

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра математики и методики ее преподавания

Треугольники в курсе средней школы
АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 5 курса 521 группы
направления 44.03.01 Педагогическое образование
механико-математического факультета

Халидовой Линды Ханпашаевны

Научный руководитель

старший преподаватель

Зав. кафедрой

к.п.н., доцент

И. Г. Брагина

И. К. Кондаурова

Саратов 2023

Введение. Среди различных математических разделов, изучаемых в школе, особое значение и роль играет геометрия. Сегодня геометрия важна и значима на всех уровнях образования, а также находит применения во многих областях науки, техники и искусства. Геометрия развивает логическое мышление и способствует формированию независимых суждений. На её методах и выводах основываются многие области человеческой деятельности. Цель изучения курса геометрии в основной школе заключается в систематическом изучении свойств геометрических фигур на плоскости и подготовке необходимого аппарата для последующего изучения смежных дисциплин.

Особую роль в геометрии играет треугольник. Треугольник, как самая простая замкнутая прямолинейная фигура, знаком человеку еще с древности. Он всегда имел широкое практическое применение, поэтому уже в древности изучались его свойства. За тысячелетия математики проанализировали треугольник настолько детально, что некоторые называют это исследование «геометрией треугольника», которая стала одним из самостоятельных разделов элементарной геометрии.

Изучение треугольника является начальной ступенью в геометрии, поэтому важно, чтобы эта тема была полностью раскрыта и доступно изложена для учеников, чтобы развить их интерес к изучению геометрии. В процессе дальнейшего обучения геометрии необходимо постоянно возвращаться к этому материалу, который является фундаментом науки. Для этого учитель разрабатывает новые методики обучения, чтобы эффективно донести значение и свойства треугольника ученикам.

Треугольник как геометрическая фигура описана в работах таких авторов, как М. Я. Выгодский, Ю. М. Гайдук, В. В. Зайцев, С. И. Зетель, Г. Г. Левитас, Г. П. Матвиевская, А. Г. Мякишев, А. М. Нигмедзянова, Я. П. Понарин, А. М. Хованский.

Методический аспект изучения треугольников в курсе средней школы разрабатывался такими авторами, как А. Д. Александров, Л. В. Виноградова, В.

А. Гусев, Ю. М. Колягин, А. Н. Колмогоров, В. И. Мишин, Г. И. Саранцев, Ю. Д. Сергеева, Г. С. Смакова, А. Я. Хинчин.

Цель работы – определить особенности методического сопровождения при изучении треугольников в средней школе.

Задачи исследования:

1. Дать общее определение треугольника как геометрической фигуры, видам треугольников.
2. Рассмотреть методический аспект изучения треугольников в курсе средней школы.
3. Провести обзор школьного учебника на предмет изучения треугольников в курсе средней школы.
4. Разработать дидактический материал для изучения треугольников в курсе средней школы и апробировать его на практике.
5. Провести анализ результатов опытно-практической работы по изучению треугольников в курсе средней школы.

Для решения поставленных задач использованы следующие методы работы: анализ психолого-педагогической и методико-математической литературы; разработка и апробация методических материалов.

Структура работы: титульный лист; введение; два раздела («Теоретические основы изучения треугольников в курсе средней школы»; «Опытно-практическая работа по изучению треугольников в курсе средней школы»); заключение; список использованных источников.

Основное содержание работы. В первом разделе бакалаврской работы решены первая, вторая и третья задачи: дано общее определение треугольника как геометрической фигуры; рассмотрен методический аспект изучения треугольников в курсе средней школы; проведен обзор школьного учебника на предмет изучения треугольников в курсе средней школы.

Треугольник (в евклидовом пространстве) – геометрическая фигура, образованная тремя отрезками, которые соединяют три точки, не лежащие на одной прямой. Указанные три точки называются вершинами треугольника, а

отрезки – сторонами треугольника. Часть плоскости, ограниченная сторонами, называется внутренностью треугольника: нередко треугольник рассматривается вместе со своей внутренностью (например, для определения понятия площади).

