

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра теории функций и стохастического анализа

**ВЛИЯНИЕ ПЕРЕСТРАХОВАНИЯ НА ВЕРОЯТНОСТЬ  
РАЗОРЕНИЯ КОМПАНИИ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 412 группы  
направления 01.03.02 – Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета

Типцова Андрея Александровича

Научный руководитель

доцент, к. ф.-м. н.

\_\_\_\_\_

Л.В. Борисова

Заведующий кафедрой

д. ф.-м. н., доцент

\_\_\_\_\_

С. П. Сидоров

Саратов 2024

## **Введение.**

Перестрахование — это механизм, который страховщики используют для передачи части своих рисков другому страховщику (перестраховщику).

**Тема является актуальной**, так как деление риска представляет собой важный финансовый инструмент регулирования экономических отношений в обществе, снижения уровня страхового риска и неопределенности функционирования рыночной экономики.

В наши дни перестрахование делает возможным международное перераспределение страхового фонда даже в условиях жесткого государственного валютного регулирования и ограничения доступа на национальный страховой рынок иностранного капитала.

Деление риска, как средство ведения и уменьшение рисков для бизнеса возникло и существует по ряду причин.

1. Финансовая защита: основная цель перестрахования — защитить страховую компанию от финансовых потерь, связанных с выплатой страховых возмещений. Путем перестрахования страховая компания перекладывает часть риска на перестраховщика, чтобы снизить свои финансовые обязательства в случае крупных убытков.
2. Распределение риска: перестрахование позволяет страховым компаниям распределить риски между различными перестраховщиками. Вместо того чтобы нести всю ответственность за выплату возмещений, страховая компания может поделить риск с несколькими перестраховщиками, что позволяет снизить свою экспозицию к риску.
3. Экспертное мнение: перестраховщики обладают обширным опытом и экспертизой в оценке рисков и управлении страховыми портфелями. Сотрудничество со специалистами в перестраховании позволяет страховым компаниям получать экспертное мнение и рекомендации по поводу оценки рисков, установления тарифов и разработке стратегий управления портфелем.
4. Законодательные требования: в некоторых странах страховые компании обязаны иметь перестрахование как часть своей деятельности в соответствии с законодательством. Это требование помогает обеспечить финансовую стабильность страховых компаний и защиту интересов страхова-

телей.

5. Защита от катастроф: крупные страховые убытки, вызванные природными бедствиями или другими катастрофами, могут серьезно повлиять на финансовое положение страховой компании. Перестрахование позволяет снизить риски, связанные с такими катастрофами, и обеспечить финансовую устойчивость в случае их возникновения.

В зависимости от нужд страховщика и перестраховщика выделяют следующие виды перестрахования.

1. Пропорциональное перестрахование: в этом виде перестрахования страховая компания передает часть риска другой страховой компании. При этом, если страховая компания понесла убытки, она также получит соответствующую компенсацию от перестраховщика.
2. Непропорциональное перестрахование: в данном случае перестраховщик возмещает только ту часть убытков, которая превышает определенную сумму, называемую франшизой. Таким образом, страховая компания самостоятельно несет убытки, пока они не превысят франшизу.
3. Факультативное перестрахование: в этом виде перестрахования каждый риск оценивается отдельно, и страховая компания самостоятельно решает, перестраховывать его или нет. Этот вид перестрахования обычно применяется для больших и сложных рисков.
4. Облигаторное перестрахование устанавливает более тесную связь между сторонами, чем единичные перестраховочные цессии. Страховщик обязан передавать часть ответственности по каждому отдельному риску из совокупного портфеля того или иного вида страхования, предусмотренного условиями договора, в перестрахование, а перестраховщик обязан принимать каждую такую цессию. Передача долей рисков перестраховщику происходит только в случае, если их страховая сумма превышает определенное заранее собственное участие страховщика. С другой стороны, договор облигаторного перестрахования накладывает обязательство на перестраховщика принять предложенные ему в перестрахование доли этих рисков. Такие принятия не требуют подтверждения перестраховщика в каждом конкретном случае.
5. По факультативно-облигаторному договору уступающая компания име-

ет право передавать или оставлять у себя принимаемые риски или их часть, круг которых определен. Перестраховщик по такому договору обязуется принимать обусловленные договором риски. Факультативность предполагается для перестрахователя, а облигаторная часть договора относится к перестраховщику. Для перестрахователя возможны отбор рисков, которые будут переданы в перестрахование, а также определение величины передачи. Перестраховщик, заключающий такой договор, должен в достаточной степени доверять передающей компании, поскольку сбалансированность его портфеля зависит от нее. Для перестраховщиков такой договор не всегда интересен, поскольку передач по нему не может быть много, а ответственность достаточно велика.

**Цель** бакалаврской работы — анализ влияния предела собственного удержания на вероятность разорения.

Поставлены задачи:

1. изучить методы пропорционального и непропорционального перестрахования,
2. провести сравнительный анализ методов перестрахования,
3. провести вычислительный эксперимент.

### **Структура бакалаврской работы.**

Бакалаврская работа состоит из введения, трех разделов, заключения, списка использованных источников и приложений.

### **Основное содержание работы.**

#### **Пропорциональное перестрахование.**

Пропорциональное перестрахование - это тип перестраховочного соглашения, при котором перестраховщик принимает пропорциональную часть каждого риска, подлежащего перестрахованию.

Ключевые особенности.

1. Установленная доля участия: доля перестрахования обычно фиксируется в перестраховочном договоре и может быть выражена в процентах или долях.
2. Пропорциональное разделение рисков: перестраховщик несет свою часть убытков или выплат по каждому риску пропорционально доле пере-

страхования.

