

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

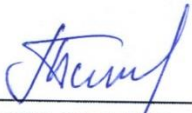
Кафедра электроники, колебаний и волн

**К процессам взаимодействия электромагнитной волны с электронным
потокком в приборах О-типа**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 4031 группы
направления 03.03.03 «Радиофизика»
Института Физики
Петрухина Дмитрия Михайловича

Научный руководитель
доцент кафедры электроники,
колебаний и волн, к.ф.-м.н.



дата, подпись
03.06.2024

В.Н. Титов

Заведующий кафедрой
электроники, колебаний и волн.
к.ф.-м.н., доцент



дата, подпись
03.06.2024г.

С.В. Гришин

Саратов 2024 год

Введение.

Актуальность работы: несмотря на развитие прикладных пакетов для моделирования приборов СВЧ электроники, специалист должен хорошо понимать физику процессов, прежде всего процессов взаимодействия электронного потока и электромагнитной волны.

Также он должен владеть основными аналитическими методами Электроники СВЧ и уметь использовать упрощённые модели, позволяющие получать оценки основных характеристик приборов с минимальными затратами вычислительных ресурсов, что особо важно на первом этапе проектирования приборов СВЧ электроники. Этому и посвящена данная квалификационная работа.

Цель работы: ознакомление овладение методами моделирования процессов взаимодействия электромагнитной волны с электронным потоком в приборах О-типа, а также оценки параметров приборов на примере ЛБВ О-типа.

Изучить методы расчета коэффициента усиления ЛБВ в одночастотном и многочастотном режиме.

Провести сравнение результатов полученных в рамках различных методов.

Задачи: в процессе работы были освоены основные методы моделирования процессов взаимодействия электромагнитной волны с электронным потоком в ЛБВ; в среде Wolfram Mathematica составлены коды программ, описывающих эти процессы взаимодействия; изучены методы расчёта коэффициента усиления ЛБВ в одночастотном и многочастотном режимах; проведено сравнение результатов различных методов, в том числе с точки зрения математической модели.

Работа состоит из следующих основных разделов:

1) Краткие сведения об истории СВЧ электроники; об истории методов расчёта ЛБВ; об основных параметрах, учитываемых во время проектирования, моделирования и эксплуатации лампы.

2) Самосогласованная система уравнений для поля и тока в ЛБВ, метод последовательных приближений ЛБВ, асимптотическая формула для усиления, моделирование явления полного подавления Компфнера.

3) Метод крупных частиц, нелинейная одночастотная теория взаимодействия электронного пучка с электромагнитной волной, сравнение её с линейными моделями, её математическая оценка.

4) Многочастотная теория, её сравнение с одночастотной, математическая оценка полученной модели.

Основное содержание работы

В первом разделе работы дана краткая история СВЧ электроники, приведены основные параметры, учитываемые во время проектирования, моделирования и эксплуатации лампы.

Электроракуумный прибор, в основу работы которого положен принцип взаимодействия электронного потока с бегущей электромагнитной волной, впервые предложил и запатентовал американский инженер А. Гаев в 1936 г. Первая ЛБВ создана американским учёным Р. Компфнером в 1943 г. (по другим сведениям, в 1944); теоретическое описание ЛБВ впервые опубликовано американским физиком Дж. Пирсом в 1947 г.

Лампа бегущей волны представляет собой прибор с длительным взаимодействием и удовлетворяет условию $\omega T \gg 1$, где T — время пролета через пространство взаимодействия, занятое переменным полем, а ω — его частота. С момента появления линейной теории ЛБВ, стало ясным, что в приборах с длительным взаимодействием должен быть синхронизм электронов и полей, в частности, для прямолинейного и не слишком интенсивного пучка и однородной замедляющей системы постоянная скорость электронов V_e должна быть близка к фазовой скорости волны V_{ph} и в замедляющей системе.

Расчётом характеристик проектируемых ЛБВ занимались со времён их создания, но на сегодняшний день единой и всеобъемлющей теории ЛБВ не существует. Это связано со сложными нелинейными явлениями. Однако приближённые описания наиболее распространённых режимов были созданы уже давно. Всех их объединяет наличие определённых параметров ЛБВ, которые характеризуют процесс взаимодействия в лампе. Один из них — параметр усиления Пирса C , характеризующий усиление прямой волны вдоль лампы, $C = \sqrt[3]{\frac{I_0 R_{CB}}{4V_0}}$. Второй параметр — электрическая длина лампы $N = \frac{\beta e z}{4\pi}$. Он

показывает, собственно, длину лампы, так как N — это количество полуволн

сигнала в пространстве взаимодействия. Так как эти параметры отражают процесс усиления в пространстве взаимодействия ЛБВ, то часто их используют как один параметр CN . Помимо волны в приборе есть и электронный пучок, из-за чего существует параметр рассинхронизма $b = \frac{\beta_0 - \beta_e}{\beta_e c}$. Он характеризует скорость пучка относительно бегущей волны.

Во втором разделе работы представлена самосогласованная система уравнений ЛБВ, из которой осуществлён переход к методу последовательных приближений и асимптотической формуле.

