

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра теории функций и стохастического анализа

**ФОРМИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ ПОРТФЕЛЕМ ЦЕННЫХ
БУМАГ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки 4 курса 412 группы
направления 01.03.02 — Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета

Мосиной Марины Андреевны

Научный руководитель

ст. преподаватель

А. А. Тюленева

Заведующий кафедрой

д. ф.-м. н., доцент

С. П. Сидоров

Саратов 2024

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Тема портфельного инвестирования и управления портфелем ценных бумаг является актуальной по многим причинам. Во-первых, рыночная экономика постоянно развивается, что требует поиска новых подходов и инструментов для ее развития. Рынок ценных бумаг играет ключевую роль в этом процессе, привлекая свободные денежные средства и обеспечивая их эффективное использование.

Во-вторых, портфельное инвестирование получило широкое распространение среди различных участников рынка, включая государства, предприятия и частных инвесторов. Это связано с тем, что оно позволяет диверсифицировать риски и увеличить доходность инвестиций.

В-третьих, в условиях современного рынка портфельное инвестирование требует особого внимания к своей специфике и особенностям. Сегмент портфельного инвестирования очень динамичен и подвержен многим внешним и внутренним факторам, таким как изменение процентных ставок, динамика валютных курсов, экономические кризисы и т.д.

Наконец, изучение и анализ подходов к формированию портфеля ценных бумаг становится еще более актуальным в свете необходимости совершенствования инвестиционных стратегий. Портфельное инвестирование предлагает определенные условия, позволяющие выбрать наиболее подходящие активы для включения в портфель, а также управлять ими для достижения поставленных целей.

Целью бакалаврской работы является создание оптимального портфеля ценных бумаг путем применения различных моделей и методов анализа.

Объект исследования – портфель ценных бумаг, то есть совокупность различных видов финансовых инструментов, которые определены соответствующим образом и могут включать акции, облигации, ценные бумаги с фиксированным доходом и другие.

Предмет исследования – принципы, методы и стратегии, используемые для формирования и управления портфелем ценных бумаг.

Для достижения поставленных целей в работе необходимо решить следующие **задачи**:

- определить основные понятия, необходимые для описания портфеля ценных бумаг;
- рассмотреть основные виды ценных бумаг и их характеристики;
- изучить основные модели построения оптимальных портфелей ценных бумаг;
- рассмотреть алгоритмы для формирования портфелей;
- рассмотреть на практике формирование портфеля ценных бумаг;
- оптимизировать портфель ценных бумаг с помощью различных моделей;
- провести сравнительный анализ моделей оптимизации портфеля.

Практическая значимость проводимого исследования заключается в возможности использования полученных результатов и рекомендаций для принятия обоснованных инвестиционных решений. Это позволяет инвесторам и компаниям достигать своих инвестиционных целей более эффективно, минимизируя риски и максимизируя доходность, что особенно важно в условиях изменчивости и непредсказуемости финансовых рынков.

Структура и содержание бакалаврской работы. Работа состоит из введения, трех разделов, заключения, списка использованных источников, содержащего 20 наименований, и приложения. Общий объем работы составляет 54 страницы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность темы работы, формулируется цель работы и решаемые задачи, отмечается практическая значимость полученных результатов.

В **первом** разделе приводятся теоретические аспекты формирования и управления портфелем ценных бумаг.

Портфель ценных бумаг представляет собой определенный набор корпоративных акций, облигаций с различной степенью обеспечения и риска, а также бумаг с фиксированным доходом, гарантированным государством, т.е. с минимальным риском потерь по основной сумме и текущим поступлениям.

Основная задача портфельного инвестирования – улучшить условия инвестирования, придав совокупности ценных бумаг такие инвестиционные характеристики, которые недостижимы с одной ценной бумагой, а возможны только при их комбинации.

