

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра математического анализа

Теория функций комплексного переменного по Риману и Вейерштрассу

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 2 курса 227 группы
направления 02.04.01 Математика и компьютерные науки
механико-математического факультета

Радиной Ольги Владимировны

Научный руководитель
профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ Д.В. Прохоров

Заведующий кафедрой
И.о.зав.кафедрой, д.ф.-м.н. _____ П.А. Терехин

Введение. Сколь велика и обширна область математического знания, столь же сильно и естественно желание заглянуть в ее историю, прикоснуться к истокам ее полноводного течения. В данной работе представлен небольшой курс лекций по узкому направлению – «Теория функций комплексного переменного по Риману и Вейерштрассу: история, основные концепции и современные применения».

Теория функций комплексного переменного, или, как принято ее еще называть, «Комплексный анализ», – на сегодняшний день одна из классических и обязательных дисциплин в рамках образовательных программ высшей математической школы. Без ее изучения невозможно сегодня представить подготовку математиков, инженеров, физиков, педагогов и т.д. Данная работа – попытка представить теоретический материал в доступном для изучения студентами начальных курсов формате с возможностью проверить свои знания в формате тестов. Кроме того, данная работа имеет своей целью обратить внимание будущих молодых ученых на роль личности в исследовательском процессе. На то, сколь ощутимо характер математических гениев отразился на судьбе их трудов.

Для начала несколько слов о собственно предмете. Основные заслуги в создании целостной теории функций комплексного переменного принадлежат в числе прочих Бернхарду Риману и Карлу Вейерштрассу. Каждый из них сформировал и развил одно из направлений теории функций комплексного переменного, ныне образующие совместно основное тело комплексного анализа. Каждый из них заложил крепкий фундамент громадной области комплексного анализа.

Бернхард Риман оформил так называемое «геометрическое», направление развития теории функций комплексного переменного. В 1851 году в докторской диссертации «Основы общей теории функций

комплексного переменного» он предложил связывать функции комплексного переменного с отображениями одной области комплексной плоскости на другую, что, во-первых, позволило воспользоваться сильными сторонами имеющейся геометрической интерпретации и сразу же дало простор для возможных приложений, а во-вторых, позволило наглядно продемонстрировать, что функции комплексного переменного являются расширением понятия функции вещественного переменного. Это стало существенно новым шагом в истории теории аналитических функций и позволило в дальнейшем эффективно выстраивать курс теории функций комплексного переменного как учебную дисциплину, расширяющую стандартный курс вещественного математического анализа и дающую логическое объяснение многим фактам, необъяснимым в рамках этого вещественного анализа.

Именно Риман описал различия между функциями комплексного и действительного переменного, а также положил начало геометрической теории функций, введя понятие точек ветвления, логичным продолжением чего стало рассмотрение так называемых римановых поверхностей. Доказательство теоремы о существовании конформного отображения односвязных областей позволило Риману стать основателем полноценной теории конформных отображений.

В своих работах он вскрыл внутреннюю взаимосвязь комплексного анализа с другими отраслями математики, что позволило создавать новые разделы теории на междисциплинарном пространстве. В частности, именно Риман установил взаимосвязь между аналитическими и гармоническими функциями, а также смог применить комплексный анализ в теории чисел, в частности, введя в рассмотрение дзета-функцию.

Еще одно направление развития теории функций комплексного

переменного сформировалось благодаря реализации возможности представления функций степенными рядами, что породило новое, «аналитическое» направление развития комплексного анализа. В его основу легли результаты Карла Вейерштрасса, доказавшего, что множество всех комплекснозначных многочленов позволяет с любой требуемой точностью воспроизводить значения любой непрерывной функции. Он сумел описать сходимость последовательности аналитических функций, обобщить теорему Коши о разложении функции комплексного переменного в степенной ряд, описал процесс аналитического продолжения степенных рядов и его применение в теории систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

В рамках развитой теории Вейерштрасс сформулировал и доказал теоремы об операциях над степенными рядами и поставил их, с учетом отношения аналитического продолжения, в центр теории аналитических функций. Также Вейерштрассом была доказана теорема о разложении целой функции в произведение, он заложил основы теории аналитических функций многих переменных, построил основы теории делимости степенных рядов. Идеи Вейерштрасса продолжили в своих работах его ученики Миттаг-Лефлер и Шварц.

Современные математики продолжают исследования в области комплексного анализа, расширяя теорию, разрабатывая новые методы и решая сложные математические проблемы. Изучение классических работ Римана и Вейерштрасса остаётся необходимым для понимания текущих тенденций и направлений исследований.

Исследования Римана и Вейерштрасса по теории функций комплексного переменного продолжают оставаться актуальными и важными для современной математики и ее приложений. Их вклад положил основу для многих современных математических теорий и играет ключевую роль в

понимании многих явлений и задач, как в науке, так и в технике.

Практическая часть. В данной работе практическая часть представлена тестом по тематике теоретической части. Кроме того, создан образец HTML-кода для первых пяти вопросов теста, создающий Интернет-страницу для прохождения теста онлайн и проверки его результатов.