Таким образом, пренебрегая поперечными компонентами электромагнитного поля и плотности пучка, для ЛБВ выводятся следующая система уравнений[1]:

$$\begin{cases} J''(x) + 2 * j * \beta_e * J'(x) - (\beta_e^2 - \beta_p^2) * J(x) = j \frac{\beta_e * I_0}{2 * U_0} * E(x); \\ E'(x) + j * \beta_0 * E(x) = - \frac{\beta_0^2 * R_{sv}}{2} * J(x); \end{cases}$$

Данная система представляет собой самосогласованную задачу, которая описывает процесс взаимодействия электронного потока с электромагнитной волной. Однако такая общая задача была довольно ресурсозатратной с точки зрения вычислительных мощностей ранних ЭВМ, из-за чего были рассмотрены и изучены более частные случаи взаимодействия. Одним из таких способов является метод последовательных приближений.

В методе последовательных приближений (последовательных итераций) поле, подающееся на вход ЛБВ, считается периодической функцией времени

$$\begin{cases} F1a = \frac{2(1 - \cos \Phi) - \Phi \sin \Phi}{\Phi^3}; \\ F1r = \frac{2 \sin \Phi - \Phi(1 + \cos \Phi)}{\Phi^3}; \\ F2a = \frac{(60 - 9\Phi^2) \cos \Phi + (36 - \Phi^2)\Phi \sin \Phi - (60 - 3\Phi^2)}{6 \Phi^6}; \\ F2r = \frac{(36 - \Phi^2) \Phi \cos \Phi - (60 - 9\Phi^2) \sin \Phi + 24 \Phi}{6 \Phi^6}; \end{cases}$$

с одной действующей частотой. Это позволяет сильно упростить систему дифференциальных уравнений и прийти к формуле для поля в каждой точке пространства взаимодействия:

$$E = E^0 e^{-j\beta_0 l} \{1 - (2\pi CN)^3 [F1a(\Phi) + jF1r(\Phi)] - (2\pi CN)^6 [F2a(\Phi) + jF2r(\Phi)]\};$$

где $\Phi = -2\pi b CN$. Функции $F1a, F1r, F2a, F2r$ вводятся следующим образом:

Ведём понятие коэффициента усиления $G = 20 \log \left(\frac{E}{E^0} \right)$.

Если считать b равным нулю, то есть принимать идеальный синхронизм пучка и волны, то формулу можно дополнительно упростить и привести к виду:

$$G = 20 \lg \left(\frac{1}{3} e^{-j\beta_e(1-C)x} \left\{ \left[1 + 2 \cos \left(\frac{3}{2} \theta \right) \operatorname{ch} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \theta \right) \right] - 2j \sin \left(\frac{3}{2} \theta \right) \operatorname{ch} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \theta \right) \right\} \right),$$

где $\theta = 2\pi * CN$.

Эта формула качественно отражает усиление в ЛБВ, однако она применима только в узком диапазоне CN . Все эти формулы были выведены из уравнения системы ЛБВ для всё более конкретных частных случаев. Покажем, что эти формулы и их графики похожи в определённых пределах.

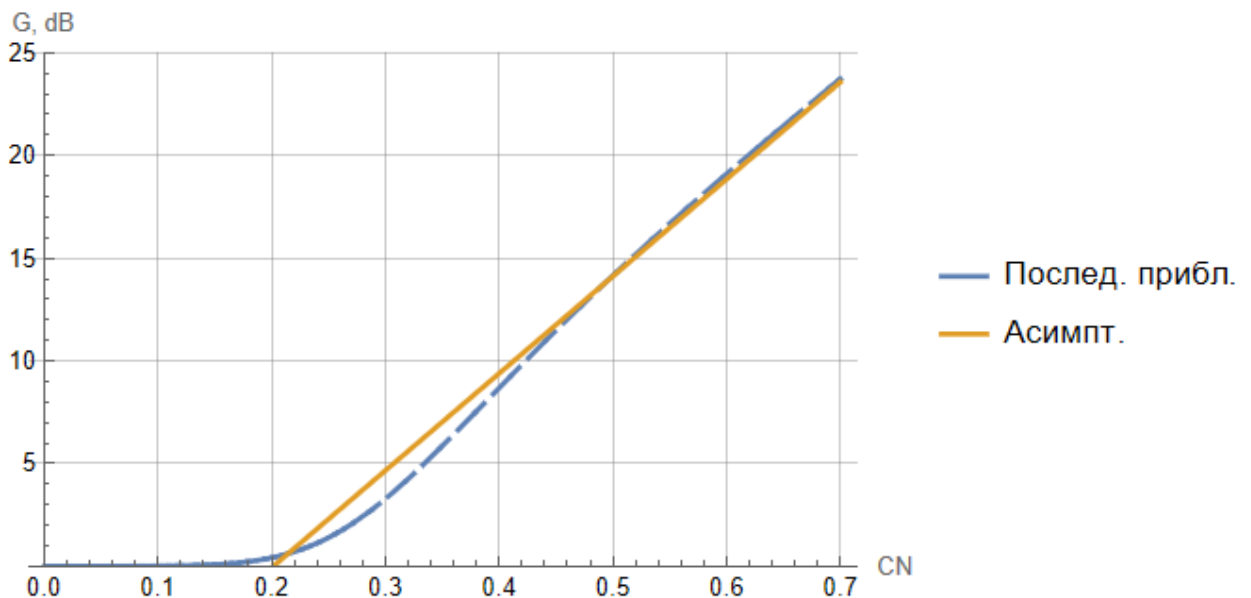


Рисунок 1. График метода послед. пригл. и асимптотической формулы.

Так как в общем случае метод последовательных приближений учитывает параметры b и CN , можно построить серию графиков с целью отразить зависимости коэффициента усиления от этих параметров.

