

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Вейвлет-анализ переходных процессов**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студента 4 курса 4061 группы  
направления 11.03.02 Инфокоммуникационные  
технологии и системы связи  
Института физики  
Зайченко Анны Владимировны

Научный руководитель  
профессор, д.ф.-м.н., профессор \_\_\_\_\_ Т.Е. Вадивасова

Зав. кафедрой радиофизики  
и нелинейной динамики,  
д.ф.-м.н., доцент \_\_\_\_\_ Г.И. Стрелкова

Саратов 2023 г.

## ВВЕДЕНИЕ

Анализ динамики сложных систем на основе экспериментально зарегистрированных временных рядов обычно выполняется с использованием стационарных или почти стационарных наборов данных, генерируемых, например, системами с медленно меняющимися параметрами, если их изменения на протяжении анализируемых сегментов считаются незначительными. Рассмотрение таких наборов данных позволяет использовать широкий набор стандартных и специальных средств анализа сигналов [1–3], предполагая, что объем данных достаточен для количественной оценки характеристик сигнала с требуемой точностью и достоверной диагностики состояния системы. В зависимости от длительности сигнала и его особенностей, а также от цели проводимого исследования, осуществляется выбор подходящего метода. Спектральный или корреляционный анализ, меры сложности и предсказуемости наряду с другими количественными характеристиками позволяют детально описать динамику с разных точек зрения. Диагностика режима динамики часто осуществляется путем сравнения нескольких методов с выбором наиболее подходящего, способного разделять состояния системы, связанные с различными режимами функционирования. Хотя многие характеристики взаимосвязаны, для их оценки с требуемой точностью может потребоваться различный объем выборки из-за различной сходимости каждого метода в зависимости от длительности анализируемых данных.

Изучение сложных систем в диагностических целях не всегда ограничивается стационарной динамикой. Например, важная информация о физиологических системах может быть получена, когда они функционируют в условиях, отличных от базового состояния. Изменение состояния системы с последующим восстановлением ее исходной динамики применяется для изучения адаптивных возможностей. В связи с этим отклики на функциональные пробы, стрессы и другие факторы часто более информативны, чем стационарная динамика таких

систем. Для изучения реакции системы на изменение условий функционирования требуется соответствующий анализ переходных процессов, и этот анализ часто не может быть обеспечен в предположении медленно меняющихся параметрах, т. е. требуется применение подходов для обработки нестационарных сигналов. Недавние достижения в этой области включают различные методы исследования на основе вейвлетов [4–11], эмпирических мод с преобразованием Гильберта-Хуанга [12, 13], флуктуационного анализа [13–16], мультифрактального анализа [17–21] и др.

Возможность количественной оценки состояния системы по коротким наборам данных является важной проблемой для изучения особенностей переходных процессов. Такая возможность позволяет не только установить изменение состояния, но и количественно оценить продолжительность переходного процесс и даже предсказать, когда этот процесс будет завершен. Один из самых важных вопросов – как определить минимальную длину набора данных, которые могут быть обработаны для достоверной диагностики состояния системы, т.е. более короткие наборы данных дадут недопустимые вычислительные ошибки, в то время как более длинные отрезки временных рядов не оказывают существенного влияния на надежность диагностики. Такая минимальная продолжительность не является постоянной величиной и может корректироваться в зависимости от интенсивности и статистики шума, степени нестационарности, связанной как с абсолютными изменениями управляющих параметров и скорости их изменения. В этой работе мы анализируем, как переходы между различными типами сложного колебательного поведения могут быть количественно охарактеризованы на основе многомасштабного вейвлет-анализа (МВА) [5]. Этот математический инструмент в настоящее время широко применяется для решения многих научных и технических задач, и обработка нестационарных сигналов является одной из них. Обычно сигнал раскладывается по быстрой (пирамидальной) схеме с ортогональными базисными функциями семейства Добеши [8], а стандартные отклонения

детальных вейвлет-коэффициентов трактуются как информативные меры сложных сигналов. Расширенная версия метода МВА также может применяться для повышения надежности диагностики режима динамики. Например, недавние исследования продемонстрировали некоторые преимущества расширенных версий МВА, которые использовали кумулянтный анализ в вейвлет-пространстве или комбинировали методы МВА и DFA.