Стороны треугольника образуют в вершинах треугольника три угла, поэтому треугольник можно также определить как многоугольник, у которого имеется ровно три угла, то есть как часть плоскости, ограниченную тремя отрезками, которые соединяют три точки, не лежащие на одной прямой.

Основные элементы треугольника – это вершины, стороны, углы.

Традиционно вершины треугольника обозначаются заглавными буквами латинского алфавита A , B , C , а противолежащие им стороны – теми же строчными буквами. Треугольник с вершинами A , B и C обозначается как $\triangle ABC$. Стороны можно также обозначать буквами ограничивающих их вершин: $AB=c$, $BC=a$, $CA=b$.

Величины углов при соответствующих вершинах традиционно обозначаются греческими буквами α , β , γ .

Существует несколько классификаций треугольников. По величине углов: остроугольный, тупоугольный, прямоугольный. По числу равных сторон: разносторонний, равнобедренный, равносторонний.

В треугольнике выделяют медиану, вершину, биссектрису.

Треугольник можно определить по следующим тройкам основных элементов:

- 1) равенство по двум сторонам и углу между ними;
- 2) равенство по стороне и двум прилежащим углам;
- 3) равенство по трём сторонам.

Основные свойства элементов треугольника: свойства углов, неравенство треугольника, теорема о сумме углов треугольника.

Геометрические утверждения, связанные с треугольниками и изучаемые в средней школе, имеют различные логические связи между собой. Это, в свою очередь, означает, что одни утверждения могут выводиться из других без использования свойств фигур, полученных из опыта, наблюдений и иных

наглядных соображений. Рассуждения или доказательства используются для формирования логических выводов, объясняющих эти утверждения. Этот метод доказательства не является просто еще одним примером в курсе геометрии, он является центральной составляющей обучения геометрии в средней школе.

Предлагаемые определения геометрических понятий при изучении треугольников в средней школе должны активно обсуждаться учащимися под руководством учителя. Поэтому методический аспект изучения треугольников в курсе средней школы предполагает систему вопросов и упражнений при изучении отдельных тем; систему задач по изучаемым темам; устный дифференцированный опрос. Причем такие вопросы и упражнения должны быть дифференцированы по степени сложности.

При изучении треугольников в средней школе основная форма обучения геометрическим понятиям – это проведение бесед и выполнение специальных упражнений. Система упражнений включает в себя задания, направленные на наглядное знакомство с геометрическими понятиями, включая рассмотрение различных моделей и выполнение на них простейших построений, в рамках как теоретического материала, так и системы задач.

Реализацией принципа наглядности и доступности при изложении учебного материала при изучении треугольников является наличие большого числа рисунков, помогающих усвоению материала, а также показ динамики развития построения, наблюдения, рассуждения, так как один рисунок, на котором изображены все этапы решения (построения или доказательства), не дает нужного эффекта.

Обзор школьного учебника на предмет изучения треугольников в курсе средней школы на примере учебников таких авторов, как Л. С. Атанасян, А. В. Погорелов, И. Ф. Шарыгин, показал, что существует два подхода к определению треугольника. В учебниках первых двух авторов понятие треугольника вводится конструктивно: как фигура, состоящая из трёх точек и трёх отрезков, соединяющих эти точки. В учебнике третьего автора понятие треугольника даётся как частный случай многоугольника.

Определение равенства треугольников во всех этих учебниках даётся через совмещение равных фигур путём наложения. Определение равнобедренного и равностороннего треугольника одинаковое во всех учебниках. Такое определение является общепринятым в математике.

Во всех рассматриваемых учебниках применяется один подход признаков равенства треугольников, с использованием аксиомы существования треугольника равного данному. Но нигде ссылок на эту аксиому нет. Доказательства проводятся на основе наглядности с помощью наложения и приложения. Предположительно преимущество имеет использование в учебнике Л. С. Атанасяна в качестве основного рабочего аппарата признаки равенства треугольников, а не свойства геометрических преобразований.