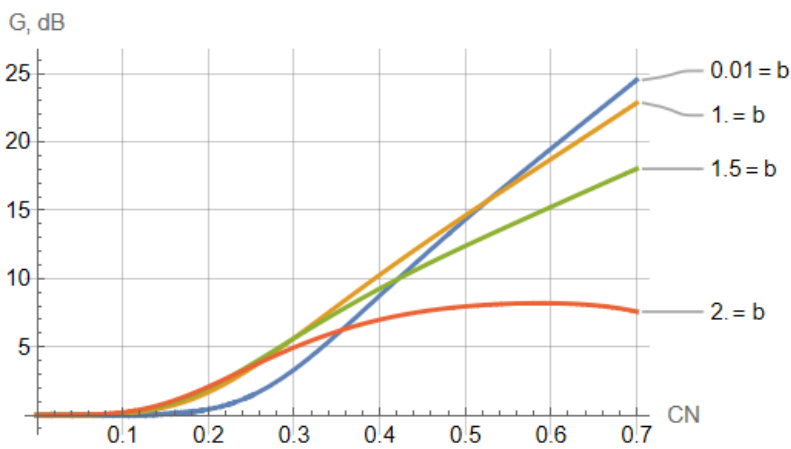


Рисунок 2.1. График метода последовательных приближений.

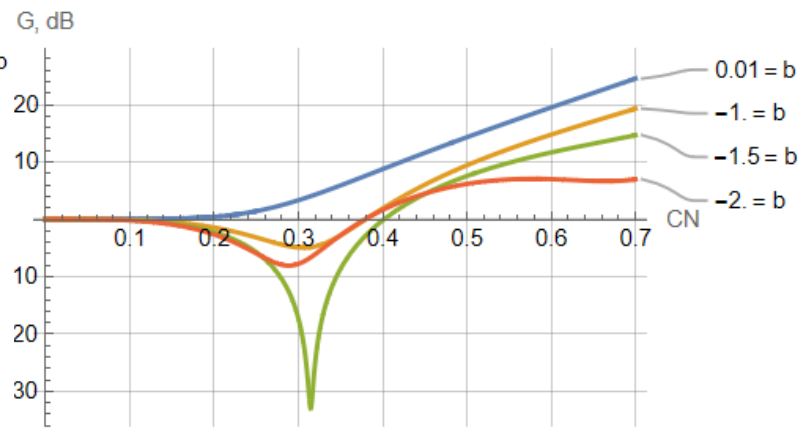


Рисунок 2.2. График метода последовательных приближений.

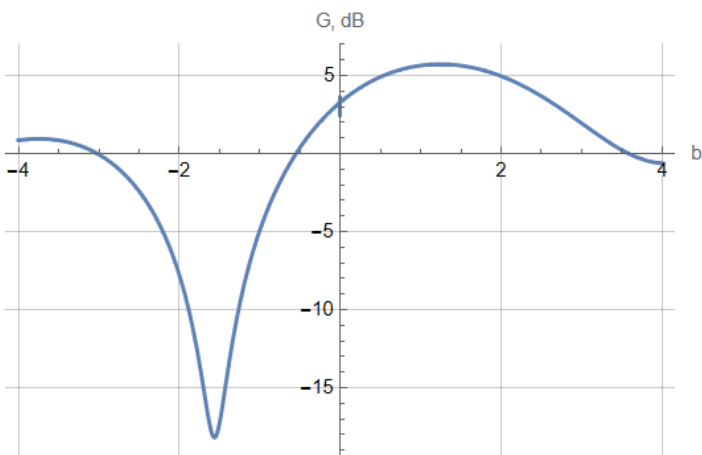


Рисунок 3.1. График метода последовательных приближений.
 $CN = 0.3$.

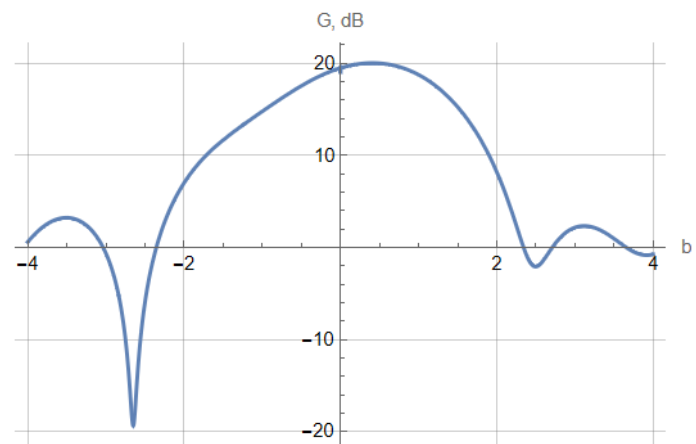


Рисунок 3.2. График метода последовательных приближений.
 $CN = 0.6$.

Анализируя рисунки 2.1 – 2.2 и 3.1 – 3.2 можно сделать следующий вывод – при достаточно большом CN существует некоторое оптимальное значение параметра b , которое слегка превосходит нуль, при котором коэффициент G максимален, однако значение b зависит от величины CN , и при разных CN наблюдается разное оптимальное b . При этом с увеличением электрической длины оптимальное значение параметра рассинхронизма стремится к нулю.

Так же наблюдается сильное падение поля при определённой комбинации параметров: $b = -1.52$, $CN = 0.314$. Этот эффект известен как срыв Компфнера.