3. Прямая ответственность: перестраховщик несет прямую ответственность перед страхователем за выплату своей доли убытков.
4. Простая операция: это простая в управлении форма перестрахования, поскольку риски и выплаты разделяются пропорционально.
5. Гибкость: пропорциональное перестрахование может быть адаптировано для покрытия различных типов рисков и страховщиков.

Преимущества пропорционального страхования.

1. Стабильность: перестраховщик несет свою долю убытков, обеспечивая стабильность потока доходов для страховщика.
2. Защита от крупных убытков: пропорциональное перестрахование помогает страховщику управлять рисками крупных убытков, распределяя их с перестраховщиком.
3. Доступ к большему капиталу: перестрахование позволяет страховщикам получить доступ к большему объему капитала для покрытия крупных рисков.
4. Сокращение совокупных претензий: пропорциональное перестрахование может помочь страховщикам сократить свою совокупную ответственность по претензиям, разделяя ее с перестраховщиком.

Недостатки.

1. Высокая стоимость: пропорциональное перестрахование может быть дорогостоящим, поскольку перестраховщик получает часть премиальных взносов.
2. Ограниченная защита: защита, предоставляемая пропорциональным перестрахованием, ограничена определенной долей участия.
3. Отсутствие селективности рисков: перестраховщик не может выбирать риски для покрытия, что может привести к невыгодному перераспределению.
4. Зависимость от перестраховщика: страховщики становятся зависимыми от платежеспособности перестраховщика для выплаты своей доли убытков.

Пропорциональное перестрахование означает, что ответственность и страховая премия делится между перестрахователем и перестраховщиком про-

порционально их долям. При этом совокупный убыток  $X$  представляет собой сумму убытков страховщика и перестраховщика

$$X = cX + (1 - c)X$$

где  $c$  — процентная доля ответственности страховщика. Первое слагаемое представляет собой убыток, выплачиваемый страховщиком. Второе — выплата убытка риска переданного в перестрахование.

Различают виды пропорционального перестрахования:

1. квотное,
2. эксцедент сумм,
3. комбинированный эксцедент.

Годовой совокупный убыток  $X$  страховщика может быть разложен тремя разными способами: по рискам (индивидуальная модель), по отдельным убыткам (коллективная модель) и по страховым событиям (коллективная модель для кумулятивных убытков):

$$X = \sum_{i=1}^N X_i,$$

где  $N$  — количество выплат в портфеле,  $X_i$  — сумма каждой выплаты.

Далее  $\underline{X}$  и  $\underline{\underline{X}}$  обозначают доли от  $X$ , оплачиваемые, соответственно, страховщиком и перестраховщиком.

При квотном перестраховании собственное удержание цедента и доля перестраховщика определяется как фиксированное процентное соотношение независимо от размера страховой суммы по конкретному договору. Это процентное соотношение действует в отношении всех договоров, страховая сумма по которым не превышает лимит договора, то есть максимальной суммы ответственности, которая может быть распределена между перестрахователем и перестраховщиком.

$$\underline{X} = cX, \underline{\underline{X}} = (1 - c)X, (0 < c < 1).$$

При страховании на базе эксцедента сумм ( $c$  максимальным значением

$v_0$  и  $m \geq 1$ ):

$$\underline{X} = \sum_{i=1}^N c_i X_i, \underline{\underline{X}} = \sum_{i=1}^N \min \left( 1 - c_i, m \frac{v_0}{v_i} \right) X_i,$$

где  $v_i$  – страховая сумма по риску  $X_i$  и  $c_i = \min \left( \frac{v_0}{v_i}, 1 \right)$ . В перестраховании передается риск, превышающий собственное удержание  $v_0$  цедента, но укладывающийся в лимит договора.

При комбинированном эксцеденте страховщик несет ответственность за все убытки до достижения порога удержания. После достижения порога удержания перестраховщик вступает в силу и несет ответственность за свою долю всех убытков, включая убытки до порога удержания.

Распределение пропорционально уменьшенного размера убытка  $cX$ , из формулы (??), находится из распределения  $F(x) = P(X \leq x)$  оригинального размера убытка, в силу равенства  $P(cX \leq x) = P(X \leq \frac{x}{c})$ . Плотность  $\underline{f}$  величины  $cX$  и плотность  $f$  величины  $X$  связаны формулой  $\underline{f}(x) = f(\frac{x}{c})$ . Таким образом, вид плотности полностью сохраняется изменяется только масштаб. Из соотношений, где  $E$ ,  $Var$  – математическое ожидание и дисперсия соответственно

$$\begin{aligned} E(cX) &= cE(X), \\ Var(cX) &= c^2 Var(X), \\ E((cX)^k) &= c^k E(X^k) \end{aligned}$$

непосредственно следует, что относительные меры риска: коэффициент вариации

$$Vko(cX) = Vko(X) = \frac{Sta(X)}{E(X)},$$

где  $Sta$  – оператор стандартного отклонения, и асимметрия

$$Sch(cX) = Sch(X) = \frac{E((X - E(X))^3)}{(Sta(X))^3}$$

не меняются.

**Непропорциональное перестрахование.**

Непропорциональное перестрахование — это тип перестраховочного соглашения, при котором перестраховщик несет ответственность только за часть убытков, превышающую определенный порог или сумму удержания. В отличие от пропорционального перестрахования, перестраховщик не участвует в покрытии всех убытков, а только в тех, которые превышают установленный лимит.

Ключевые особенности непропорционального перестрахования.

1. Перестраховщик несет ответственность только за убытки, превышающие установленный порог (удержание).
2. Страховщик несет ответственность за все убытки в пределах порога удержания.
3. Перестраховщик обычно получает премию за покрытие, пропорциональную риску.
4. Перестраховщик не участвует в покрытии небольших убытков.

Преимущества непропорционального перестрахования.