Во втором разделе бакалаврской работы решена четвертая и пятая задачи: разработан дидактический материал для изучения треугольников в курсе средней школы и апробировать его на практике; проведен анализ результатов опытно-практической работы по изучению треугольников в курсе средней школы.

Приведем содержание разработанного урока для 7-го класса.

Урок по теме «Треугольник».

Цели урока:

1. Образовательные: ввести определение треугольника и его элементов, периметра треугольника, понятие равных треугольников.
2. Развивающие: расширение кругозора обучающихся; развивать умение видеть математические понятия в окружающем нас мире; развивать устную и письменную математическую речь.
3. Воспитательные: воспитывать умение работать в группе, воспитывать устойчивый интерес к предмету.

Оборудование: Учебник: Л.С. Атанасян и др. Геометрия, 7 класс; набор из 5 треугольников; карточки с раздаточным материалом; компьютер, мультимедийный проектор; демонстрационный экран; слайдовая презентация; оценочные листы.

Ход урока:

1. Организационный момент.
2. Сообщение темы и целей урока.

Учитель: Сегодня мы приступаем к изучению темы «Треугольник»; очень часто мы встречаемся с этой геометрической фигурой, поэтому надо вспомнить из чего она состоит, как обозначается. Закрепить и углубить умения и навыки решения задач, приобретенные вами в процессе изучения темы.

Вы должны знать: определение треугольника и его элементов, определение равных треугольников, что такое периметр.

Вы должны уметь: решать задачи на нахождение периметра треугольника по записи равных треугольников находить пары равных элементов этих треугольников.

3. Изучение нового материала – поисково-исследовательский этап урока.

Так как понятие «треугольник» уже знакомо учащимся, то целесообразно организовать изучение нового материала в виде поисковой работы.

Учитель: Попробуйте сформулировать определение треугольника.

Ученики высказывают разные предложения, и учитель быстро изображает на доске высказанное предположение:

- 1) Из трёх прямых:

Вывод: цели не достигли, треугольник не построили.

- 2) Из трёх отрезков:

Вывод: цели не достигли, треугольник не построили

- 3) Из трёх углов:

Вывод: цели не достигли, треугольник не построили.

- 4) из трех отрезков и трех точек.

Учитель: Какие условия должны выполняться для того, чтобы можно было построить треугольник?

Учащиеся сами предлагают условия для расположения точек и отрезков (три точки не должны лежать на одной прямой и отрезки попарно соединяют эти точки).

И доходят до предположения: из трёх точек и трёх отрезков, не лежащих на одной прямой, соединяющих эти точки.

Ученики: треугольник – это геометрическая фигура, которая состоит из трёх точек, не лежащих на одной прямой и трёх отрезков, попарно соединяющих эти точки.

Учитель: указывает, что отрезки называются в треугольнике сторонами, а точки вершинами; даёт задание учащимся записать в тетради данное определение, построить произвольный треугольник, записать его вершины, стороны, углы.

Треугольник так и обозначается указанием его вершин, например треугольник ABC.

Еще в древности стали вводить некоторые знаки и обозначения для геометрических фигур и понятий. Так, древнегреческий ученый Герон (1 в.) вместо слова треугольник применял знак Δ . Пишут ΔABC .

Учитель: приведите примеры знакомых вам предметов, которые имеют форму треугольника.

(У домов треугольные крыши, шапки, косынки – имеют треугольную форму, грани у пирамиды имеют треугольную форму, во время войны, письма имели треугольную форму.)

Учитель: Как мы называем сумму длин всех сторон треугольника?

Ученики: периметр.

Учитель: Верно. Тогда вам будет не трудно решить следующую задачу.

Задача № 1.

Дан ΔABC . АВ равно 4 см, ВС равно 3 см, а АС равно 5 см. Найдите периметр треугольника ABC.