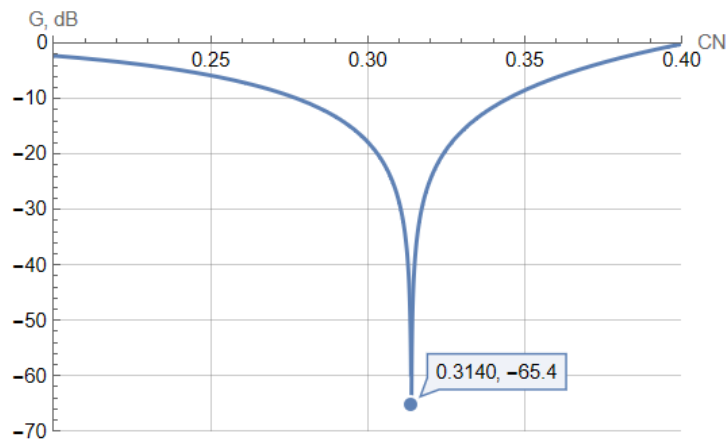


Рисунок 4. Явление подавления сигнала Компфнера.

В третьем разделе вводится система уравнений нелинейной теории, для которой становится важна подаваемая на вход в ЛБВ амплитуда сигнала.

Если рассматривать более общие случаи, то необходимо будет учесть возрастающую амплитуду входного сигнала. При этом система уравнений поля и движения преобретёт следующий вид[2]:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = -\text{Re } F e^{j\theta}; \\ \frac{\partial F}{\partial \xi} + jbF = J; \\ J = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{j\theta} d\theta_0; \end{cases}$$

Эта система уравнений относительно безразмерных параметров позволяет вводить конкретное значение начального поля, величина которого будет влиять на характер взаимодействия электронного пучка и самого поля. Система уравнений записана относительно безразмерных величин – относительного угла пролёта θ и безразмерной координаты ξ . Подобные обозначения позволяют перейти в систему координат, связанную с бегущей волной и упростить вычисления. Тем самым формулируется «Нелинейная теория».

Используя метод крупных частиц для $N_p = 64$ для численного моделирования и малого поля $F = 0.01$, построим графики зависимостей коэффициента усиления G от CN при разных b и от b при разных CN , сравним с методом последовательных приближений, который будет обозначен как «Лин. т.».

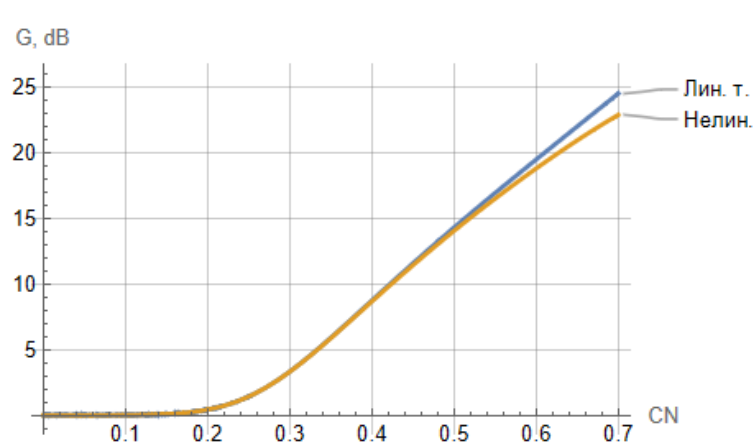


Рисунок 5.1. График линейной и нелинейной теорий. $b = 1.0$.

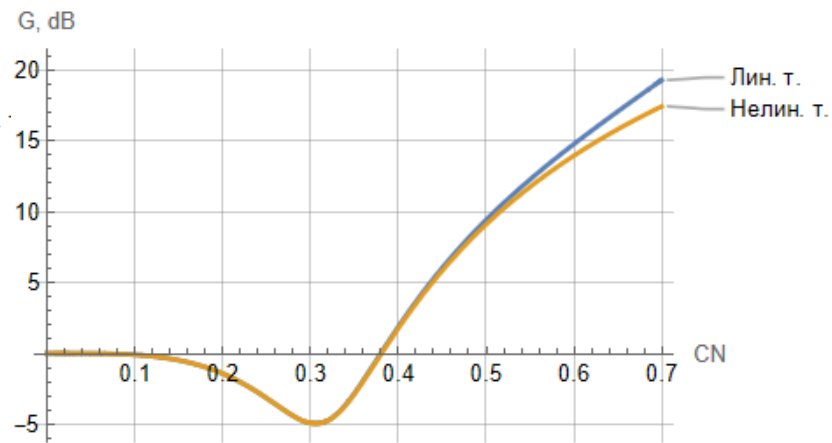


Рисунок 5.2. График линейной и нелинейной теорий. $b = -1.0$.

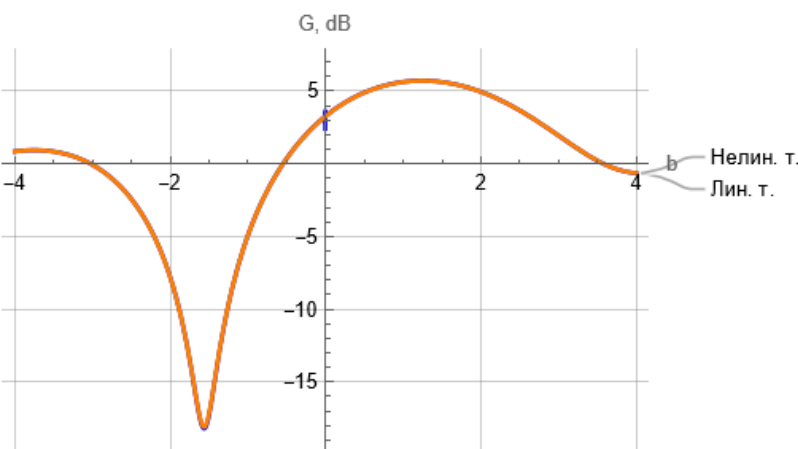


Рисунок 6.1. График линейной и нелинейной теорий. $CN = 0.3$.