Акции и облигации являются основными видами ценных бумаг, но имеют ключевые различия:

Акции представляют собой ценные бумаги, удостоверяющие долю собственности акционера в компании, предоставляя право на участие в управлении компанией и получение дивидендов. Акции обычно выплачивают дивиденды раз в год или квартал, и их доходность зависит от прибыли компании и решений о распределении прибыли акционерам.

Облигации фиксируют долговые обязательства компании перед держателем облигации, не предоставляя доли в компании или права на управление. Выплаты по облигациям происходят регулярно на периодической основе и неизменны в течение срока обращения облигационного займа. Облигации обычно считаются более надежными, поскольку их выплаты гарантируются государством или другими надежными эмитентами.

Доходность за период владения акцией может быть определена по формуле:

$$R = \frac{P_s - P_b + D}{P_b} * \frac{365}{T},$$

где R – доходность акции из расчета годовых, P_s – цена покупки акции, P_b – цена продажи акции, D – дивиденды, полученные за период, T – период владения акцией.

Текущая доходность облигаций рассчитывается по формуле:

$$R_r = \frac{D}{P},$$

где R_r – текущая доходность, D – процентный доход в денежных единицах, P – цена облигации.

Доходность портфеля вычисляется следующим образом:

$$R_p = \frac{W_1 - W_0}{W_0},$$

где R_p – доходность портфеля за определенный период времени; W_0 – стоимость портфеля в начале периода; W_1 – стоимость в конце периода.

Инвестиционные ценные бумаги приносят доход в виде процентного дохода и прироста рыночной стоимости. Доходность портфеля зависит от длительности периода и может быть выражена в процентах от начального капитала.

Риск – это стоимостное выражение вероятностного события, ведущего к потерям.

Риск портфеля, сформированного из разновидностей ценных бумаг, рассчитывается по формуле:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}{n - 1},$$

где r_i – доходность актива в i -том периоде; \bar{r} – средняя доходность актива; n – число периодов наблюдения.

Для углубленного анализа и определение риска портфеля ценных бумаг используют такие математические показатели, как ковариацию и коэффициент корреляции.

Для минимизации рисков в портфеле ценных бумаг используются различные методы снижения рисков. Основные из них – это диверсификация и хеджирование. Диверсификация заключается во вложении средств в разные виды ценных бумаг, чтобы убытки по одним активам компенсировались прибылью от других. Хеджирование – это страховка ценовых потерь с использованием фьючерсного или опционного рынка. Оно работает за счет того, что участник рынка одновременно занимает противоположные позиции на разных рынках.

Во **втором** разделе рассмотрены основные модели оптимизации портфеля ценных бумаг.

Модель Г. Марковица

Эффективная диверсификация по Марковицу предусматривает такое объединение ценных бумаг в портфель, которое при заданной доходности портфеля обеспечивает наименьший уровень риска.

Алгоритм расчета состоит из следующих шагов:

1. Выбор акций: на этом этапе определяются акции, которые будут включены в портфель. Выбор акций зависит от множества факторов, включая финансовые показатели компании, ее рыночную капитализацию, историю доходности и риска, а также отраслевые и макроэкономические тренды. Цель состоит в том, чтобы выбрать акции, которые предлагают наилучший баланс между доходностью и риском.
2. Расчет доходности: на этом этапе рассчитывается ожидаемая доходность каждой акции. Доходность обычно измеряется как отношение чистой прибыли к рыночной капитализации акции. Для расчета доходности используются исторические данные о доходах акций, а также прогнозы будущих доходов.
3. Расчет риска: риск каждой акции оценивается на основе исторической волатильности ее цены. Волатильность измеряется как стандартное отклонение относительно среднего значения цены акции за определенный период времени. Более высокая волатильность указывает на более высокий риск.
4. Составление матрицы ковариации: она позволяет оценить взаимосвязь между доходностями различных акций. Ковариация измеряет степень, в которой движение одной акции влияет на движение другой. Низкая ковариация между акциями указывает на то, что они менее зависимы друг от друга, что положительно сказывается на общем уровне риска портфеля.
5. Оптимизация портфеля: необходимо зафиксировать желаемую доходность и риск, затем перебирать возможные комбинации долей акций для минимизации риска или максимизации доходности.