Решение:

$$P_{\Delta ABC} = AB + BC + CA = 4 + 3 + 5 = 12 \text{ (см)}$$

Ответ: $P_{\Delta ABC} = 12$ см.

На столе у каждого ученика лежит набор из пяти разных пронумерованных треугольников. Такие, чтобы среди пяти треугольников обязательно 2

треугольника были равны. Например: у I варианта это 2 и 4, а у II варианта – 3 и 5 треугольники.

Учитель: У вас на столах лежат треугольники. С помощью них дайте ответ на следующую задачу.

Задача № 2 (устно). Периметр одного треугольника больше периметра другого. Могут ли быть равными эти треугольники?

Учитель: просит среди представленных учащимся треугольников найти равные треугольники и описать способ нахождения равных треугольников;

Ученики накладывают треугольники друг на друга.

Учитель просит наложить эти же треугольники друг на друга другим способом так, чтобы они снова совпали.

Ученики: другого способа нет.

Учитель: значит сколькими способами можно наложить треугольники, чтобы они совпали?

Ученики: только единственным способом.

Вывод: Итак, в равных треугольниках есть только по одной соответствующей паре углов и сторон, равных друг другу. Под равенством фигур Евклид, в своей первой книге «Начал», а вслед за ним многие геометры понимали возможность совмещать фигуры наложением (Г.Глейзер).

4. Применение полученных знаний при закреплении и углублении знаний по теме.

Учитель дает задание построить в тетради два равных треугольника (рисунок 1).

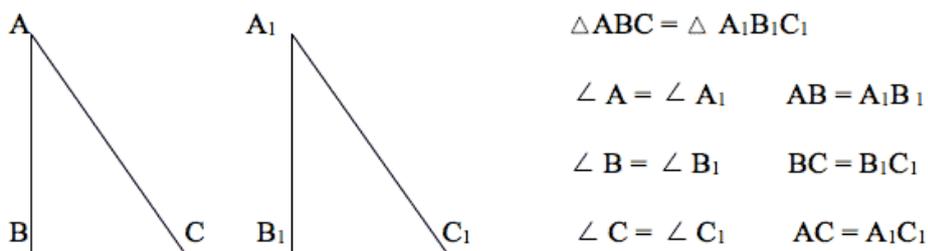
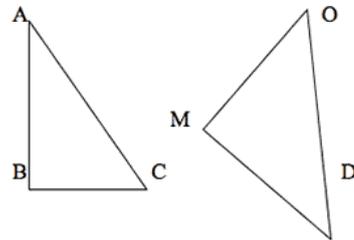


Рисунок 1 – Запись задания

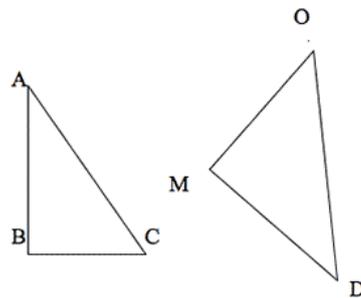
Учитель: просит дать определение равных треугольников (если ученики не смогут самостоятельно вывести это определение, то им помогает учитель); обращает внимание учащихся на запись равных треугольников: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Задача № 3 (по готовому чертежу): Заполните пропуски (рисунок 2)



$\triangle ABC = \triangle OMD$
 $\angle A = \angle \dots$ $AB = \dots$
 $\angle B = \angle \dots$ $BC = \dots$
 $\angle C = \angle \dots$ $AC = \dots$

Ответ:

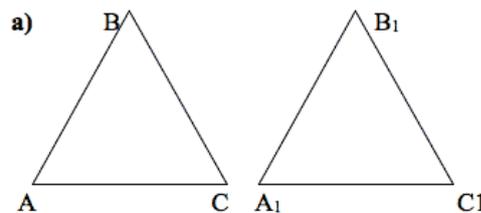


$\triangle ABC = \triangle OMD$
 $\angle A = \angle O$ $AB = OM$
 $\angle B = \angle M$ $BC = MD$
 $\angle C = \angle D$ $AC = OD$

