

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра общей, теоретической и компьютерной физики

**ИНФЛЯЦИЯ С ПОСТОЯННЫМ СКАТЫВАНИЕМ  
В МОДЕЛИ СУШКОВА**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 4022 группы  
направления 03.03.02 «Физика»  
Института физики  
Яхиббаева Даниила Маратовича

Научный руководитель  
доцент, к.ф.-м.н.

В. В. Дмитриев

Заведующий кафедрой  
общей, теоретической  
и компьютерной физики  
профессор, д.ф.-м.н.

В.М. Аникин

Саратов  
2024

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Космологическая инфляция – это гипотеза, которая заключается в том, что Вселенная на ранних стадиях эволюции проходила этап сверхбыстрого экспоненциального расширения. Инфляционная модель приводит к ряду наблюдаемых следствий, таких как однородность и изотропность космического фонового излучения, а также крупномасштабная структура Вселенной. Модель Сушкова, рассматриваемая в данной работе, накладывает ограничения на параметры инфляции, такие как энергию инфлатонного поля и длительность инфляции. Эти ограничения согласуются с наблюдательными данными и могут помочь лучше понять раннюю Вселенную. Она относительно проста и делает четкие предсказания, которые можно проверить экспериментально.

**Целью** данной выпускной квалификационной работы (ВКР) является анализ достоинств и недостатков модели Сушкова для описания инфляционной стадии эволюции Вселенной.

### **Задачи ВКР:**

- Изучение модели медленного скатывания инфлатонного поля.
- Качественное сравнение современных инфляционных моделей.
- Анализ совместимости моделей инфляции с космологическими данными по реликтовому излучению, и линзированию по данным Planck и WISEP2/Keck.
- Вывод уравнений поля для модели Сушкова из скалярно тензорной теории Хорндески.
- Анализ космологических сценариев модели Сушкова для различных значений параметров неминимальной связи и кривизны пространства.

**Предмет исследования** – скалярно-тензорная теории инфляции Сушкова с неминимальной связью.

**Структура ВКР.** Выпускная квалификационная работа (ВКР) содержит введение, 3 главы, заключение, список использованных источников (61 наименование). Материалы работы изложены на 41 страницах.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** приводятся аспектные характеристики работы (актуальность, цель и задачи работы, особенности подхода).

**В первой главе** рассматривается динамика скалярного поля в общей теории относительности и модель медленного скатывания.

Скалярное поле  $\phi$  с потенциалом самодействия  $V(\phi)$  имеет плотность, соответствующей идеальной жидкости

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad (1)$$

и давление

$$p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi), \quad (2)$$

в то время как скорость  $u^\mu$  пропорциональна градиенту поля,  $u^\mu \propto \nabla^\mu \phi$ .

Поле с исчезающей потенциальной энергией действует подобно жесткой жидкости с  $p = \rho = \dot{\phi}^2/2$ , тогда как если зависимость от времени обращается в нуль, мы имеем  $p = -\rho = -V$ , и скалярное поле однородно во времени и пространстве. Таким образом, классическая космология скалярного поля с доминированием потенциала  $p \simeq -\rho$ , естественно, может приводить к расширению квази де Ситтера; медленная эволюция во времени плотности энергии слабо нарушает точную  $O(1,3)$  симметрию четырехмерного пространства-времени де Ситтера вплоть до пространства-времени Фридмана-Робертсона-Уокера (FRW), где скалярное поле играет роль координаты космического времени.

В космологии FRW скалярного поля уравнение Фридмана имеет вид

$$H^2 = \frac{8\pi}{3M_{Pl}^2} \left( \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \right) - \frac{k}{R^2}, \quad (3)$$

в то время как закон сохранения энергии для однородного скалярного поля сводится к уравнению движения Клейна-Гордона

$$\ddot{\phi} = -3H\dot{\phi} - V'(\phi). \quad (4)$$

Эволюция скалярного поля, таким образом, определяется градиентом потенциала  $V' = dV/d\phi$ , с учетом затухания со стороны параметра Хаббла  $3H\dot{\phi}$ .

Если мы определим параметр медленного скатывания Хаббла

$$\epsilon_H \equiv -\dot{H}/H^2 \quad (5)$$

тогда мы видим, что инфляция ( $\ddot{R} > 0$  и, следовательно,  $\dot{H} > -H^2$ ) требует  $\epsilon_H < 1$ . В этом случае пространственная кривизна уменьшается относительно плотности энергии скалярного поля по мере расширения Вселенной. Следовательно, в дальнейшем мы отбросим пространственную кривизну и рассмотрим пространственно-

плоскую космологию FRW, предполагая, что инфляция длилась достаточно долго, чтобы наша наблюдаемая Вселенная была очень близка к пространственно-плоской. Однако мы отмечаем, что зарождение пузырька, приводящее к фазовому переходу первого порядка во время раздувания, может привести к образованию однородных гиперповерхностей с гиперболической («открытой») геометрией, эффективно восстанавливая пространственную кривизну внутри пузырька [1]. Это основа так называемых моделей открытой инфляции [2], где надувание внутри пузыря имеет конечную продолжительность, оставляя конечную отрицательную пространственную кривизну.