Для примера представлен HTML-код для тестирования по первым пяти вопросам теста. Страница теста позволяет пользователю прочитать вопросы, указать варианты ответов и, нажав кнопку «Отправить», увидеть результат прохождения теста.

```
<!DOCTYPE html>
<html lang="ru">
<head>
  <meta charset="UTF-8">
  <meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1.0">
  <title>Тест на тему «Теория функций комплексного переменного по Риману
и Вейерштрассу»</title>
  <style>
    body {
      font-family: Arial, sans-serif;
      margin: 20px;
    }
    .question {
      margin-bottom: 20px;
    }
    .question h3 {
      margin: 0;
    }
  </style>
</head>
<body>
  <div class="question">
    <h3>Вопрос 1</h3>
    <p>Вопрос 1</p>
  </div>
  <div class="question">
    <h3>Вопрос 2</h3>
    <p>Вопрос 2</p>
  </div>
  <div class="question">
    <h3>Вопрос 3</h3>
    <p>Вопрос 3</p>
  </div>
  <div class="question">
    <h3>Вопрос 4</h3>
    <p>Вопрос 4</p>
  </div>
  <div class="question">
    <h3>Вопрос 5</h3>
    <p>Вопрос 5</p>
  </div>
  <div class="button">
    <input type="button" value="Отправить" />
  </div>
</body>
</html>
```

```
.question div {
    margin-left: 20px;
}
</style>
</head>
<body>
    <h1>Тест на тему «Теория функций комплексного переменного по Риману
и Вейерштрассу»</h1>
    <form id="testForm">
        <div class="question">
            <h3>1. Где и когда родился Бернхард Риман?</h3>
            <div>
                <input type="radio" id="q1a1" name="q1" value="0">
                <label for="q1a1">a. В Берлине в 1826 году</label><br>
                <input type="radio" id="q1a2" name="q1" value="0">
                <label for="q1a2">b. В Геттингене в 1826 году</label><br>
                <input type="radio" id="q1a3" name="q1" value="1">
                <label for="q1a3">c. В Брезеленце в 1826 году</label>
            </div>
        </div>
        <div class="question">
            <h3>2. Какое влияние на Римана во время его учебы в Геттингенском
университете произвел Карл Фридрих Гаусс?</h3>
            <div>
                <input type="radio" id="q2a1" name="q2" value="0">
                <label for="q2a1">a. Гаусс был его близким наставником и часто
помогал ему лично</label><br>
                <input type="radio" id="q2a2" name="q2" value="1">
                <label for="q2a2">b. Гаусс не уделял много внимания преподаванию,
но его идеи сильно повлияли на Римана</label><br>
```

с. Риман считал лекции Гаусса бесполезными и не интересовался его работами

3. В каком университете Риман продолжил свое обучение после Геттингенского университета в 1847 году?

а. В Берлинском университете

б. В Мюнхенском университете

с. В Гейдельбергском университете

4. Кто стал близким другом и учителем Римана после его возвращения в Геттинген в 1849 году?

а. Рихард Дедекин

б. Вильгельм Вебер

с. Феликс Клейн

<h3>5. Какой математик оказал наибольшее влияние на Римана в Берлинском университете?</h3>

<div>

<input type="radio" id="q5a1" name="q5" value="1">

<label for="q5a1">a. Карл Густав Якоб Якоби</label>

<input type="radio" id="q5a2" name="q5" value="0">

<label for="q5a2">b. Эрнст Эдуард Куммер</label>

<input type="radio" id="q5a3" name="q5" value="0">

<label for="q5a3">c. Густав Лейбниц</label>

</div>

</div>

<button type="button" onclick="submitTest()">Отправить</button>

</form>

<div id="result"></div>

<script>

```
function submitTest() {
```

```
  const form = document.getElementById('testForm');
```

```
  const resultDiv = document.getElementById('result');
```

```
  let score = 0;
```

```
  const questions = ['q1', 'q2', 'q3', 'q4', 'q5'];
```

```
  questions.forEach(question => {
```

```
    const answer =
```

```
form.querySelector(`input[name="${question}"]:checked`);
```

```
    if (answer) {
```

```
      score += parseInt(answer.value);
```

```
    }
```

```
  });
```

```
  resultDiv.innerHTML = `<h2>Ваш результат:
```

```

    ${score}/${questions.length}</h2>`;
  }
</script>
</body>
</html>

```

Результат реализации кода в компиляторе.

Тест на тему «Теория функций комплексного переменного по Риману и Вейерштрассу»

1. Где и когда родился Бернхард Риман?

- a. В Берлине в 1826 году
- b. В Геттингене в 1826 году
- c. В Брезеленце в 1826 году

2. Какое влияние на Римана во время его учебы в Геттингенском университете произвел Карл Фридрих Гаусс?

- a. Гаусс был его близким наставником и часто помогал ему лично
- b. Гаусс не уделял много внимания преподаванию, но его идеи сильно повлияли на Римана
- c. Риман считал лекции Гаусса бесполезными и не интересовался его работами

3. В каком университете Риман продолжил свое обучение после Геттингенского университета в 1847 году?

- a. В Берлинском университете
- b. В Мюнхенском университете
- c. В Гейдельбергском университете

4. Кто стал близким другом и учителем Римана после его возвращения в Геттинген в 1849 году?

- a. Рихард Дедекин
- b. Вильгельм Вебер
- c. Феликс Клейн

5. Какой математик оказал наибольшее влияние на Римана в Берлинском университете?

- a. Карл Густав Якоб Якоби
- b. Эрнст Эдуард Куммер
- c. Густав Лейбниц

Ваш результат: 2/5

Заключение. В данной работе предпринята попытка в доступной для студентов начальных курсов форме серии лекций изложить материал по истории теории функций комплексного переменного по Риману и Вейерштрассу. В теоретической части сделан акцент на роли личности в развитии математической науки, что по мнению автора работы, может помочь молодым исследователям в их научной карьере. Для закрепления изложенного в лекциях материала в практической части работы составлен тест из 35 вопросов с тремя вариантами ответов на каждый. В ходе подготовки дипломной работы тест был оформлен в виде HTML-кода, со помощью которого создается Интернет-страница для прохождения теста и проверки результатов. Данный формат проверки усвоения изученного материала слушателями является на сегодняшний день актуальным и применимым.