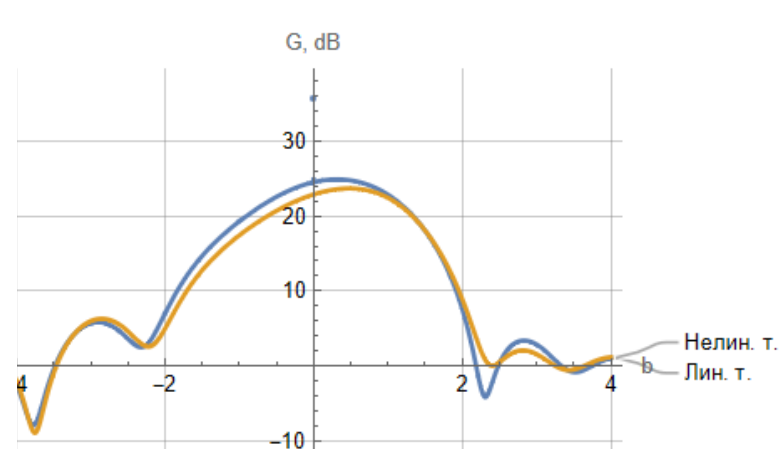


Рисунок 6.2. График линейной и нелинейной теорий. $CN = 0.7$.

При сравнительно небольшом значении амплитуды поля (0.01) зависимости оказались очень близки и похожи, за исключением больших значений CN .

Предоставим некоторые графики для большего значения поля - $E_0 = 0.3$:

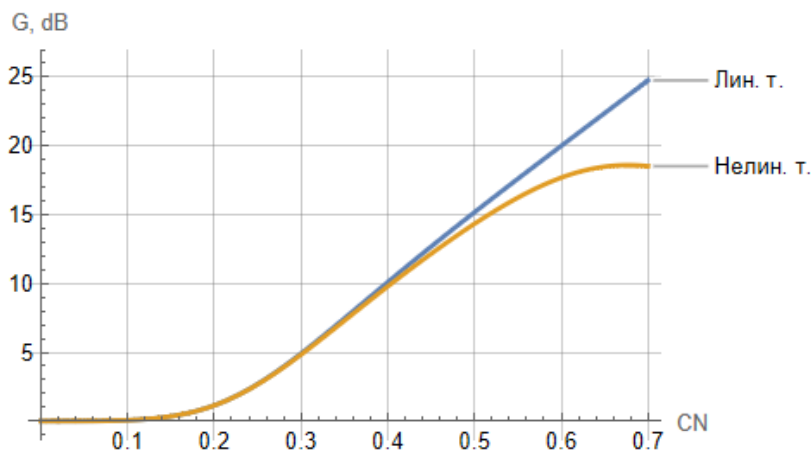


Рисунок 7.1. График линейной и нелинейной теорий. $b = 0.5$.

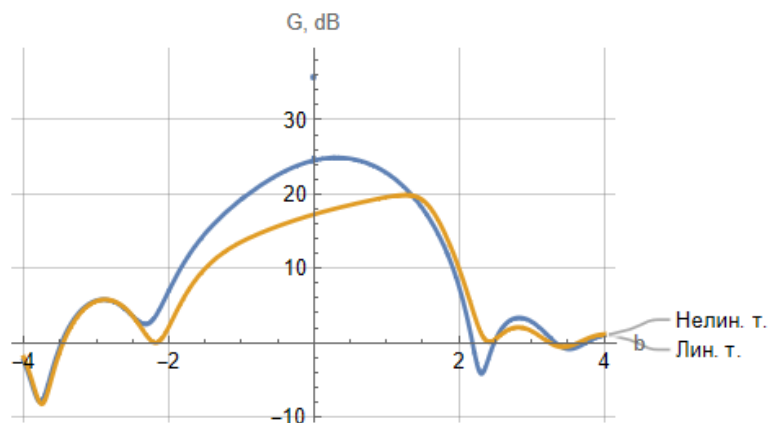


Рисунок 7.2. График линейной и нелинейной теорий. $CN = 0.7$.

Как видно, при увеличении поля нелинейные эффекты проявляются более отчётливо и форма кривой сильно искажается по сравнению с методом последовательных приближений.

Так как здесь был использован метод крупных частиц при $N_p = 64$, проведём серию дополнительных построений с разными количествами частиц. При этом будем учитывать и время вычислений.

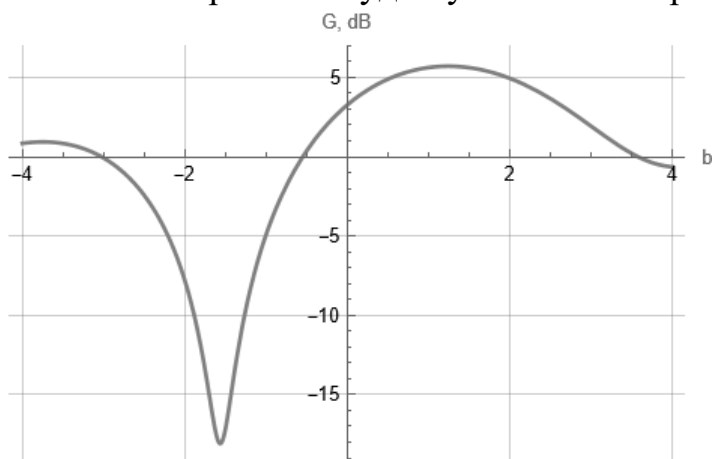


Рисунок 8.1. $N_p = 16$, время вычислений – 10.9061 с.