1. Экономичность: страховщик платит перестраховщику только за убытки, превышающие порог удержания.
2. Защита от крупных убытков: перестрахование обеспечивает защиту от крупных убытков, которые могут значительно повлиять на финансовое состояние страховщика.
3. Гибкость: непропорциональное перестрахование можно адаптировать для покрытия различных типов рисков и ситуаций.

Недостатки непропорционального перестрахования.

1. Меньшая стабильность: страховщик не может быть уверен в стабильном доходе от перестрахования, так как выплаты перестраховщика зависят от превышения порога удержания.
2. Сложность управления: управление непропорциональным перестрахованием может быть более сложным, чем управление пропорциональным перестрахованием.

В случае непропорционального перестрахования, перестраховщик берет на себя определенную часть или всю сумму убытков сверх определенного уровня (называемого порогом ответственности или уровнем удержания). При



этом страховая компания обязуется выплачивать только те потери, которые превышают этот уровень, а все, что находится в пределах этого уровня, остается на ответственности самой страховой компании. При непропорциональном делении риска случайная величина убытка страховой компании делится на первичный риск  $\min(X; a)$  и вторичный риск  $\max(X - a; 0)$ :

$$X = \min(X; a) + \max(X - a; 0),$$

где  $X$  — совокупный убыток компании,  $a$  — уровень удержания. Виды непропорционального перестрахования.

1. Перестрахование эксцедента убытка. По каждому убытку  $X$  страховщик оплачивает сумму  $\min(X, a_0)$ , ограниченную указанным в договоре максимальным значением  $a_0$ , называемым приоритетом, а перестраховщик — сумму  $\max(X - a_0, 0)$ , но почти всегда тоже в пределах оговоренного максимума  $a_1$ , то есть  $\min(\max(X - a_0, 0), a_1)$ . Оставшаяся после вычета суммы  $a_0 + a_1$  часть убытка  $\max(X - a_0 - a_1, 0)$  снова попадает под ответственность страховщика, если не существует другого договора перестрахования эксцедента убытка с приоритетом  $a_0 + a_1$ . Для всех рисков, охваченных одним договором перестрахования, обычно действуют одинаковые значения  $a_0$  и  $a_1$ , определяющие правило деления убытков. Размер причитающейся перестраховщику премии зависит от предполагаемого числа и размеров убытков, превышающих  $a_0$ , от величины  $a_1$  и, наконец, от договоренности. Исчисление премий для договоров перестрахования эксцедента убытка — одна из важнейших задач математики перестрахования.

Пример. Допустим, у страховщика есть лимит ответственности в 1 000 000 руб. (удержание). Он заключает договор перестрахования, где перестраховщик покрывает убытки, превышающие 1 000 000 руб. Если у страховщика происходит убыток в размере 1 500 000 руб., он самостоятельно покрывает

1 000 000, а перестраховщик покрывает оставшиеся 500 000.

2. Перестрахование эксцедента кумулятивного убытка отличается от перестрахования эксцедента убытка только тем, что приоритет устанавлива-

ется не в отношении отдельного убытка, а в отношении суммы убытков, вызванных одним страховым событием. Эта форма перестрахования учитывает возможность одновременного наступления большого количества мелких убытков, в совокупности составляющих значительную сумму. Что конкретно следует понимать под отдельным событием, не всегда очевидно, особенно когда несколько событий близки территориально и во времени - соответствующие критерии должны быть четко прописаны в договоре перестрахования.

Пример. Заключен договор перестрахования эксцедента убыточности с ответственностью перестраховщика 70% сверх 110% убыточности цедента. За период действия перестраховочного договора брутто-премия цедента по договорам, переданным в перестрахование, составила 12 000 000 руб., убыток по этим договорам равен 18 000 000 руб.

Определить размер страхового возмещения, который будет выплачивать цедент и перестраховщик.

Решение. Доля в убытке страховщика составит

$$(12\,000\,000 * 110\%) / 100 = 13\,200\,000 \text{ руб.}$$

Определяем лимит ответственности перестраховщика:

$$13\,200\,000 * 0,7 = 9\,240\,000 \text{ руб.}$$

Фактическая доля перестраховщика в убытке составит:

$$(18\,000\,000 - 13\,200\,000) = 4\,800\,000 \text{ руб.}$$

3. Перестрахование «Stop Loss» представляет собой результат развития принципа перестрахования эксцедента убытка от отдельного убытка через кумулятивный к годовому. Если совокупный годовой убыток  $S$  страховщика (по одному виду страхования) превышает установленный приоритет  $s_0$ , то перестраховщик принимает часть убытка свыше приоритета, но не более фиксированной величины  $s_1$ . Другими словами, страховщик несет убыток  $\min(S, s_0) + \max(S - s_0 - s_1, 0)$ , а перестраховщик —  $\min(\max(S - s_0, 0), s_1)$ . При низкой вероятности превышения совокупным убытком границы  $s_0 + s_1$  (а на практике это чаще всего именно так), «Stop Loss» предоставляет страховщику самую обширную защиту. Ограничивая потенциал убытка страховщика значением  $s_0$ , перестраховщик почти полностью принимает на себя технический

страховой риск. «Stop Loss» - основная форма перестрахования дочерних компаний материнской. Помимо этого «Stop Loss» применяется для защиты от риска частоты событий в страховании града, промерзания водопроводных труб и урагана, где перестрахование эксцедента кумулятивного убытка осложнено проблемой разграничения событий.

## **Вычислительный эксперимент.**

### **Постановка задачи.**

Цель вычислительного эксперимента — анализ влияния предела собственного удержания на вероятность разорения.

Портфель компании состоит из  $N$  независимых договоров страхования жизни сроком на один год.