Обозначим через x_j – долю вложений в рисковую ценную бумагу j -го вида, $j = 1, \dots, n$, n – число бумаг в портфеле. Тогда задачу выбора оптимальной структуры рискованного портфеля можно сформулировать следующим образом: найти вектор $X = (x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n)^T$, который минимизирует дисперсию портфеля.

$$V_p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_{ij} x_i x_j \rightarrow \min,$$

при условии, что значение доходности:

$$E\{R_p\} = \sum_{j=1}^n m_j x_j = m_p,$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = 1.$$

Теория Марковица, несмотря на свои ограничения, является фундаментальной в области портфельной теории и инвестиционного анализа, предлагая основные принципы для построения и оптимизации портфелей активов.

Модель У. Шарпа

Модель У. Шарпа позволяет существенно уменьшить объемы вычислений, необходимых для построения границы эффективных портфелей. В основе модели лежит метод линейного регрессионного анализа, позволяющий связать две случайные зависимые переменные величины X и Y линейным выражением типа:

$$Y = \alpha + \beta X.$$

В модели Шарпа в качестве зависимой переменной Y берется доходность $r_{i,t}$ какой-то i -той акции портфеля, измеренная за выбранные шаги расчета. Независимой переменной X считается величина какого-то рыночного показателя, воздействующего на доходности акций портфеля.

В общем случае, если в портфель включено n акций, то для любой i -той акции портфеля уравнение регрессии выглядит следующим образом:

$$r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i * r_{m,t} + \varepsilon_{i,t},$$

где $r_{i,t}$ — доходность i -той акции портфеля за шаг t ; α_i — параметр линейной регрессии, показывающий, какая часть доходности i -той акции портфеля не связана с изменением доходности рыночного портфеля $r_{m,t}$; $r_{m,t}$ — доходность рыночного портфеля в момент t ; $\varepsilon_{i,t}$ — случайная ошибка; β_i — параметр линей-

ной регрессии, характеризующий чувствительность доходности i -той акции портфеля к изменениям рыночной доходности $r_{m,t}$.

Для нахождения параметров α_i и β_i по результатам наблюдений используется метод наименьших квадратов (МНК): в качестве параметров α_i и β_i берутся такие значения, которые минимизируют сумму квадратов ошибок $\varepsilon_{i,t}$.

Для определения оптимального портфеля с использованием модели У. Шарпа необходимо вычислить дисперсии $\sigma_{\varepsilon,i}^2$ случайных ошибок, вычисляемые по формуле:

$$\sigma_{\varepsilon,i}^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N [r_{i,t} - (\alpha_i + \beta_i * r_{m,t})]^2$$

Модель Дж.Тобина

Тобин доказал, что наличие безрисковых активов значительно упрощает задачу оптимизации портфеля, хотя на практике часто рассматриваются малорисковые активы, такие как государственные облигации.

Ключевой теоремой Тобина является теорема о разделении, которая утверждает, что выбор портфеля можно описать как выбор между безопасным активом и портфелем рискованных активов, где степень неприятия риска определяет долю безрискового актива.

Дж. Тобин доказал, что если $Q = (p_i, \dots, p_n)$ – некоторый портфель, где p_i – доля i -го актива в портфеле. Тогда среди всех портфелей вида:

$$Y = (1 - \theta)f + \theta p,$$

где f – безрисковый актив, необходимо выбрать самую крутую прямую, имеющую самую большую доходность при заданном уровне риска.

Доходность инвестиционного портфеля рассчитывается по формуле:

$$r_p = w_0 r_0 + \sum r_i w_i,$$

где w_0 – доля безрискового актива, r_0 – доходность безрискового актива, r_i – доходность активов с риском, w_i – доля рискованных активов.

Риск:

$$\sigma_p = \sqrt{w_i * w_j^T * V_{ij}},$$

где V_{ij} – ковариация доходностей i -й и j -й ценной бумаги, w_j^T – транспонированная матрица весов акций в портфеле.