**Целью данной выпускной квалификационной работы** является анализ применимости метода МВА для выявления переходов между состояниями системы со сложной динамикой и поиск ответа на вопрос о возможности уменьшения количества данных для определения таких переходов по регистрируемым временным рядам.

## **1.Краткие теоретические сведения**

### **1.1 Вейвлет-анализ**

Преобразование Фурье, особенно в случае применения быстрого алгоритма вычисления (БПФ), является важным инструментом для анализа и обработки многих сигналов различной природы. Не случайно оно относится к числу стандартных методов цифровой обработки сигналов, представляя собой один из ключевых и основополагающих инструментов фундаментальных и прикладных исследований. Преобразование Фурье имеет определенные ограничения, если анализируемые сигналы являются нестационарными (например, аудио-сигналы, передающие речевые сообщения). Несмотря на то, что при анализе подобных сигналов широко применяется оконное преобразование Фурье, в последние примерно 20-30 лет все большую популярность при обработке речевых сообщений и многих других типов нестационарных сигналов приобретает вейвлет-анализ [22, 23].

Важной особенностью вейвлетов является то, что они могут служить в качестве базиса для анализа большинства сигналов окружающего нас мира, чтобы

обеспечить лучшее частотно-временное представление данных сигналов, которого нельзя достичь с помощью гармонических функций в рамках стандартного Фурье-анализа.

Вейвлеты могут применяться в качестве инструмента спектрального анализа сигналов, обычно позволяя получать более гладкие спектры по сравнению с классическим спектральным анализом на основе преобразования Фурье (рисунок 4).

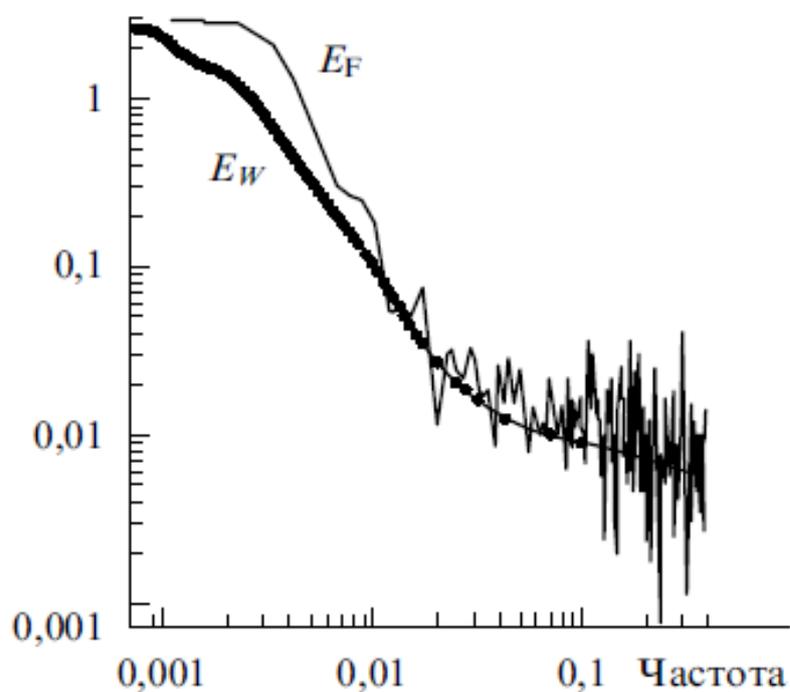


Рисунок 4 – Примеры расчета спектра мощности в рамках классического спектрального анализа и усредненного энергетического спектра вейвлет-преобразования.