Компания выплачивает определенную сумму  $S_1$  в случае смерти застрахованного в следствие несчастного случая в течение года,  $S_2$  — в случае смерти от естественных причин и не платит ничего, если застрахованный доживет до конца года.

Страховщик оценивает вероятность смерти всех застрахованных в течение года  $q_1$  — для случая страхования  $S_1$  и  $q_2$  — для случая  $S_2$ . За блок бизнеса  $N = N_1 + N_2 + N_3 + N_4$  и  $b_i = b_{i1} + b_{i2} + b_{i3} + b_{i4}$  ( $b_i$  — сумма договора,  $i=1,2$ ) страховщик назначает общую премию  $Prem$ . Защитная надбавка страховщика —  $\theta$ . За перестраховочную премию  $PerPrem1$  предлагает покрыть индивидуальные выплаты сверх собственного удержания  $r \in [r_1; r_2]$  страховщика для случая  $b_1$  и  $PerPrem2$  для случая  $b_2$ .

Перестраховщик оценивает вероятность наступления страховых случаев  $p_1$  и  $p_2$ .

1. Провести анализ изменения вероятности разорения передающей компании и ее ожидаемого дохода в случае известной заранее перестраховочной премии, запрашиваемой перестраховщиком и премии, выделенной страховщиком для данного блока бизнеса с использованием перестрахования и без, когда нагрузка перестраховщика  $\theta^*$  равна относительной защитной надбавке страховщика, превышает вдвое, втрое.
2. Провести анализ изменения вероятности разорения передающей компании и ее ожидаемого дохода в случае неизвестной заранее перестра-

ховочной премии, запрашиваемой перестраховщиком и суммы страховщика, полученной только за счет собранных премий с использованием перестрахования и без, когда нагрузка перестраховщика  $\theta^*$  равна относительной защитной надбавке страховщика, превышает вдвое, втрое.

### Аналитическое решение.

Прежде всего найдем вероятность разорения и ожидаемый доход при отсутствии перестрахования. Ключевым элементом расчетов является определение среднего значения  $E(S)$  и дисперсии  $\text{Var}(S)$  суммарных выплат  $S$ ; они равны соответственно сумме средних значений и сумме дисперсий всех индивидуальных потерь:

$$E(S) = \sum_{i=1}^N E(X_i), \text{Var}(S) = \sum_{i=1}^N \text{Var}(X_i). \quad (1)$$

Возможные выплаты по индивидуальному договору принимают три значения: 0 с вероятностью  $1 - q_1 - q_2$ ,  $b_{1k}$  с вероятностью  $q_1$  и  $b_{2k}$  с вероятностью  $q_2$ . Суммы средних значений и дисперсий индивидуальных потерь для договоров из  $k$ -й группы, равны  $N_k(q_1 b_{1k} + q_2 b_{2k})$  и  $N_k((1 - q_1)q_1 b_{1k}^2 + (1 - q_2)q_2 b_{2k}^2 - 2q_1 q_2 b_{1k} b_{2k})$  соответственно. Сложив эти величины, мы получим ожидаемые выплаты  $E(S)$  и  $\text{Var}(S)$ .

Далее ожидаемый доход равен:

$$\text{Prem} - E(S),$$

Вероятность разорения  $R$ :

$$R \equiv P(S > \text{Prem}) = P\left(\frac{S - E(S)}{\sqrt{\text{Var}(S)}} > \frac{\text{Prem} - E(S)}{\sqrt{\text{Var}(S)}}\right) \approx 1 - \Phi\left(\frac{\text{Prem} - E(S)}{\sqrt{\text{Var}(S)}}\right).$$

Предположим теперь, что компания решает перестраховать риски, превышающие  $r$  рублей в перестраховочной компании. Тогда ожидаемый доход передающей компании составит:

$$u^{(r)} = \text{Prem} - E(S)^{(r)} - \text{PerPrem}1 - \text{PerPrem}2.$$

Суммы новых средних значений и дисперсий индивидуальных потерь для договоров из  $k$ -й группы, равны  $N_k(q_1 \min(b_{1k}, r) + q_2 \min(b_{2k}, r))$  и  $N_k((1 - q_1)q_1 \min(b_{1k}, r)^2 + (1 - q_2)q_2 \min(b_{2k}, r)^2 - 2q_1q_2 \min(b_{1k}, r) \min(b_{2k}, r))$  соответственно. Сложив эти величины, мы получим новые ожидаемые выплаты  $E(S^{(r)})$  и  $\text{Var}(S^{(r)})$ .

Для вероятности разорения после перестрахования мы имеем:

$$R^{(r)} \equiv P(S^{(r)} > u^{(r)}) = P\left(\frac{S^{(r)} - E(S^{(r)})}{\sqrt{\text{Var}(S^{(r)})}} > \frac{u^{(r)} - E(S^{(r)})}{\sqrt{\text{Var}(S^{(r)})}}\right) \\ \approx 1 - \Phi\left(\frac{u^{(r)} - E(S^{(r)})}{\sqrt{\text{Var}(S^{(r)})}}\right).$$

Если мы хотим минимизировать вероятность  $R^{(r)}$ , нужно выбрать параметр  $r$  таким образом, чтобы функция

$$h(r) = \frac{u^{(r)} - E(S^{(r)})}{\sqrt{\text{Var}(S^{(r)})}}$$

принимала наибольшее значение.

Относительная защитная надбавка страховщика есть:

$$\theta = \frac{\text{Prem} - E(S)}{E(S)}.$$

Соответственно относительная защитная надбавка, используемая перестраховщиком:

$$\theta^* = l \cdot \theta,$$

где  $l = 1, 2, 3$ .