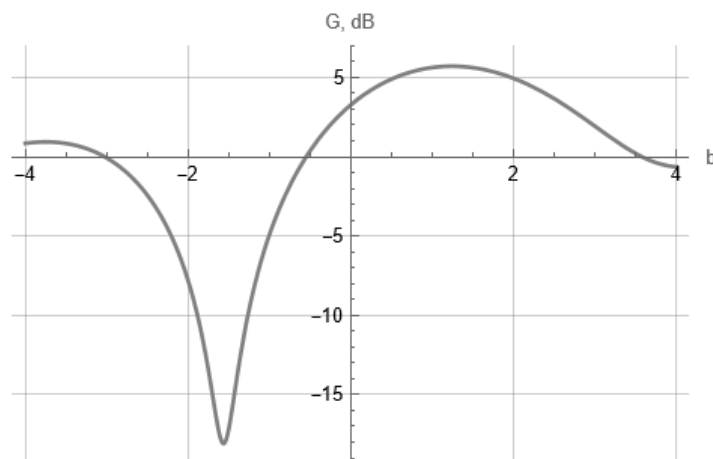


Рисунок 8.2. $N_p = 64$, время вычислений – 60.01859 с.

Как видно из рисунков 8.1 – 8.2, общая картина зависимостей не изменяется при увеличении количества частиц, однако возрастает время расчёта.

В четвёртом разделе проводится расширение многочастотной теории на нелинейную модель.

Если положить, что входной сигнал представляет собой спектр из эквидистантных гармоник с различными амплитудами, то для описания этого сигнала можно использовать метод фундаментальной (опорной) частоты. Тогда система уравнений примет вид[5]:

$$\begin{cases} \frac{dF_k}{d\xi} + jkb_k F_k = -k^2(1 + b_k C)^2 \delta_k J_k; \\ -\frac{\partial^2 \theta}{\partial^2 \xi} = \left(1 + C \frac{\partial \theta}{\partial \xi}\right)^3 \operatorname{Re} \sum_{k=n}^l F_k e^{jk\theta}; \\ J_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jk\theta} dt_0. \end{cases}$$

Здесь k – номер гармоники относительно опорной, δ_k – отношение сопротивления связи k -й гармоники к опорной. Как и прежде, покажем, что при необходимых условиях новые уравнения описывают и предыдущие результаты. Поле E_0 будет подаваться на основной гармонике $k = 1$, используем гармонику $k = 2$, но поле для неё ослабим до $E_0 * 0.01$.

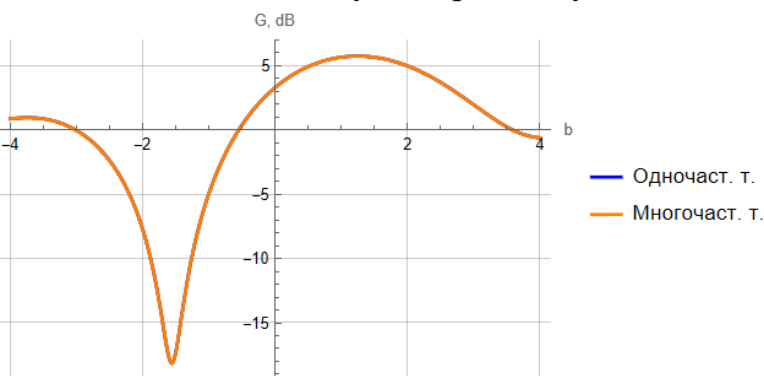


Рисунок 9.1. График нелинейных моделей. $CN = 0.3$. $E_0 = 0.01$.

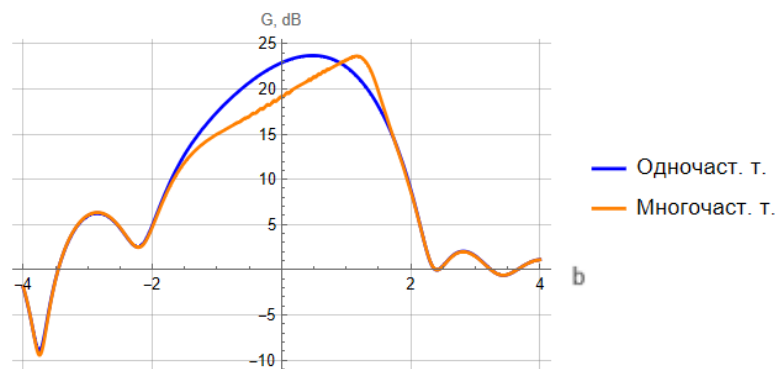


Рисунок 9.2. График нелинейных моделей. $CN = 0.7$. $E_0 = 0.3$.

Как видно из риунков 9.1 – 9.2 теория по методу фундаментальной частоты при малом сигнале хорошо совпадает со стационарной, хотя при увеличении сигнала искажения проявляются отчётливее.

Графики были построены из предположения о малой амплитуде неосновного сигнала. Построим несколько графиков при увеличенной амплитуде побочной гармоники на уровень 1.5 от основной.

