

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра динамического моделирования и биомедицинской инженерии

**Оценка времени задержки кольцевых систем с запаздыванием по
хаотическим временным рядам**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студентка 4 курса 4081 группы
направления 12.03.04 «Биотехнические системы и технологии»

институт физики

Рыжова Анастасия Романовна

Научный руководитель:
Доцент, к.ф.-м.н.

Е.И. Боровкова



15.09.2023

подпись, дата

Зав. кафедрой динамического
моделирования и
биомедицинской инженерии,
д.ф.-м.н., доцент

А.С. Каравасев



подпись, дата

15.09.2023

Саратов 2023

Введение

В природе имеют широкое распространение системы с запаздыванием, определить состояние которых можно как текущим их состоянием, так и состоянием в предыдущие моменты времени. Эти системы и их математические модели находят применение в различных разделах физики, биологии, физиологии и химии, а некоторые из них, например, уравнения Маккея-Гласса, Икеды и генератора с запаздывающей обратной связью стали эталонами систем с запаздыванием [1].

Актуальность работы заключается в том, что системы с запаздыванием распространены в разных сферах науки, включая сферу биомедицины. Реконструкция систем с запаздыванием может позволить исследовать и моделировать различные биологические процессы, включая процессы в организме человека. Например, модели с запаздыванием могут использоваться для описания задержки в обратной связи между нейронами в центральной нервной системе, или для описания задержки между приемом лекарства и его полным всасыванием в кровь.

Системы с запаздыванием описываются дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом и характеризуются параметрами, задающими инерционные свойства системы. Такие дифференциальные уравнения часто демонстрируют хаотические колебания высокой размерности, поэтому для реконструкции систем с запаздыванием приходится разрабатывать и использовать специальные методики и приемы [2].

Цель работы заключалась в изучении и освоении методов реконструкции систем, описываемых дифференциальными уравнениями первого порядка с одним и двумя запаздываниями по временным рядам, и программной реализации изученных методов.

Для достижения цели были поставлены следующие **задачи**:

1. Написать обзор системам с запаздыванием в различных областях науки, в том числе в биофизике.

2. Освоить методы реконструкции кольцевых систем с запаздыванием, основанные на оценке производной для систем с запаздыванием, описываемых дифференциальным уравнением первого порядка.

3. Освоить написание графического интерфейса в Питоне. Написать программы реконструкции систем с запаздыванием первого порядка.

4. Исследовать качество реконструкции в зависимости от уровня аддитивного шума.

5. Освоить метод реконструкции кольцевых систем с двумя запаздываниями.

6. Написать программу реконструкции системы с двумя запаздываниями.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованных источников, 5 приложений. Работа изложена на 90 страницах с приложениями, иллюстрирована 32 рисунками. Список литературы включает 18 работ.

Основное содержание работы

Первая глава «Обзор систем с запаздыванием. Реконструкция систем с запаздыванием». Системы с запаздыванием широко используются в различных научных областях, таких как физика, инженерия, биология, экономика и многие другие. Эти системы характеризуются задержками в реагировании на входные данные или изменения в системе, которые могут быть вызваны различными физическими, биологическими или вычислительными причинами.

Задержка может быть введена в систему из-за времени, необходимого для распространения сигналов по системе, времени, необходимого системе для обработки информации, или времени, необходимого системе для реакции на изменения. Эти задержки могут оказать значительное влияние на поведение системы.

Системы с задержкой распространены в медицине и биомедицине. Например, в моделях метаболических или гормональных систем есть запаздывание в реакции системы из-за времени, необходимого для того, чтобы лекарства или гормоны достигли целевой ткани и оказали свое действие.

Анализ и моделирование систем с задержками является важной областью исследований, и существует множество математических инструментов и методов, которые могут быть использованы для изучения этих систем. Эти инструменты включают дифференциальные уравнения с задержками, передаточные функции, модели пространства состояний и другие методы. Целью этих методов является понимание поведения системы, прогнозирование ее реакции на изменения и разработка стратегий управления для повышения ее производительности.

Вторая глава «Реконструкция систем с одним запаздыванием». В настоящее время разработано множество методов реконструкции систем с запаздыванием, описываемых дифференциальным уравнением первого порядка. Известны такие способы реконструкции параметров систем с запаздыванием,

как метод информационной энтропии [3], метод множественной стрельбы [4], метод построения локальных моделей [5] и оценки ошибки прогноза [6] и другие. У всех методов имеются свои преимущества и недостатки.

Методы, исследуемые в работе, позволяют определять параметр запаздывания систем с запаздыванием с помощью статистического анализа скалярных хаотических временных реализаций.

Первый метод – метод закономерности расположения экстремумов можно пояснить с помощью уравнения:

$$\varepsilon_1 \dot{x}(t) = -x(t) + f(x(t - \tau_1)), \quad (1)$$

где $x(t)$ – состояние системы в момент времени t ; τ_1 – время запаздывания; ε_1 – параметр, характеризующий инерционные свойства системы.