Выплаты перестраховщика для каждой группы  $k$  при пределе удержания  $r$ :

$$\max(b_{ik} - r; 0).$$

Тогда ожидаемые суммарные выплаты для перестраховщика для слу-

чая с вероятностью  $p_1$  и  $p_2$  равны:

$$\sum_1^k \left( N_k \max(b_{1k} - r; 0) \right) p_1,$$

$$\sum_1^k \left( N_k \max(b_{2k} - r; 0) \right) p_2.$$

Поскольку относительная защитная надбавка перестраховщика  $\theta^*$ , и премии для случаев страхования  $b_1$  и  $b_2$  равны соответственно PerPrem1 и PerPrem2, то вероятности  $p_1$  и  $p_2$  равны соответственно:

$$p_1 = \frac{\text{PerPrem1}}{(1 + \theta^*) \sum_1^k \left( N_k \max(b_{1k} - r; 0) \right)},$$

$$p_2 = \frac{\text{PerPrem2}}{(1 + \theta^*) \sum_1^k \left( N_k \max(b_{2k} - r; 0) \right)}.$$

Предположим, что компания решила покрывать обязательства перед клиентами за счет собранных премий. Тогда сумма собранная в виде страховых премий  $u$  составит

$$u = (1 + \theta) E(S),$$

а ожидаемый доход есть

$$u - E(S) = \theta E(S).$$

Вероятность разорения  $R'$  в этом случае есть

$$R' \equiv P(S > u) = P\left(\frac{S - E(S)}{\sqrt{\text{Var}(S)}} > \frac{u - E(S)}{\sqrt{\text{Var}(S)}}\right) \approx 1 - \Phi\left(\frac{u - E(S)}{\sqrt{\text{Var}(S)}}\right).$$

Предположим теперь, что компания решает перестраховать риски, превышающие  $r$  рублей в перестраховочной компании. В этом случае выплата передающей компании по одному договору,  $X_i^{(r)}$ , принимает три значения:  $\max(b_{ik} - r; 0)$  с вероятностями  $p_2, p_1$  и 0 с вероятностью  $1 - p_1 - p_2$  соответственно. Для перестраховочной компании среднее значение выплаты по

всему портфелю есть:

$$\sum_1^k \left( N_k (p_1 \max(b_{1k} - r; 0) + p_2 \max(b_{2k} - r; 0)) \right).$$

Общая плата за перестрахование всего портфеля есть

$$(1 + \theta^*) \sum_1^k \left( N_k (p_1 \max(b_{1k} - r; 0) + p_2 \max(b_{2k} - r; 0)) \right),$$

и поэтому после перестрахования премия, собранная компанией, уменьшится до величины

$$u^{(r')} = u - E(S^{(r)}) - (1 + \theta^*) \sum_1^k \left( N_k (p_1 \max(b_{1k} - r; 0) + p_2 \max(b_{2k} - r; 0)) \right).$$

Вероятность разорения  $R^{(r')}$  в этом случае есть

$$1 - \Phi \left( \frac{u^{(r')} - E(S^{(r)})}{\sqrt{\text{Var}(S^{(r)})}} \right).$$

Вероятность  $R^{(r')}$  принимает наименьшее значение тогда, когда параметр  $r$  подобран так, что функция

$$h(r') = \frac{u^{(r')} - E(S^{(r)})}{\sqrt{\text{Var}(S^{(r)})}}$$

принимает наибольшее значение.

### **Выводы.**

Полученные результаты дают возможность провести анализ, для решения поставленных задач в пункте ??.

На рисунках 1-6 изображена зависимость ожидаемого дохода и вероятности разорения от величины предела удержания при известной заранее перестраховочной премии. Они показывают, что величина относительной страховой надбавки перестраховщика не влияет на изменение ожидаемого дохода и вероятности разорения, поскольку вероятности наступления страховых слу-

чаев с точки зрения перестраховочной компании обратно пропорциональны величине относительной страховой надбавки.

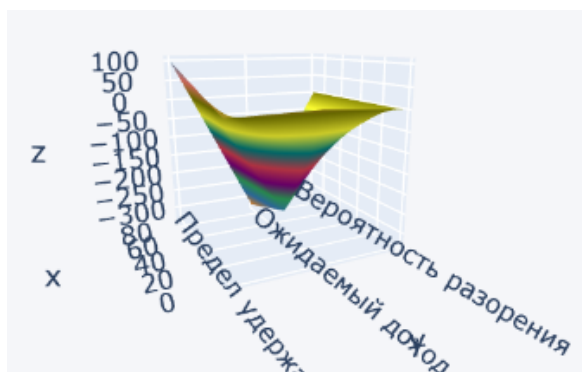


Рисунок 1 – Зависимость ожидаемого дохода и вероятности разорения от величины предела удержания при известной заранее перестраховочной премии, когда нагрузка перестраховщика равна относительной защитной надбавке страховщика, и застрахованные разбиты по группам:  $N_1 = 1741, N_2 = 7706, N_3 = 9881, N_4 = 2280$ .

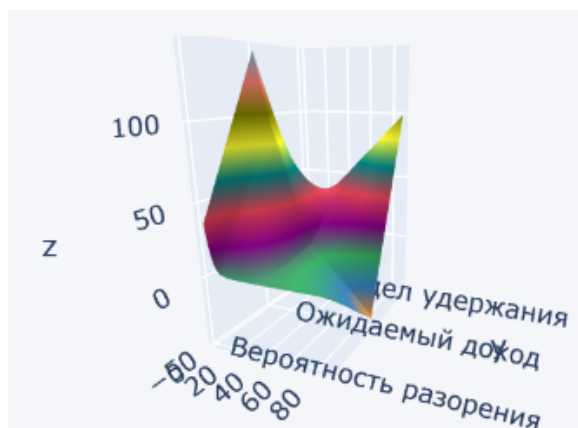


Рисунок 2 – Зависимость ожидаемого дохода и вероятности разорения от величины предела удержания при известной заранее перестраховочной премии, когда нагрузка перестраховщика равна относительной защитной надбавке страховщика, и застрахованные разбиты по группам:  $N_1 = 2730, N_2 = 2624, N_3 = 4096, N_4 = 2088$ .

