольким причинам. Во-первых, это помогает инвесторам снизить риски, связанные с инвестированием в один актив или отрасль. Вместо этого инвесторы могут распределить свои средства между различными активами и представлять их в виде портфеля. Во-вторых, Марковиц считал, что формирование портфеля ценных бумаг способствует диверсификации риска. Это означает, что инвесторы могут снизить свою зависимость от одной отрасли или актива, а также снизить свои потери при возникновении проблем на рынке.

Целью выпускной квалификационной работы является изучение основ теории портфельного инвестирования и применение полученных знаний при проведении вычислительных действий на реальных данных. Для достижения этих целей в работе решались следующие задачи:

1. Изучение основ портфельного инвестирования;
2. Постановка задачи Марковица и аналитическое решение ее;
3. Формирования портфеля ценных бумаг;
4. Оптимизация портфеля ценных бумаг с помощью инструмента языка

программирования Python.

Структура. В этой работе представлена теория, помогающая изучению портфельного инвестирования, постановка и решение задачи оптимизации структуры портфеля, также рассмотрение и отыскание экспериментальным способом структуры портфеля, значение доходности и риска акций шести компаний, проведение анализа полученных результатов, заключение, список использованных источников в количестве 20 штук и приложения.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность выпускной квалификационной работы, ставятся цели и задачи.

Первый раздел посвящен основам портфельного инвестирования. В первом подразделе раскрывается понятие портфельного инвестирования, а также основные понятия портфельной теории.

Портфель ценных бумаг – совокупность разных по виду ценных бумаг, с различными значениями доходностей и риска, находящиеся в собственности физического или юридического лица. Лица, которые держат портфель ценных бумаг - инвесторы.

В соответствии с п. 1 ст. 142 ГК РФ «Ценными бумагами являются документы, соответствующие установленным законом требованиям и удостоверяющие обязательственные и иные права, осуществление или передача которых возможны только при предъявлении таких документов (документарные ценные бумаги)». Так же данная статья гласит, что ценными бумагами являются - акция, вексель, закладная, инвестиционный пай паевого инвестиционного фонда, коносамент, облигация, чек и иные ценные бумаги, названные в таком качестве в законе или признанные таковыми в установленном законом порядке

Диверсификация - распределение капитала в различные финансовые операции или ценные бумаги, чтобы снизить риск.

Инвестор - человек, который инвестирует свой капитал в ценные бумаги, цель которого заключается в извлечении прибыли.

Ожидаемая доходность - прибыль за 1 период владения ценными бумагами, которую желает получить инвестор, вкладывая капитал в них.

Риск - вероятность того, что инвестор потеряет капитал, который он вложил в ценные бумаги.

Также разбираются классификации портфелей, которые приводят к понятию портфельного инвестирования. Портфельное инвестирование – способ инвестирования в ценные бумаги посредством формирования портфеля ценных бумаг, с определением инвестором, его состава, срока и инвестиционной политики.

Во втором подразделе раскрываются принципы портфельного инвестирования. Также рассматриваются типы портфельных инвестирований, но

несмотря на различные типы портфельного инвестирования, у всех них стоят у истока принципы портфельного инвестирования. Выделяют два главных принципа - диверсификация и ликвидность, также существуют такие принципы как консервативность и соответствие инвестиционным ресурсам по объемам, срочности и стоимости.

Второй раздел посвящен постановке задачи, ее аналитическое решение и эффективным портфелям. В первом подразделе производится постановка задачи.

Постановка задачи звучит следующим образом. Инвестор формирует портфель сроком на один период владения из n различных рисковых ценных бумаг. Предполагается, что инвестору известно значения ожидаемых доходностей ценных бумаг, определяемые вектором $m = (m_1, m_2, \dots, m_n)^T$ также известна матрица ковариаций $V_{ij} = M[(R_i - m_i)(R_j - m_j)]$ случайных величин доходностей ценных бумаг i -го и j -го вида. Также предполагается, что матрица ковариаций является положительно определенной.

Задача сводится к нахождению такой структуры портфеля $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, которая обеспечила достижение заданной ожидаемой доходности портфеля m_p , при минимальном риске σ_p . Задача тогда приобретает следующий вид:

$$D_p = x^T V x \rightarrow \min_x, \quad (2.3)$$

$$I^T x = 1, \quad m^T x = m_p \quad (2.4)$$

Задача описанная соотношениями (2.3)-(2.4) является собой формализованное описание подхода «доходность-риск» по нахождению оптимального портфеля рисковых ценных бумаг.

Во втором подразделе производится аналитическое решение задачи Марковица.