Модель оптимального инвестиционного портфеля Тобина максимальной доходности при учете всех ограничений примет следующий вид:

$$\begin{cases} w_0 r_0 + \sum_{i=1}^n w_i r_i \rightarrow \max, \\ \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n w_i * w_j * k_{ij} * \sigma_i * \sigma_j} < \sigma_p, \\ w_0 + \sum_{i=1}^n w_i = 1. \end{cases}$$

Таким образом, модель Дж. Тобина упрощает процесс выбора ценных бумаг, входящих в портфель, путём добавления безрискового актива и расширения использования активов, позволяя их не только покупать, но и продавать.

В **третьем** разделе работы проведен практический эксперимент по формированию и оптимизации портфеля ценных бумаг с использованием моделей У. Шарпа, Г. Марковица и Дж. Тобина. Используя *Python* и ресурс *yfinance* для получения данных об акциях «Tesla», «AMD», «Ford», «Warner Bros. Discovery» и «General Motors» за период с 01.01.2021 по 31.12.2023, были оптимизированы портфели с целью минимизации риска при заданном уровне доходности.

В ходе проведенного эксперимента по формированию и оптимизации портфеля ценных бумаг с использованием моделей У. Шарпа, Г. Марковица и Дж. Тобина были выявлены следующие ключевые выводы:

1. Портфель по Г. Марковицу демонстрирует высокий риск, составляющий 53.3%, при фиксированной доходности в 20.0%. Это указывает на то, что модель Марковица может быть слишком агрессивной для некоторых инвесторов, поскольку она стремится максимизировать доходность за счет увеличения риска.
2. Портфель по У. Шарпу, с риском 38.8%, представляет собой компромисс между доходностью и риском. Эта модель позволяет достичь до-

статочной высокой доходности (20.0%) при более низком уровне риска по сравнению с портфелем по Марковицу, что делает ее более привлекательной для широкого круга инвесторов.

3. Портфель по Дж. Тобину имеет самый высокий уровень риска среди всех портфелей, составляющий 73.47%, при той же фиксированной доходности в 20.0%. Это говорит о том, что модель Тобина может быть слишком рискованной для большинства инвесторов, поскольку она стремится максимизировать доходность за счет крайне высокого уровня риска.

В целом, результаты эксперимента подтверждают эффективность применяемых моделей для оптимизации портфелей, позволяя инвесторам выбирать стратегии, которые максимизируют их инвестиционные доходы при приемлемом уровне риска. Эти модели предоставляют инструменты для анализа и оптимизации портфелей, помогая инвесторам принимать обоснованные решения о распределении своих инвестиций.

В **заключении** приведены результаты бакалаврской работы.

Основные результаты

1. Определены основные понятия, необходимые для описания портфеля ценных бумаг.
2. Рассмотрены различные типы ценных бумаг, такие как акции, облигации, депозиты и другие финансовые инструменты, а также их характеристики, включая доходность, риск, ликвидность и другие параметры, которые влияют на выбор инвестиций.
3. Изучены основные теоретические модели, используемые для оптимизации портфелей ценных бумаг, включая модель Г. Марковица, модель У. Шарпа и модель Дж. Тобина.
4. Рассмотрены алгоритмы и методы, используемые для формирования и оптимизации портфелей, которые позволяют инвесторам принимать обоснованные решения о распределении своих инвестиций.
5. Рассмотрено на практике формирование портфеля ценных бумаг и его оптимизация с помощью моделей Г. Марковица, У. Шарпа, Дж. Тобина. Структура программы и программный код детально описаны в

приложении А.

6. Проведен сравнительный анализ моделей оптимизации портфеля, что позволило выявить преимущества и недостатки каждой из моделей в контексте конкретных инвестиционных целей и условий рынка.
7. Вычислены риск и доходность каждого из портфелей ценных бумаг. А также выявлен портфель, составленный с помощью наиболее оптимальной модели.