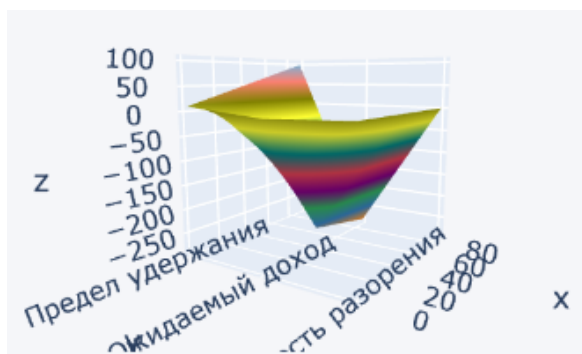


Рисунок 3 – Зависимость ожидаемого дохода и вероятности разорения от величины предела удержания при известной заранее перестраховочной премии, когда нагрузка перестраховщика равна относительной защитной надбавке страховщика, и застрахованные разбиты по группам:  $N_1 = 9957, N_2 = 7117, N_3 = 9207, N_4 = 1347$ .

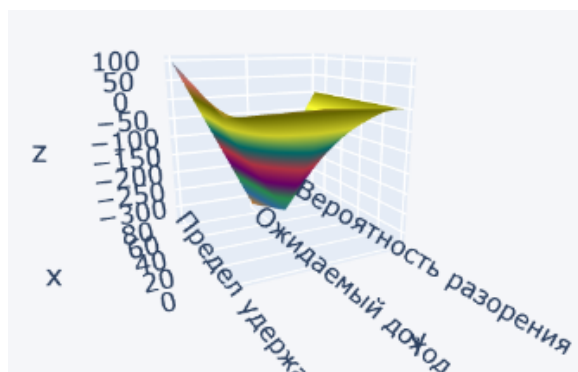


Рисунок 4 – Зависимость ожидаемого дохода и вероятности разорения от величины предела удержания при известной заранее перестраховочной премии, когда нагрузка перестраховщика превышает относительную защитную надбавку страховщика вдвое, и застрахованные разбиты по группам:  $N_1 = 1741, N_2 = 7706, N_3 = 9881, N_4 = 2280$ .



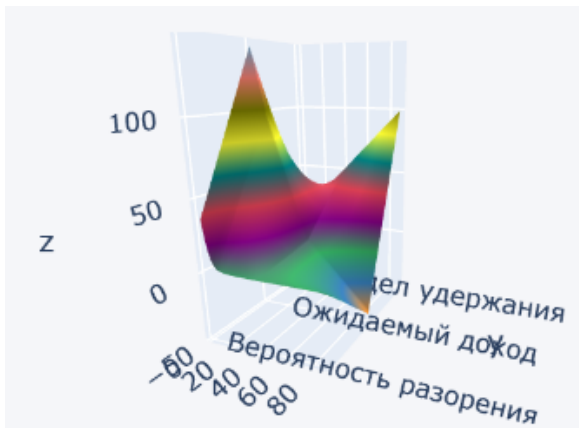


Рисунок 5 – Зависимость ожидаемого дохода и вероятности разорения от величины предела удержания при известной заранее перестраховочной премии, когда нагрузка перестраховщика превышает относительную защитную надбавку страховщика вдвое, и застрахованные разбиты по группам:  $N_1 = 2730$ ,  $N_2 = 2624$ ,  $N_3 = 4096$ ,  $N_4 = 2088$ .

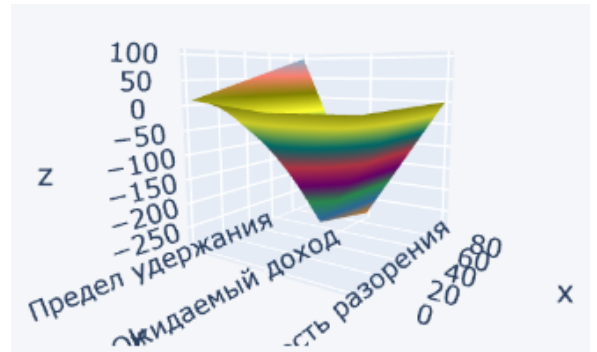


Рисунок 6 – Зависимость ожидаемого дохода и вероятности разорения от величины предела удержания при известной заранее перестраховочной премии, когда нагрузка перестраховщика превышает относительную защитную надбавку страховщика втрое, и застрахованные разбиты по группам:  $N_1 = 9957$ ,  $N_2 = 7117$ ,  $N_3 = 9207$ ,  $N_4 = 1347$ .

При известной заранее перестраховочной премии, в случаях, когда застрахованные разбиты по группам  $N_1 = 1741$ ,  $N_2 = 7706$ ,  $N_3 = 9881$ ,  $N_4 = 2280$  и  $N_1 = 9957$ ,  $N_2 = 7117$ ,  $N_3 = 9207$ ,  $N_4 = 1347$  вероятность разорения равна при любом значении предела удержания, а значит, перестраховывая группу, страховщик только теряет прибыль, в соответствии с рисунками 1, 3, 7, 8.