Исходя из условия $\dot{x}(t) = 0$, $\ddot{x}(t) \neq 0$ и $\varepsilon_1 \neq 0$, должно выполняться условие $\dot{x}(t - \tau_1) \neq 0$, что говорит о том, что через интервал от квадратичного экстремума, равного τ_1 , не должно быть другого экстремума, и тогда, чем ближе мы будем приближаться к значению τ_1 , тем меньшее количество экстремумов через интервалы будет находиться, то есть $N(\tau_1) \rightarrow 0$. Если же время запаздывания τ не будет соответствовать истинному времени запаздывания системы, то на расстоянии интервалов, равному такому τ , экстремумы можно будет найти, так как в этом случае производные $\dot{x}(t)$ и $\dot{x}(t - \tau_1)$ могут быть равны нулю одновременно.

Таким образом, если построить зависимость числа N пар экстремумов временного ряда, удаленных друг от друга на время τ , от величины τ , то на графике можно будет увидеть четкий минимум при $\tau = \tau_1$, где τ_1 – время запаздывания системы.

На данном методе, основывается алгоритм нахождения параметра запаздывания, который был программно реализован на языке Python.

Результаты применения метода, представленные в работе на рисунках, показали, что метод точно определяет время запаздывания исследуемых систем.

Второй метод реконструкции для систем с одним с запаздыванием можно пояснить на примере уравнения (1). При условии, что экстремальные точки системы являются квадратичными, будет выполняться условие $\dot{x} = 0$. Тогда из уравнения можно увидеть, что в этом случае точки временного ряда будут располагаться на функции $f(x(t - \tau_1))$. В таком случае, если рассчитать расстояние между точками при неправильном и правильном времени запаздывания и построить зависимость, ее абсолютный минимум будет наблюдаться на значении параметра запаздывания системы. Из этого свойства был составлен алгоритм для определения параметра запаздывания системы.

Результаты применения метода, представленные в работе на рисунках, показали, что метод определяет время запаздывания исследуемых систем с небольшой погрешностью.

Для описанных двух методов было проведено исследование качества реконструкции от аддитивного шума для систем с одним запаздыванием. Зашумление сигналов производилось с помощью добавления гауссовского белого шума в процентах от дисперсии исходного сигнала. Результаты оценки методов были представлены в виде графиков. Исследование показало, что метод $N(\tau)$ устойчив к аддитивному шуму до 13% при работе с системой с квадратичной нелинейностью и системой Маккея-Гласса. Метод показал себя неустойчивым к аддитивному шуму до 1% при работе с системой Икеды. Метод $L(\tau)$ по результатам исследования показал себя более устойчивым к шуму, при его высоких показателях, до 20%, при этом у метода есть небольшая погрешность при отсутствии шума. Этот метод показал себя более пригодным для реконструкции системы Икеды.

Для облегчения работы с методами реконструкции и визуализации данных был реализован графический интерфейс. Интерфейс представляет из себя главное окно, в котором можно выбрать одну из трех исследуемых систем и сгенерировать временную реализацию системы, сохранить ее в виде текстового файла, получить график, получить график сигнала в частотном спектре,

применить два метода реконструкции $N(\tau)$ и $L(\tau)$. В главе приводятся иллюстрации разных окон графического интерфейса.

В результате было разработано два алгоритма реконструкции параметра запаздывания систем, описываемых дифференциальными уравнениями первого порядка с одним параметром запаздывания. Алгоритмы были программно реализованы на языке Python и применены к трем системам с запаздываниями, а также исследованы при добавлении аддитивного шума. Для работы с методами реконструкции был реализован графический интерфейс, который в дальнейшем может использоваться при исследовании систем с запаздыванием.

Третья глава «Реконструкция кольцевых систем с двумя запаздываниями, описываемых дифференциальным уравнением первого порядка». При моделировании систем с задержками часто приходится сталкиваться со случаями, когда система зависит не только от одного предыдущего состояния, но и от нескольких предыдущих состояний. В таких ситуациях необходимо учитывать множественные задержки при моделировании системы [7].

Когда необходимо восстановление систем с временными задержками, важно отметить, что не все методы, используемые для идентификации систем с одной временной задержкой, могут быть легко распространены на системы с двумя или более временными задержками, поэтому для моделирования систем такого типа может потребоваться использование методов, учитывающих множественные задержки.

Описанные ранее методы реконструкции систем с запаздывающей обратной связью по их хаотическим временным реализациям можно успешно распространить на случай систем с запаздыванием, для которых характерно наличие двух различных времен задержки.