## 1.2. Анализируемые сигналы

Модель двух диффузно связанных систем Рёсслера была выбрана в качестве примера взаимодействующих хаотических осцилляторов, в которой наблюдается множество сложных режимов, включая синхронные хаотические колебания с различными фазовыми сдвигами между координатами,

соответствующими каждой системе, асинхронные хаотические колебания и гиперхаотическая динамика.

Модель описывается следующими обыкновенными дифференциальными уравнениями 1-го порядка:

$$\frac{dx_{1,2}}{dt} = -\omega_{1,2}y_{1,2} - z_{1,2} + \gamma(x_{2,1} - x_{1,2})$$

$$\frac{dy_{1,2}}{dt} = \omega_{1,2}x_{1,2} + \alpha y_{1,2}$$

$$\frac{dz_{1,2}}{dt} = b + z_{1,2}(x_{1,2} - c)$$

где параметры  $\alpha = 0.15$ ,  $b = 0.2$ , и  $c$  характеризуют отдельные системы, параметр связи между которыми  $\gamma = 0.02$ . В данном случае рассматриваются неидентичные системы за счет введения расстройки  $\Delta$  базовых частот  $\omega_1 = 1 + \Delta$ ,  $\omega_2 = 1 - \Delta$ . Изменяя параметры  $c$  и  $\Delta$ , можно изучать переходы между различными типами сложных колебаний. Бифуркационные механизмы, описывающие такие переходы, были ранее изучены. На рисунке 5 показана соответствующая бифуркационная диаграмма для случая двухпараметрического анализа на плоскости  $(\Delta, c)$ .

В дополнение к сигналам модели двух связанных систем Рёсслера были рассмотрены экспериментальные данные – записи электроэнцефалограмм мышей (данные предоставлены зав. кафедрой физиологии человека и животных, д.б.н. О.В. Семячкиной-Глушковой). Экспериментальные данные включали 2-канальные записи ЭЭГ (Pinnacle Technology, Тайвань) 6 мышей, записанные в двух различных состояниях: состоянии бодрствования и после введения анестезии (то есть во время искусственного сна, вызванного введением медицинского препарата изофлуран). Продолжительность каждой записи составляла 2 часа с частотой дискретизации сигналов ЭЭГ 2 кГц. Перед проведением исследований осуществлялась предварительная обработка данных – фильтрация, удаление артефактов. «Очищенные» данные использовались для

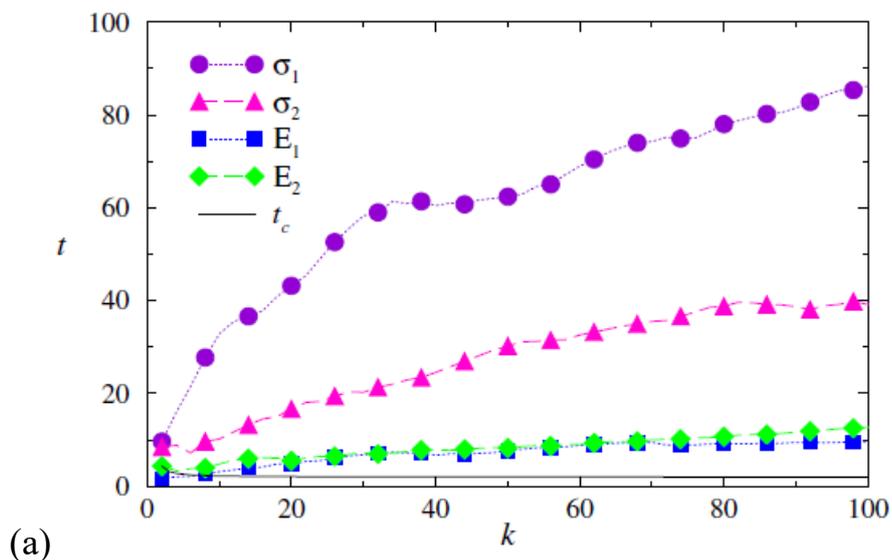
изучения возможности диагностики переходов между функциональными состояниями с помощью многомасштабного вейвлет-анализа.