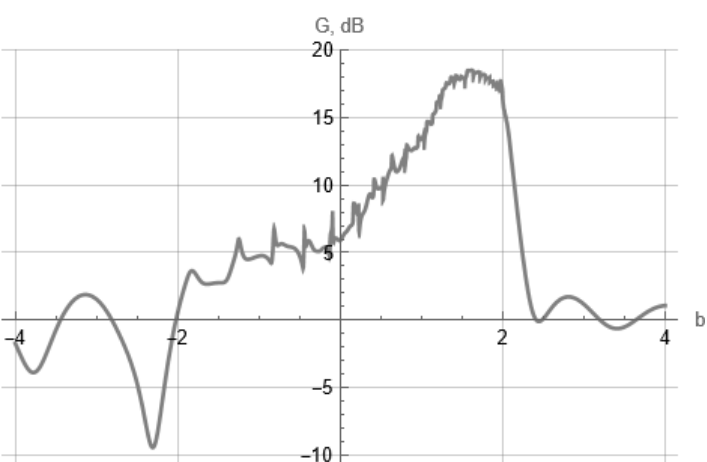


Рисунок 10.1. $CN = 0.7$. $E_0 = 0.3$.

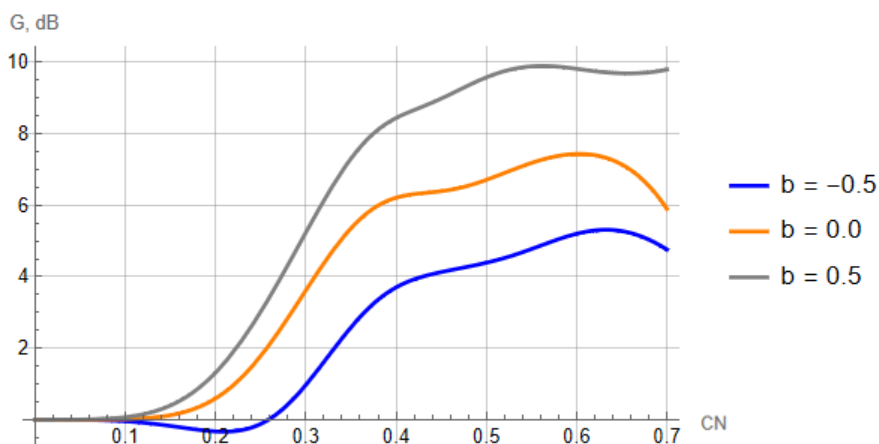


Рисунок 10.2. $E_0 = 0.01$.

Из рисунков 10.1 – 10.2 видно, что с увеличением амплитуды гармоники форма сигнала искажается, и появляются дополнительные осцилляции коэффициента $G(b)$. Таким образом, можно говорить о нарушении процесса группировки электронов под действием дополнительной гармоники.

Приведём несколько графиков с увеличенным количеством гармоник. Так как каждая гармоника задаётся дробным сигналом, то амплитуда конкретной гармоники будет сопровождаться её номером в индексе.

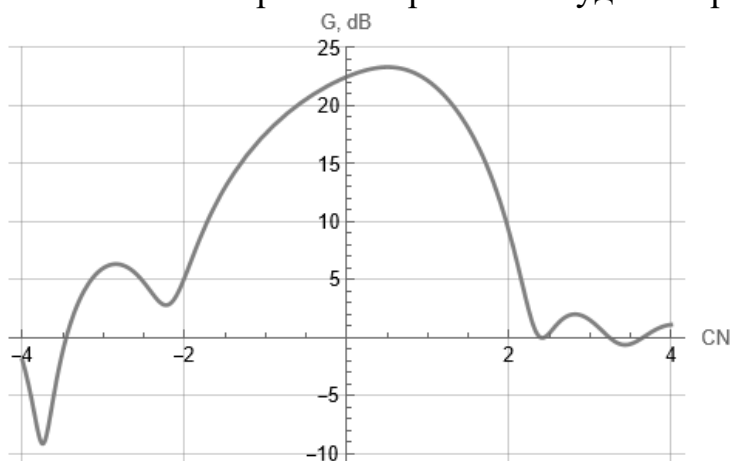


Рисунок 11.1. $E_0 = 0.01$, $E_2 = 0.5 * E_0$,
 $E_3 = 0.2 * E_0$.

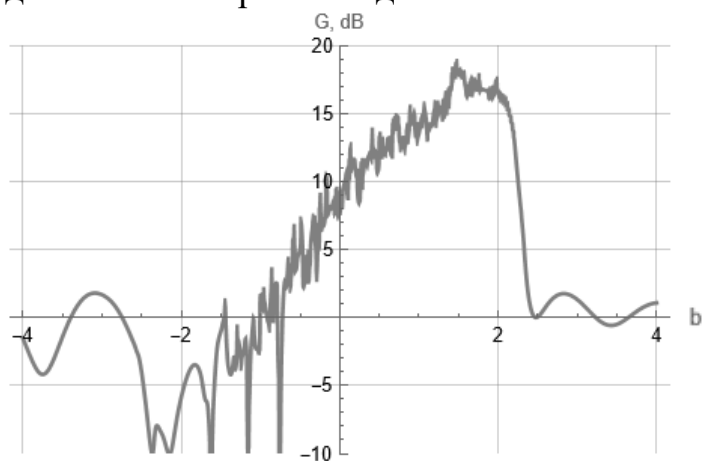


Рисунок 11.2. $E_0 = 0.01$, $E_2 = 0.7 * E_0$,
 $E_3 = 0.4 * E_0$, $E_4 = 0.1 * E_0$.