Задача (2.3)-(2.4) представляет собой классическую задачу на условный экстремум с двумя ограничениями типа равенства. Все функции, определяющие постановку задачи, являются непрерывно дифференцируемыми на R^n . Следовательно, для ее решения можно использовать теорему Лагранжа. Функция Лагранжа для данной задачи имеет вид.

$$L(x, \lambda) = \lambda_0 x^T V x + \lambda_1 (I^T x - 1) + \lambda_2 (m^T x - m_p). \quad (2.5)$$

Производя аналитическое решение структуры (2.5) получаем следующие структуры.

$$x^* = b + c m_p. \quad (2.11)$$

Портфель ценных бумаг со структурой, определяемой по формуле (2.11) называется оптимальным по Марковицу. Ему соответствует минимальная дисперсия доходности портфеля, определяемая по формуле.

$$D_p = \sigma_p^2 = x^{*T} V x = m_p^2 c^T V c + 2 m_p b^T V c + b^T V b. \quad (2.12)$$

В третьем подразделе разбираются свойства эффективных портфелей.

1. В соответствии с (2.11), с увеличением ожидаемой доходности m_p портфеля вклады $x_i^* = b_i + c_i m_p, i = \overline{1, n}$ в ценные бумаги изменяются линейно. Здесь b_i и c_i – соответствующие компоненты векторов b и c . Они увеличиваются для более доходных и уменьшаются для менее доходных активов (соответствует значениям $c_i > 0$ и $c_i < 0$).
2. Из (2.12) следует, что риск оптимального портфеля возрастает с ростом ожидаемой доходности. При возможности операции «короткая продажа» достижима сколь угодно высокая доходность при соответственно растущем риске. При невозможности данной операции максимальной доходностью обладает портфель, образованный из актива с максимальной ожидаемой доходностью. Из (2.12) вытекает, что функция $\sigma_p = f_1(m_p)$, выражающая зависимость риска от ожидаемой доходности, является выпуклой, поскольку $f_1''(m_p) > 0$. При этом, если функция $f_2(m_p)$ выражает зависимость риска от ожидаемой доходности при невозможности операции «короткая продажа», то имеет место соотношение $f_2(m_p) \leq f_1(m_p)$.
3. Эффективный портфель с характеристиками

$$x_g^* = \frac{1}{a_{11}} V^{-1} I, \quad m_g = \frac{a_{12}}{a_{11}}, \quad \sigma_g = \frac{1}{a_{11}}$$

называются глобальным эффективным портфелем. Ему соответствует минимальное значение риска из всех эффективных портфелей.

4. Эффективные портфели обладают двумя свойствами оптимальности:
- 1) имеют максимальную доходность среди всех достижимых портфелей с одинаковым риском;
 - 2) имеют минимальный риск среди всех достижимых портфелей с одинаковой доходностью.

Множество всех эффективных портфелей с характеристиками (m_p, σ_p) в системе координат «доходность – риск» описывается кривой, которую называют фронтом эффективных портфелей (фронт Марковица), ограничивающей множество всех портфелей, достижимых на множестве n ценных бумаг с характеристиками m и V .

Третий раздел посвящен выбору ценных бумаг для формирования портфеля. Выбор был произведен на основе событий 2022 года и собранных данных компанией ООО «Компания БКС», а также произведенных автором анализов графиков цен эмитентов, с помощью технического анализа.

Были выбраны следующие сектора нашей экономики и их эмитенты.

- Потребительский сектор(Магнит, X5 Retail Group);
- Нефтегазовый сектор(Газпром, Роснефть);
- Metallургический сектор(Русал, Полиметалл, Северсталь);
- Финансовый сектор(Сбербанк, ВТБ).

Произведя анализ эмитентов с помощью инструментов(коррекция Фибоначчи, волны Эллиота, полосы Боллинджера, асцилятор ССИ) технического анализа получаем следующие данные:

Компания	Цена на 03.04.2023	Цена на 01.04.2024	Динамика за год
Магнит	4844,5	6483,7	33,84%
X5 Retail Group	?	?	?
Газпром	184,39	273,99	48,59%
Роснефть	391,7	618,66	57,94%
Русал	43,89	61,644	40,45%
Полиметалл	683,4	1128,43	65,12%
Северсталь	1050,2	1265,22	20,47%
Сбербанк	232,01	333,88	43,91%
ВТБ	0,01957	0,036348	85,73%

Прогнозируемая доходность акций.