Рисунок 2 – Задание с пропусками

Решить по заранее заготовленному чертежу:

Задача № 4. (рисунок 3)



Дано:

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

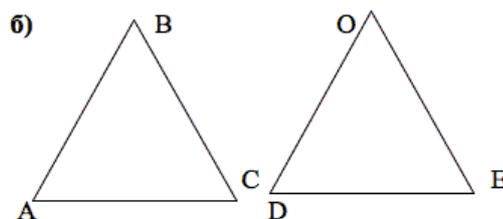
$\angle A = 53^\circ$, $\angle C = 67^\circ$, $\angle B = 60^\circ$

Найти: $\angle A_1$, $\angle B_1$, $\angle C_1$

Решение:

$\angle A = \angle A_1 = 53^\circ$, $\angle B = \angle B_1 = 60^\circ$, $\angle C = \angle C_1 = 67^\circ$.

Ответ: $\angle A_1 = 53^\circ$, $\angle B_1 = 60^\circ$, $\angle C_1 = 67^\circ$.



Дано:

$\triangle ABC = \triangle DOE$

$AB = 16\text{см}$, $AC = 12\text{см}$, $OE = 17\text{см}$

Найти: BC , ED , DO .

Решение: $AB = DO = 16\text{м}$, $BC = OE = 17\text{см}$, $AC = ED = 12\text{см}$.

Ответ: $BC = 17\text{см}$, $DO = 16\text{м}$, $ED = 12\text{см}$.

Рисунок 3 – Запись задачи № 4

Математический диктант (с последующей проверкой).

Отметьте знаком «+» правильные утверждения и знаком «-» – ошибочные:

- треугольник является объемной фигурой;
- треугольник является плоской фигурой;
- треугольником называется геометрическая фигура, состоящая из трех точек, соединенных попарно отрезками;
- треугольником называется геометрическая фигура, состоящая из трех точек, не лежащих на одной прямой и соединенных попарно отрезками;
- в треугольнике ABC стороны, прилежащие к углу BAC – это AB и AC;
- периметром треугольника называется сумма длин всех сторон этого треугольника;
- если два треугольника равны, то их соответственные элементы могут быть не равны;
- если два треугольника равны, то их периметры всегда равны;
- в равных треугольниках против соответственно равных сторон лежат равные углы;
- в равных треугольниках ABC и MKD соответственными являются элементы: AC и MD, BC и KD, AB и MK; $\angle A$ и $\angle M$, $\angle B$ и $\angle K$, $\angle C$ и $\angle D$.

правильный ответ - + - + + + - + + +

Решение задач.

Ребята находят решение в группах, помогая друг другу. Результаты обсуждаются в классе.

Задача № 5

Известно, что треугольник MРК равен треугольнику СОЕ. Запишите равные углы и стороны этих треугольников:

MP =	PK =	MK =
$\angle M =$	$\angle P =$	$\angle K =$

Задача № 6

Даны два равных $\triangle DBE$ и $\triangle KOP$, $DE=4,5\text{см}$, $DB=9\text{см}$, $\angle D=60^\circ$, $\angle B=30^\circ$.

Найдите соответствующие стороны и углы $\triangle KOP$.

Задача № 7

На столах лежат треугольники разного цвета. Обозначьте вершины. Найдите периметр треугольника и результат напишите с обратной стороны.

Задача № 8 (при наличии времени)

№90-91– учебник «Геометрия 7-9» (Л. С. Атанасян и др.)

5. Подведение итогов урока, оценка знаний.

6. Домашнее задание: №89(а, в), 90-91.

Опытно-практическая работа по изучению треугольников в курсе средней школы проводилась в три этапа:

Этап 1. Первый мониторинг усвоения учащимися материала по треугольникам. Сроки проведения – сентябрь 2022 года.