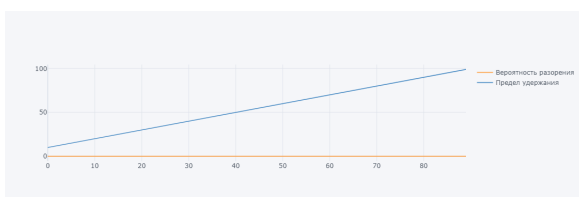


Рисунок 7 – Зависимость вероятности разорения от величины предела удержания при известной заранее перестраховочной премии, когда нагрузка перестраховщика равна относительной защитной надбавке страховщика, и застрахованные разбиты по группам:  $N_1 = 1741$ ,  $N_2 = 7706$ ,  $N_3 = 9881$ ,  $N_4 = 2280$ .

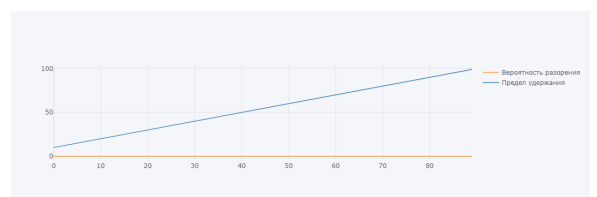


Рисунок 8 – Зависимость вероятности разорения от величины предела удержания при известной заранее перестраховочной премии, когда нагрузка перестраховщика равна относительной защитной надбавке страховщика, и застрахованные разбиты по группам:  $N_1 = 9957$ ,  $N_2 = 7117$ ,  $N_3 = 9207$ ,  $N_4 = 1347$ .

В случае, когда застрахованные разбиты по группам  $N_1 = 2730, N_2 = 2624, N_3 = 4096, N_4 = 2088$ . Наибольшая вероятность разорения равная 36% выявляется при отсутствии предела удержания и уменьшается до 0 к случаю, когда предел удержания становится равным 18 у. е. Максимальный ожидаемый доход страховщик получает в случае, когда предел удержания отсутствует. Увеличивая предел удержания до максимального страховщик передает риски полностью, ожидаемый доход будет меньше, но вероятность разорения будет полностью отсутствовать, в соответствии с рисунками 9, 10.

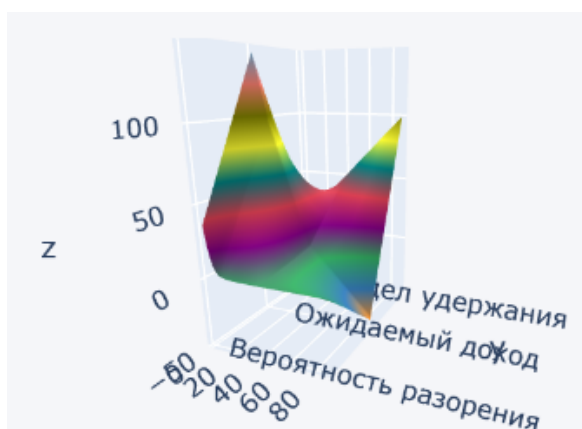


Рисунок 9 – Зависимость вероятности разорения от величины предела удержания при известной заранее перестраховочной премии, когда нагрузка перестраховщика равна относительной защитной надбавке страховщика, и застрахованные разбиты по группам:  $N_1 = 2730, N_2 = 2624, N_3 = 4096, N_4 = 2088$ .

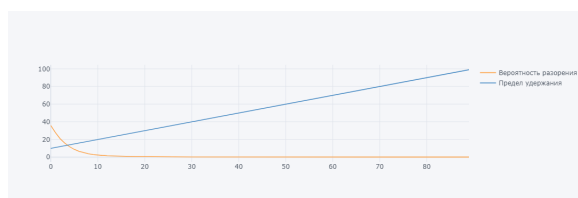


Рисунок 10 – Зависимость ожидаемого дохода и вероятности разорения от величины предела удержания при неизвестной заранее перестраховочной премии, когда нагрузка перестраховщика равна относительной защитной надбавке страховщика, и застрахованные разбиты по группам:  $N_1 = 1741, N_2 = 7706, N_3 = 9881, N_4 = 2280$ .

Отличие этих случаев заключается в том, что по сравнению со случаями, когда застрахованные разбиты по группам  $N_1 = 1741, N_2 = 7706, N_3 = 9881, N_4 = 2280, N_1 = 9957, N_2 = 7117, N_3 = 9207, N_4 = 1347$  и  $N_1 = 2730, N_2 = 2624, N_3 = 4096, N_4 = 2088$  во втором случае присутствует большее количество дорогих рисков по отношению к более дешевым.

При неизвестной заранее перестраховочной премии во всех случаях страховщик при передаче рисков теряет часть дохода.

При известной заранее перестраховочной премии во всех случаях ожидаемый максимальный доход достигается при значении предела удержания 89. Во всех случаях, когда застрахованные разбиты по группам  $N_1 = 1741, N_2 =$

7706,  $N_3 = 9881$ ,  $N_4 = 2280$  и  $N_1 = 9957$ ,  $N_2 = 7117$ ,  $N_3 = 9207$ ,  $N_4 = 1347$ , страховщику невыгодно передавать в перестрахование большое количество недорогих рисков и оставлять у себя только дорогие, в соответствии с рисунками 11, 12, 13, 14.

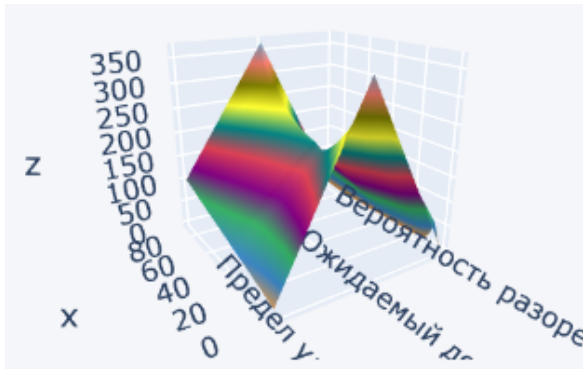


Рисунок 11 – Зависимость ожидаемого дохода и вероятности разорения от величины предела удержания при неизвестной заранее перестраховочной премии, когда нагрузка перестраховщика равна относительной защитной надбавке страховщика, и застрахованные разбиты по группам:  $N_1 = 1741$ ,  $N_2 = 7706$ ,  $N_3 = 9881$ ,  $N_4 = 2280$ .