## **2. Результаты исследований**

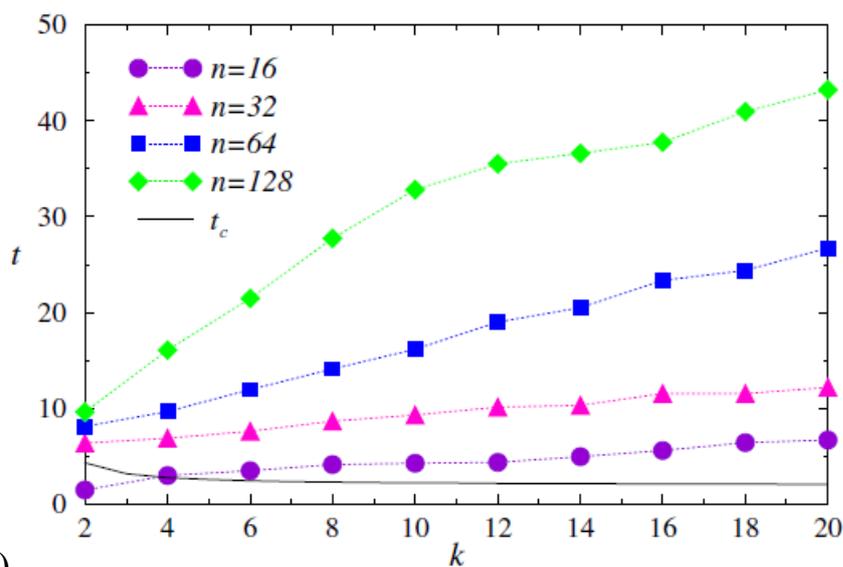
### **2.1. Анализ переходных процессов в модели двух связанных систем Рёсслера**

Прежде чем исследовать переходные процессы между хаотическими и гиперхаотическими колебаниями, создаваемыми моделью двух взаимодействующих систем Рёсслера (6), рассмотрим, каким должно быть минимальное количество данных, позволяющее достоверно охарактеризовать установившиеся режимы колебаний, соответствующие этим двум типам сложной динамики. Ранее было продемонстрировано, что эти режимы могут быть идентифицированы и количественно охарактеризованы с помощью показателей Ляпунова, то есть с помощью широко используемого подхода к диагностике переходов хаос-гиперхаос. Однако этот метод требует довольно длинных наборов данных для выполнения достоверной оценки первых двух показателей Ляпунова (особенно второго показателя, оценки которого проводятся в ходе тщательного усреднения по различным областям хаотического/гиперхаотического аттрактора). Метод МВА, рассматриваемый в данном исследовании, не может идентифицировать сложные колебания с двумя положительными показателями Ляпунова именно как гиперхаотический режим, но может выявить разную сложность последовательностей времен возврата, связанных с хаотическими и гиперхаотическими колебаниями в терминах особенностей распределений вейвлет-коэффициентов. Чтобы убедиться, что эти два типа сложной динамики четко различаются с помощью вейвлетов, на рисунке 8 показаны  $t$ -значения критерия Стьюдента, рассчитанные с использованием последовательностей детальных вейвлет-коэффициентов для хаотической и гиперхаотической динамики. Согласно рисунку 8а, наилучшее разделение состояний наблюдается на 1-м уровне разрешения, если в качестве

вычисляемой характеристики рассматривать стандартное отклонение вейвлет-коэффициентов ( $\sigma_1$ ).



(a)



(б)

Рисунок 8 – Оценки значения  $t$  критерия Стьюдента для стандартных отклонений и эксцесса вейвлет-коэффициентов последовательностей времен возврата в секущую Пуанкаре хаотических и гиперхаотических режимов динамики модели связанных систем Рёсслера для  $n = 128$  и различного числа  $k$  сегментов для усреднения (а), а также  $t$ -значения для  $\sigma_1$  и  $n$  от 16 до 128 в

зависимости от  $k$  (б). Критическое значение  $t_c$ , соответствующее уровню значимости  $p < 0.05$ , показано черной сплошной линией.