На основе полученных данных. Автор в состав портфеля берет следующим ценные бумаги:

- Потребительский сектор(Магнит);
- Нефтегазовый сектор(Роснефть, Газпром);
- Metallургический сектор(Русал, Полиметалл);
- Финансовый сектор(Сбербанк, ВТБ).

Четвертый раздел посвящен вычислительным экспериментам. Вычислительные эксперименты состоят из работы программного кода на модельных данных, для проверки его работоспособности. Также просчет вектора доходностей акций, входящих в состав портфеля, и ковариаций доходностей ценных бумаг. И оптимизация сформированного портфеля ценных бумаг при ограничении на кардинальность.

Программный код, реализованный на Python, работает по следующей схеме. В текстовый файл пишется наименования эмитентов ценных бумаг, например: MGNT(Магнит) и так далее. Этот текстовый файл отправляется на обработку программным кодом, откуда с помощью библиотеки «arimox» считываются данные с файла и получаем данные акций(дата

и цену закрытия) с Московской биржи. С помощью данных полученных с Московской биржи, программный код производит просчет вектора доходностей ценных бумаг и ковариаций доходностей. Все эти полученные данные записываются в отдельный Excel-файл. Далее производится считывание данных с этого Excel-файла для основной задачи, просчет происходит на основе формул полученных в ходе аналитического решения задачи. Решение выводится в виде графика.

Данные о ценах ценных бумаг берутся с 01.05.2022 по 01.05.2023.

Вычислительный эксперимент на **кардинальность 3-х ценных бумаг**. Произведя данных эксперимент будут получены следующие данные. Лучший портфель состоящий из 3-х ценных бумаг - портфель в который входят ценные бумаги Магнита, Русала и Сбербанка, доходность портфеля составила $m_p = 0,040293$, риск портфеля составил $\sigma_p = 0,087$, доли ценных бумаг составили $x^* = [0.353, -0.187, 0.834]$

Вычислительный эксперимент на **кардинальность 4-х ценных бумаг**. Произведя данных эксперимент будут получены следующие данные. Лучший портфель состоящий из 4-х ценных бумаг - портфель в который входят ценные бумаги Магнита, Русала, Полиметалла, Сберабанка, доходность портфеля составила $m_p = 0,035266$, риск портфеля составил $\sigma_p = 0,082$, доли ценных бумаг составили $x^* = [0.303, -0.007, -0.141, 0.845]$

Вычислительный эксперимент на **кардинальность 5-х ценных бумаг**. Произведя данных эксперимент будут получены следующие данные. Лучший портфель состоящий из 5-х ценных бумаг - портфель в который входят ценные бумаги Магнита, Роснефть, Русала, Полиметалла, Сберабанка, доходность портфеля составила $m_p = 0,021456$, риск портфеля составил $\sigma_p = 0,075$, доли ценных бумаг составили $x^* = [0.391, -0.353, 0.261, -0.123, 0.845]$

Пятый раздел посвящен анализам полученных результатов. Самым высокодоходным эксперимент стал с 3-мя ценными бумагами, так же данный эксперимент стал самым рисковым. Доходность портфелей полученных в следующих экспериментах уменьшается, как и риск. Ценная бумага сбербанка и магнита были в каждом эксперименте, доля сбербанка всегда является более 80%. Таким образом, при увеличении количества ценных бумаг в портфеле снижается риск, а также доходность. Такой высокий риск

и низкая доходность является следствием обвала российского фондового рынка произошедшим в феврале 2022 года. Результаты полученные после проведения всех экспериментов являются таковыми, так как статистические данные использованные в результате эксперимента были в основном отрицательными. На самом деле, так как весь фондовый рынок России сейчас восстанавливается, значит будет возвращение значения котировок всех компаний до отметок начала 2022 года. А значит доходность портфеля, может быть, намного выше, чем в проведенных экспериментах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задачей бакалаврской работы являлось изучение теоретической базы портфельного инвестирования, рассмотрения задачи Г. Марковица по оптимизации структуры портфеля ценных бумаг и реализации данного процесса с помощью языка программирования. Применяя полученные знания, был разработан программный код, который автоматически разрабатывает структуру инвестиционного портфеля с минимально возможным риском для выбранных ценных бумаг.

Вставая на финансовый рынок, инвестор должен ставить перед собой четкие цели и оценивать свои возможности. Он должен осознавать, что если его задача получить максимальную прибыль от инвестиций, то вероятность подвергнуть себя высокому риску также увеличивается. С помощью разработанного продукта были подтверждены такие факты:

- риск и доходность прямо пропорциональны и зависят друг от друга, то есть чем выше доходность, тем выше риск и наоборот;
- диверсификация портфеля также важна при его оптимизации.