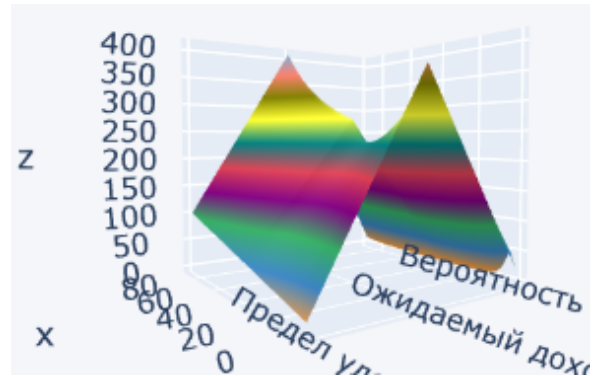


Рисунок 12 – Зависимость вероятности разорения от величины предела удержания при неизвестной заранее перестраховочной премии, когда нагрузка перестраховщика равна относительной защитной надбавке страховщика, и застрахованные разбиты по группам:  $N_1 = 9957$ ,  $N_2 = 7117$ ,  $N_3 = 9207$ ,  $N_4 = 1347$ .

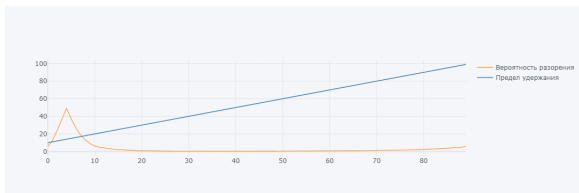


Рисунок 13 – Зависимость вероятности разорения от величины предела удержания при неизвестной заранее перестраховочной премии, когда нагрузка перестраховщика равна относительной защитной надбавке страховщика, и застрахованные разбиты по группам:  $N_1 = 1741$ ,  $N_2 = 7706$ ,  $N_3 = 9881$ ,  $N_4 = 2280$ .

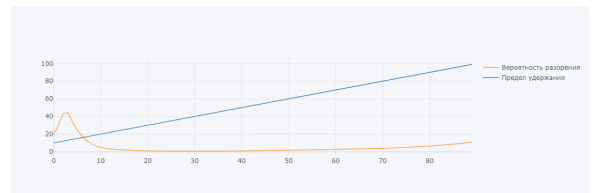


Рисунок 14 – Зависимость вероятности разорения от величины предела удержания при неизвестной заранее перестраховочной премии, когда нагрузка перестраховщика равна относительной защитной надбавке страховщика, и застрахованные разбиты по группам:  $N_1 = 9957$ ,  $N_2 = 7117$ ,  $N_3 = 9207$ ,  $N_4 = 1347$ .

В случае, когда застрахованные разбиты по группам  $N_1 = 2730$ ,  $N_2 = 2624$ ,  $N_3 = 4096$ ,  $N_4 = 2088$ , в портфеле находится большое количество дорогих рисков. Ожидаемый доход за такие риски выше, чем в предыдущих

случаях. Вероятность разорения, при передаче большой группы дорогих рисков, увеличивается, потому что в данном случае, большая перестраховочная премия повлияет на величину ожидаемого дохода, как показано на рисунках 15, 16.

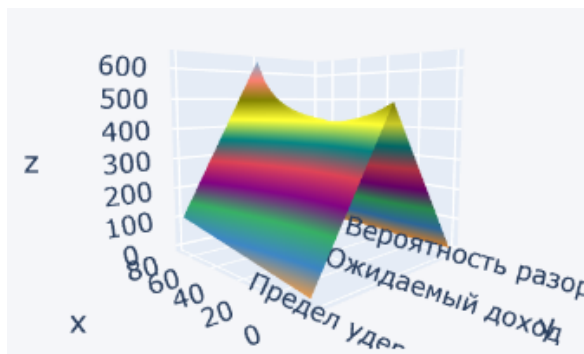


Рисунок 15 – Зависимость вероятности разорения от величины предела удержания при неизвестной заранее перестраховочной премии, когда нагрузка перестраховщика равна относительной защитной надбавке страховщика, и застрахованные разбиты по группам:  $N_1 = 2730$ ,  $N_2 = 2624$ ,  $N_3 = 4096$ ,  $N_4 = 2088$ .

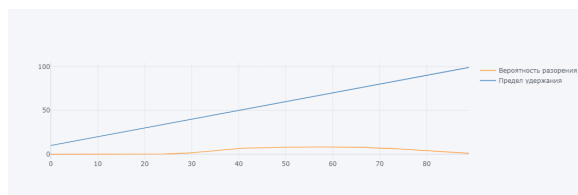


Рисунок 16 – Зависимость вероятности разорения от величины предела удержания при неизвестной заранее перестраховочной премии, когда нагрузка перестраховщика равна относительной защитной надбавке страховщика, и застрахованные разбиты по группам:  $N_1 = 2730$ ,  $N_2 = 2624$ ,  $N_3 = 4096$ ,  $N_4 = 2088$ .

## Заключение

В настоящей работе изучены основные задачи и методы перестрахования.

Решены задачи:

1. Изучены пропорциональный и непропорциональный виды деления риска.
2. Проанализированы проблемы, цели и виды перестрахования.
3. Проведен анализ эксцедентного перестрахования на вычислительном эксперименте.

Цель бакалаврской работы и ее задачи выполнены.