В космологии, где доминирует скалярное поле (5) дает

$$\epsilon_H = \frac{3\dot{\phi}^2}{2V + \dot{\phi}^2}, \quad (6)$$

в этом случае мы видим, что инфляция требует расширения с преобладанием потенциала,  $\dot{\phi}^2 < V$ .

Обычно предполагается, что слагаемым с ускорением поля,  $\ddot{\phi}$ , в (4) можно пренебречь, и в этом случае можно дать приблизительное решение для инфляционного аттрактора [3]. Это приближение с медленным скатыванием редуцирует уравнение Клейна Гордона второго порядка (4) к системе первого порядка с избыточным затуханием, при этом градиент потенциала приблизительно уравновешен затуханием Хаббла:

$$3H\dot{\phi} \approx -V', \quad (7)$$

и в то же время в расширении Хаббла (3) преобладает потенциальная энергия

$$H^2 \approx \frac{8\pi}{3M_{Pl}^2} V(\phi), \quad (8)$$

что соответствует  $\epsilon_H \ll 1$ .

Необходимым условием достоверности аппроксимации медленного скатывания является то, что потенциальные параметры медленного скатывания

$$\epsilon = \frac{M_{Pl}^2}{16\pi} \left( \frac{V'}{V} \right)^2, \quad \eta \equiv \frac{M_{Pl}^2}{8\pi} \left( \frac{V''}{V} \right), \quad (9)$$

малы, т.е.  $\epsilon \ll 1$  и  $|\eta| \ll 1$ , требуя, чтобы потенциал был соответственно плоским. Если мы определим  $V''$  с эффективной массой поля мы видим, что приближение с медленным скатыванием требует, чтобы масса скалярного поля была малой по сравнению с масштабом Хаббла. Отметим, что параметр медленного скатывания Хаббла (5) совпадает с потенциальным параметром медленного скатывания,  $\epsilon_H \approx \epsilon$ , в ведущем.

Приближение медленного скатывания позволяет определить скорость расширения Хаббла как функцию значения скалярного поля, и наоборот. В частности, мы

можем выразить в терминах значения скалярного поля во время инфляции общее логарифмическое расширение или количество е-фолдов:

$$N_* \equiv \ln\left(\frac{R_{end}}{R_*}\right) = \int_{t_*}^{t_{end}} H dt \approx - \int_{\phi_*}^{\phi_{end}} \sqrt{\frac{4\pi}{\epsilon}} \frac{d\phi}{M_{Pl}}, \quad (10)$$

Учитывая, что параметры медленного скатывания приблизительно постоянны во времени, получаем,

$$N_* \approx \frac{4}{\sqrt{\epsilon}} \frac{\Delta\phi}{M_{Pl}}. \quad (11)$$

Поскольку нам требуется  $N > 40$  для решения проблем плоскостности, горизонта и энтропии стандартной космологии Большого взрыва, нам требуется либо очень медленное скатывание,  $\epsilon < 0,01$ , либо большое изменение значения скалярного поля относительно масштаба Планка,  $\Delta\phi > M_{Pl}$ .

**Во второй главе** рассматриваются и сравниваются между собой современные инфляционные модели.

Парадигма инфляционной Вселенной была предложена в [4], где было указано, что ранний период (почти) экспоненциального расширения, в дополнение к решению проблем горизонта и плоскостности традиционной космологии Большого взрыва, как обсуждалось выше (возможность фазы де Ситтера в ранней истории Вселенной также была предложена в неминимальной гравитационной модели [5], с мотивацией избежать начальной сингулярности), также уменьшило бы предыдущее изобилие любых невидимых тяжелых (мета-) стабильных частиц, примером чего являются монополи в Теориях Великого Объединения (ТВО). Первоначальное предложение состояло в том, что это инфляционное расширение имело место, когда Вселенная находилась в метастабильном состоянии и был завершен переходом первого порядка из-за туннелирования через потенциальный барьер. Однако это было признано уже в [4] что этот сценарий «старой инфляции» нуждался бы в модификации, если бы переход к постинфляционной Вселенной должен был завершиться плавно, без возникновения неприемлемых неоднородностей.