Из рисунков 11.1 – 11.2 видно, что количество гармоник и их амплитуда могут очень сильно влиять на коэффициент усиления. Большое количество

гармоник с высокими амплитудами вызывают плохую группировку электронов, что и приводит к сильному уменьшению G .

Так как и многочастотная модель была построена по методу крупных частиц, можно так же произвести вычисления при разном значении частиц N_p .

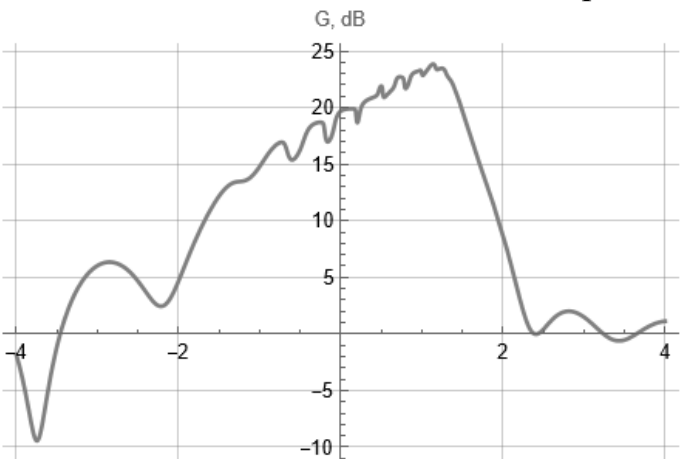


Рисунок 12.1. $N_p = 16$, время вычислений – 53.4024 с.

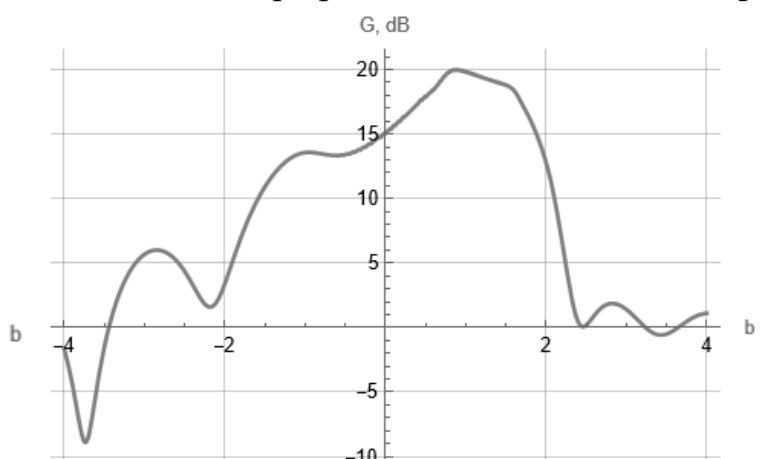


Рисунок 12.2 $N_p = 128$, время вычислений – 613.334 с.

Из рисунков 14.1 – 14.4 видна качественная зависимость от количества крупных частиц: в диапазоне $b \in [-1.0; 1.5]$ вклад гармоник постепенно сглаживается и зависимость становится более плавной, но время вычислений растёт пропорционально. Следует заметить, что в монохроматической модели изменение количества крупных частиц не привело к изменению формы кривой, только к увеличению времени вычислений.

Заключение

1) В процессе работы были изучены основные уравнения ЛБВ для различных приближений и ограничений. Среди приближений: случай идеального синхронизма продольной компоненты фазовой скорости электромагнитной волны со скоростью электронного пучка, случай бесконечно большой ЛБВ с малым параметром усиления Пирса C , случай малого сигнала и монохроматический случай. Все эти выражения были записаны в программе Wolfram Mathematica, построены соответствующие зависимости.

2) При наложении соответствующих ограничений на более сложные модели, они повторяли ранее полученные зависимости. Это говорит о заменимости сложных моделей простыми при соответствующих условиях. В ходе численного эксперимента были определены значения параметров, при которых между моделями проявлялись существенные различия: синхронизм при $b \approx 0$, малость сигнала $E_0 < 0.3$.

3) Помимо различий в физических параметрах моделей была проведена математическая оценка моделей, получены зависимости математических схем от количества крупных частиц в них. При увеличении N_p обе модели просчитывались с пропорционально большим временем, однако различия проявились только для многочастотной модели: зависимость $G(b)$ переставала испытывать флуктуации и постепенно сглаживалась.

Библиография:

- 1) Аналитические методы расчета в электронике СВЧ - В. Н. Шевчик 1970;
- 2) Усовершенствование метода крупных частиц, применяемого при численном решении задач сверхвысокочастотной электроники - А.М. Долов, С.П. Кузнецов 2005;
- 3) Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М., «Сов. радио», Л. А. Вайнштейн, В. А. Солнцев, 1973;
- 4) Большая российская энциклопедия - <https://bigenc.ru/> - 07.04.2024;
- 5) Нелинейные явления в СВЧ приборах О-типа с длительным взаимодействием. Кац А.М., Ильина Е.М., Манькин И.А. М.: Сов. радио, 1975;
- 6) Спиральная ЛБВ сантиметрового диапазона: методы проектирования и результаты разработки. Г. Азов, Э. Ганеев, С. Хриткин. 2016;
- 7) Wolfram Mathematica: Современные технические вычисления - <https://www.wolfram.com/mathematica/> - 18.11.2024;
- 8) Н. М. Рыскин, В.Н. Титов "Нестационарные автоколебательные процессы в релятивистской лампе обратной волны (учебно-методическое пособие) печатн. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2001;
- 9) Лекции по СВЧ электронике для физиков. В 2 т. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. М.: Физматлит. 2004.