Этап 2. Апробация разработанных материалов по изучению треугольников в курсе средней школы. Сроки проведения – сентябрь 2022 года – май 2023 года.

Этап 3. Мониторинг усвоения учащимися материала по треугольникам и анализ результатов работы. Сроки проведения – май 2023 года.

Работа проведена на базе двух параллельных классов среднего звена общеобразовательной школы: 7 «А» (30 чел.) и 7 «Б» (30 чел.). На втором этапе проведена апробация разработанного материала – уроков по тематическому разделу «Треугольники» с учащимися 7 «А» класса.

На третьем этапе работы в 7 «А» получен более высокий средний балл по теме треугольников как за 3 четверть (4,0), так и за 4 четверть (4,3) в сравнении со средним баллом в 7 «Б» классе (3,66 и 3,9, соответственно) (рисунок 4).

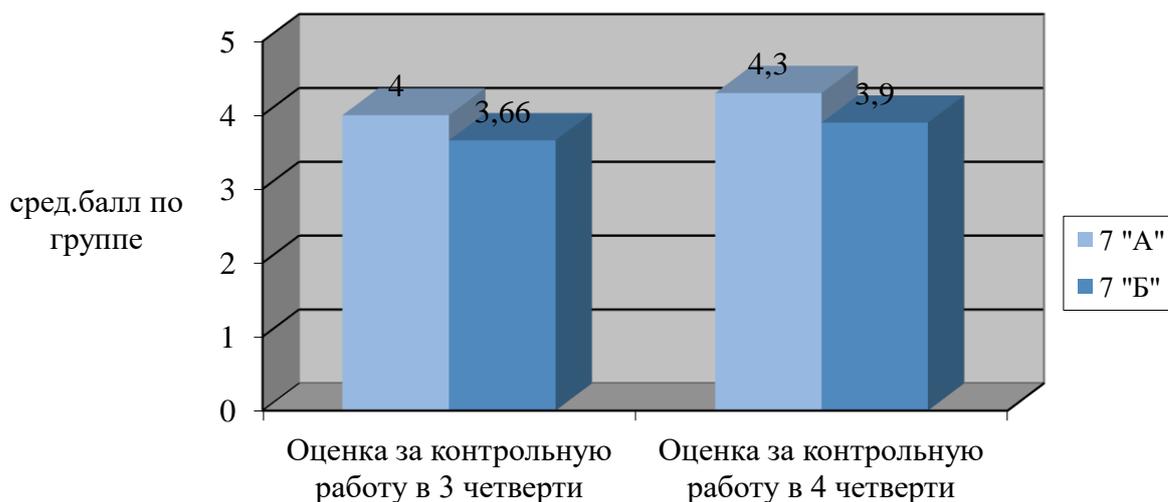


Рисунок 4 – Успешность выполнения работ по теме «Треугольники» учащимися двух классов (средний балл по классу)

Сравнительный анализ результатов проведенной работы позволяет говорить о наличии положительной, статистически значимой динамики в росте успешности выполнения работ по теме «Треугольники» у учащихся 7-го «А» класса, с которыми обучение проводилось на основе разработанного дидактического материала. Так, успешность больше выросла в 7-м «А» классе, где было предусмотрено использование современных ИКТ, слайдовой презентации в структуре урока (что способствовало повышению наглядности изложения материала по треугольникам), проблемно-поискового изложения нового материала, разных форм работы обучающихся (в группах, в парах, индивидуально).

Заключение.

1. Дано общее определение треугольника как геометрической фигуры, видам треугольников.
2. Рассмотрен методический аспект изучения треугольников в курсе средней школы.
3. Проведен обзор школьного учебника на предмет изучения треугольников в курсе средней школы.
4. Разработан дидактический материал для изучения треугольников в курсе средней школы и апробировать его на практике.

5. Проведен анализ результатов опытно-практической работы по изучению треугольников в курсе средней школы.

Практическая значимость исследования заключается в возможности использования разработанных дидактических материалов учителями на уроках математики.