Эта проблема «изящного выхода» была решена в модели «новой инфляции» [6], в котором изучались модели, основанные на  $SU(5)$  ТВО с эффективным потенциалом типа Коулмана-Вайнберга (т.е. с преобладанием радиационных поправок), в которых инфляция могла происходить во время спада от локального максимума потенциала к глобальному минимуму. Однако было осознано, что Вселенная будет развиваться до минимума, отличного от Стандартной модели, и было также признано, что колебания плотности обязательно будут слишком большими, поскольку они были связаны с константами связи ТВО.

Эти ранние модели инфляции предполагали начальные условия, обусловленные тепловым равновесием в ранней Вселенной. Однако это предположение было сомнительным: действительно, оно не было сделано в модели [5], в котором предполагалось, что член гравитационной кривизны более высокого порядка возникает из-за квантовых поправок, а предположение о начальном

тепловом равновесии было отброшено за борт в «хаотической» инфляционной модели [7].

В Стандартной модели есть только одно скалярное поле, которое могло бы быть кандидатом на инфлатон, а именно поле Хиггса, но даже минимальное суперсимметричное расширение Стандартной модели (MSSM) содержит много скалярных полей. Однако ни один из них не является многообещающим кандидатом для инфлатона. Минимальное расширение MSSM, которое может содержать подходящего кандидата, является суперсимметричной версией минимальной модели качелей масс нейтрино, которая содержит три суперсимметричных партнера тяжелых синглетных (правосторонних) нейтрино. Один из этих синглетных снейтрино  $\nu$  может быть инфлатоном: у него был бы квадратичный потенциал, требуемый массовый коэффициент был бы  $\sim 10^{13}$  ГэВ, очень много в ожидаемом диапазоне для синглетных (правосторонних) масс нейтрино и инфлатона снейтрино распады также могут приводить к космологической барионной асимметрии в результате лептогенеза. Однако, астрофизические данные не подтверждают чисто квадратичный инфляционный потенциал. Эта трудность может в принципе быть решена в моделях с несколькими снейтрино, или постулируя трилинейную связь снейтрино и следовательно, суперпотенциал типа Весса-Зумино, что может привести к успешной инфляции с прогнозами, промежуточными между прогнозами естественной инфляции и инфляции максимума потенциала

**В третьей главе** рассматриваются скалярно тензорная модель Сушкова с неминимальной связью [8]. На сегодняшний день было предложено много различных версий модифицированных или расширенных теорий гравитации. Одной из таких моделей, интенсивно изучаемых сегодня, является теория гравитации Хорндески [9], полученная в 1970-х годах как попытка получить наиболее общее действие для скалярно-тензорной теории с единственной скалярной степенью свободы и уравнениями поля второго порядка. Важный подкласс гравитации Хорндески представлен моделями с неминимальной производной, связывающей скалярное поле  $\phi$  с тензором Эйнштейна с действием

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{8\pi} (R - \Lambda) - (g^{\mu\nu} + \eta G^{\mu\nu}) \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi \right] + S^{(m)}, \quad (12)$$

где  $R$  – скалярная кривизна,  $G_{\mu\nu}$  – тензор Эйнштейна,  $\Lambda$  - космологическая постоянная,  $\eta$  – параметр связи, а  $S^{(m)}$  – действие для обычных полей материи, предполагается, что он минимально связан с гравитацией обычным способом.

Теория гравитации с неминимальной производной включает дополнительный размерный параметр с размерностью (длина)<sup>2</sup>, что приводит к интересным особенностям астрофизических объектов. В частности, черные дыры, червоточины и нейтронные звезды были широко исследованы в рамках этой теории. Также, неминимальная производная связь приводит к очень интересным космологическим последствиям, например, обеспечивает принципиально новый инфляционный механизм и естественным образом описывает переходы между различными космологическими

фазами без какого-либо точно настроенного потенциала. Инфляция определяется членами в уравнениях поля, ответственных за неминимальную производную связь. В ранние времена эти слагаемые доминировали, и космологическая эволюция носила квази де Ситтеровский характер  $a(t) \sim \exp(H_\eta t)$ , где  $H_\eta = 1/\sqrt{9\eta}$ . Позже, в ходе космологической эволюции, господство этих слагаемых отменяется, и это приводит к смене космологических эпох.