## **2.2. Анализ переходных процессов в экспериментальных данных**

Анализ физиологических процессов, таких как записи ЭЭГ, позволяет рассматривать аналогичные случаи почти стационарной динамики, когда состояние организма не претерпевает существенных изменений (например, состояние покоя), быстрые изменения в динамике (реакции на внезапные раздражители), или относительно медленные изменения, когда одно состояние организма сменяется другим (бодрствование и сон). Диагностика режима динамики на основе относительно коротких сигналов важна не только для обнаружения переходов между состояниями для здорового организма, но и позволяет установить развитие патологической динамики мозга. В данном исследовании мы рассматриваем особенности сигналов ЭЭГ во время анестезии. По аналогии с математической моделью, рассмотренной в разделе 2.1, начнем со случая стационарной динамики (или почти стационарной динамики, что больше подходит для физиологических процессов, где вряд ли можно говорить о строгом выполнении условий стационарности) и сравним состояния бодрствования и искусственного сна, вызванного анестезией (удалив переходные процессы).

## **2.3. Выбор количественной меры**

В проведенном исследовании были использованы разные меры, характеризующие распределения вейвлет-коэффициентов на разных уровнях разрешения, включая стандартные отклонения (или дисперсию), асимметрию и эксцесс. Несмотря на то, что в некоторых работах отмечается, что стандартное отклонение не всегда является оптимальной количественной мерой для диагностики состояний с помощью метода МВА, в данной работе этот широко используемый подход привел к наилучшим результатам. Предположительно,

это связано со структурой анализируемых данных – для всех рассмотренных режимов данные не содержали «экстремальных» событий – большого числа отдельных значений, сильно отличающихся от соседних, например, из-за пропуска пересечений секущей Пуанкаре при некоторых вращениях вокруг состояния равновесия в модели связанных систем Рёсслера

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Переходные процессы содержат важную информацию о динамике системы, которую можно использовать для выявления особенностей сложного поведения при изменении системой состояния под воздействием внешних сил, изменений внутренних параметров или взаимодействия между компонентами. Исключение такой информации упрощает анализ экспериментальных данных, поскольку можно применить существенно более широкий набор средств обработки сигналов, но это сильно снижает возможность изучения адаптивных свойств системы. Извлечение информации из коротких наборов данных – это способ проведения более тщательного анализа переходов между состояниями, который полезен для оценки длительности переходного процесса и его особенностей. Основываясь на этой идеологии, в данной ВКР рассмотрена возможность уменьшения объема данных для метода МВА с сохранением при этом надежного разделения между различными типами сложных колебаний. Используя модель двух взаимодействующих систем Рёсслера, описывающую переходы хаос-гиперхаос, показано, что эти изменения могут быть обнаружены по последовательностям времен возврата в сечение Пуанкаре, включающим примерно 64 отсчета, если не учитывать переходные процессы. Когда временные ряды содержат такие переходные процессы, длительности сигналов для проведения анализа должны возрастать, а необходимое количество данных зависит от скорости изменения параметра. В частности, быстрые изменения с короткими переходными процессами (переключения управляющего параметра)

при переходах хаос-гиперхаос идентифицировались примерно по 128 временам возврата. Для более медленного изменения параметра (например, в случае его линейного изменения) необходимый объем данных был примерно в два раза больше, чем в случае переключений. Тем не менее, возможность использования достаточно коротких данных для диагностических целей была подтверждена. Кроме того, продемонстрирована возможность диагностировать переходы между разными режимами электрической активности мозга по сигналам ЭЭГ. В частности, при анализе данных без учета переходных процессов распознавание режима искусственного сна осуществлялось по фрагментам длительностью менее 10 секунд. При учете переходных процессов соответствующая длительность возрастала в 2-3 раза, но тем не менее участки длительностью 30 секунд обеспечивали возможность решить задачу диагностики.