Для примера применения метода рассмотрим систему с запаздыванием, описываемую дифференциальным уравнением первого порядка с двумя временами запаздывания τ_1 и τ_2 :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), x(t - \tau_1), x(t - \tau_2)). \quad (2)$$

Для временных рядов систем, описываемых таким уравнением характерно такое же свойство, как для временных рядов систем описываемых уравнением вида $\dot{x}(t) = f(x(t), x(t - \tau))$, которое заключается в том, что на удалении истинного времени запаздывания системы, нет экстремальных точек. Тогда для таких систем также можно применить метод, основанный на закономерности расположения экстремумов, алгоритм, разработанный для систем с одним запаздыванием, подходит для систем с двумя запаздываниями.

Данный алгоритм был программно реализован на языке Python в среде программирования IDLE и применен к временным рядам, также программно сгенерированным с помощью программного численного вычисления по дифференциальным уравнениям, описывающих разные системы с двумя запаздываниями.

Для генерирования временных рядов выбирались определенные параметры для того, чтобы после применения методов реконструкции определять правильность и точность нахождения времени запаздывания.

Метод был распространен на системы с квадратичной нелинейностью и Маккея-Гласса с двумя запаздываниями. Результаты применения метода, представленные в работе на рисунках, показали, что метод точно определяет время запаздывания исследуемых систем.

По аналогии с методом для систем с одним запаздыванием, его можно пояснить с помощью формулы (2). При условии $\dot{x} = 0$, точки временного ряда будут располагаться на функции в трехмерном пространстве при правильно подобранных параметрах запаздывания. В таком случае расстояние между точками будет меньшим по сравнению с точками, определенных на интервале неправильного времени запаздывания. Если построить зависимость расстояния между точками, то минимум покажет времена запаздывания в системе. На данном методе был основан второй алгоритм реконструкции для систем с двумя запаздываниями.

Метод также был применен к двум системам – с квадратичной

нелинейностью и Маккея-Гласса с двумя запаздываниями. Результаты, представленные в работе на графиках показали, что метод определяет оба параметра запаздывания с небольшой погрешностью.

Для облегчения работы с методами реконструкции и визуализации данных был реализован графический интерфейс. Интерфейс представляет из себя главное окно, в котором можно выбрать одну из двух исследуемых систем и сгенерировать временную реализацию системы, сохранить ее в виде текстового файла, получить график, получить график сигнала в частотном спектре, применить два метода реконструкции $N(\tau)$ и $D(\tau)$. Интерфейс реализован для облегчения работы с методами реконструкции и визуализации данных и может в дальнейшем использоваться в исследованиях систем с запаздыванием.

В результате было разработано два алгоритма реконструкции параметра запаздывания систем, описываемых дифференциальными уравнениями первого порядка с двумя параметрами запаздывания. Алгоритмы были программно реализованы на языке Python и применены к трем системам с запаздываниями. Для работы с методами реконструкции был реализован графический интерфейс, который в дальнейшем может использоваться для исследования систем с запаздыванием.

Заключение

В результате проделанной работы были программно реализованы алгоритмы реконструкции параметра запаздывания для систем, описываемых дифференциальными уравнениями с одним и двумя запаздываниями, разработанные на основе статистических методов.

Для реализованных программ были созданы графические интерфейсы для реконструкции систем с одним запаздыванием и реконструкции систем с двумя запаздываниями. Каждый интерфейс объединяет в себя программы для генерирования и построения графиков временных рядов, программы реконструкции параметра запаздывания двумя методами, программу построения частотного спектра временного ряда, интерфейс позволяет сохранить массивы точек сгенерированных временных рядов, сохранить изображение графиков с результатами реконструкции.

Все поставленные задачи были выполнены и цель работы достигнута.

Список использованных источников

1. Пономаренко В. И., Лаппева Е. Е., Прохоров М. Д. Оценка времен задержки по временным рядам кольцевых автоколебательных систем с запаздыванием. Информационно-управляющие системы, 2022, № 6, с. 53–61. doi:10.31799/1684- 8853-2022-6-53-61, EDN: SOYXID
2. Безручко Б.П., Смирнов Д.А. Математическое моделирование и хаотические временные ряды. Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2005. 320 с. ISBN 5-94409- 045-6.
3. Fowler A.C., Kember G. Delay recognition in chaotic time series // Physics Letters A. –1993. –V. 175. –№. 6. –P. 402–408.
4. Саатево, И., Хайсер, М. Метод множественной стрельбы для решения задач реконструкции систем с запаздыванием. Автоматика и телемеханика, 2004, 11, 148-163.
5. Остроумова, Л., Хайсер, М. Построение локальных моделей для реконструкции динамических систем с запаздыванием. Автоматика и телемеханика, 2010, Т. 5, С. 3-20.
6. Изекиме, Е., Рикс, Ф. Ошибка прогнозирования для реконструкции динамических систем с запаздыванием. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48, 4, С.560-575.
7. Пономаренко, В. И. Реконструкция уравнений систем с двумя временами запаздывания по временным рядам / В. И. Пономаренко, М. Д. Прохоров // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 2004. – Т. 30, № 22. – С. 23-30.

15.06.2023

 Косов А.Р.