В общем случае космологическая модель определяется шестью безразмерными параметрами: параметром связи  $\zeta$  и параметрами плотности  $\Omega_0$  (космологическая постоянная),  $\Omega_2$  (член пространственной кривизны),  $\Omega_3$  (нерелятивистская материя),  $\Omega_4$  (излучение),  $\Omega_6$  (член скалярного поля), а эволюция Вселенной описывается модифицированным уравнением Фридмана:

$$h^2 = \Omega_0 - \frac{\Omega_2}{\alpha^2} + \frac{\Omega_3}{\alpha^3} + \frac{\Omega_4}{\alpha^4} + \frac{\Omega_6(1 - 3\zeta(3h^2 + \Omega_2/\alpha^2))}{\alpha^6(1 - 3\zeta(h^2 + \Omega_2/\alpha^2))^2}. \quad (13)$$

В случае  $\zeta = 0$  (отсутствие связи с неминимальной производной) и  $\Omega_6 = 0$  (без скалярного поля) имеется стандартная  $\Lambda$ CDM-модель, в то время как если  $\Omega_6 \neq 0$  –  $\Lambda$ CDM-модель с обычным скалярным полем. Как хорошо известно, эта модель имеет начальную особенность, одинаковую для всех  $k$  ( $k = 0, \pm 1$ ), в то время как ее глобальное поведение зависит от  $k$ . Вселенная расширяется вечно, если  $k = 0$  (нулевая пространственная кривизна) или  $k = -1$  (отрицательная пространственная кривизна), в то время как в случае  $k = +1$  (положительная пространственная кривизна) расширение Вселенной изменяется на сжатие, которое заканчивается окончательной сингулярностью.

Ситуация кардинально меняется, когда скалярное поле обладает неминимальной производной, связанной с кривизной, т.е. когда  $\zeta \neq 0$ . Теперь, в зависимости от параметров модели:

(i) существуют три качественно различных начальных состояния Вселенной: вечная кинетическая инфляция, начальная сингулярность и отскок. Скачок возможен для всех типов пространственной геометрии однородной Вселенной;

(ii) для всех типов пространственной геометрии Вселенная неизбежно проходит через первичную квази де Ситтеровскую (инфляционную) эпоху. Механизм первичной или кинетической инфляции обеспечивается неминимальной производной связью и не требует точной настройки потенциала;

(iii) Существуют циклические сценарии эволюции Вселенной с неособым скачком при минимальном значении масштабного фактора и поворотной точкой при максимальном;

(iv) Существует естественный механизм, обеспечивающий смену космологических эпох.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Когда впервые была предложена инфляционная, не было никаких доказательств существования скалярных полей или ускоренного расширения Вселенной. Ситуация резко изменилась в последние годы с появлением наблюдательных свидетельств того, что космическое расширение в настоящее время ускоряется, и с открытием скалярной частицы, а именно бозона Хиггса. Эти открытия подтвердили идею изначального ускоренного расширения, вызванного скалярным полем, то есть космологической инфляцией. Параллельно последовательные эксперименты с реликтовым излучением соответствовали общим прогнозам инфляционных моделей, хотя пока и не предоставили неопровержимых доказательств.

Модель Сушкова – сценарий с неминимальной кинетической связью, модифицирующий стандартную скалярно-тензорную теорию, является альтернативой современным инфляционным моделям и может давать простые и проверяемые астрофизические предсказания.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Coleman S.R. Gravitational Effects on and of Vacuum Decay / S.R. Coleman and F. De Luccia // *Phys. Rev.* – 1980. – V. D21. – P. 3305.
2. Bucher M. An open universe from inflation / M. Bucher, A.S. Goldhaber and N. Turok // *Phys. Rev.* – 1995. – V. D52. – P. 3314.
3. Liddle A.R. Formalizing the slow roll approximation in inflation / A.R. Liddle, P. Parsons and J.D. Barrow // *Phys. Rev.* – 1994. – V. D50. – P. 7222.
4. Guth A.H. The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems / A.H. Guth // *Phys. Rev.* – 1981. – D23. – P. 347.
5. Starobinsky A.A. A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity / A.A. Starobinsky // *Phys. Lett.* – 1980. – B91. – P. 99.
6. Linde A.D. A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution of the Horizon, Flatness, Homogeneity, Isotropy and Primordial Monopole Problems / A.D. Linde // *Phys. Lett.* – 1982. – V. 108B. – P. 389.
7. Linde A.D. Chaotic Inflation / A.D. Linde // *Phys. Lett.* – 1983. – V. 129B. – P. 177.
8. Sushkov S.V. Realistic cosmological scenario with non-minimal kinetic coupling / S.V. Sushkov // *Phys. Rev.* – 2012. – V. D85. – P. 123520.
9. Horndeski G.W. Second-order scalar-tensor Beld equations in a four-dimensional space / G.W. Horndeski // *Int. J. Theor. Phys.* – 1974. – V. 10. – P. 363–384.