

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Поведение сети связанных нейронов при наличии неоднородности
параметра задержки в связи**
АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 4032 группы
направления 03.03.03 Радиофизика
Института физики
Носова Кирилла Сергеевича

Научный руководитель

к.ф.-м.н., доцент

А.В. Бух

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент

Г.И. Стрелкова

Саратов 2024 г.

ВВЕДЕНИЕ

Современная неврология требует высокой квалификации врачей и применения передовых методов лечения. Внедрение математических методов, включая математическое моделирование, значительно улучшает прогнозирование, диагностику и терапию заболеваний.

Для моделирования динамики мозга и нервной системы широко используются нейронные сети, состоящие из связанных нейронов. Типичный нейрон состоит из тела, дендритов и аксона. Дендриты принимают сигналы от других нейронов, а аксоны передают их дальше. Сигналы суммируются в теле нейрона, и при превышении определённого порога возникает нервный импульс или спайк. Нейроны могут как возбуждать, так и тормозить друг друга, влияя на вероятность возникновения спайка.

Существует множество моделей нейронов разной степени сложности, которые описывают их поведение. Простая модель "накопление-сброс" представляет нейрон в виде конденсатора и резистора. Более сложные модели, такие как модель Ходжкина-Хаксли, детально описывают динамику мембранного потенциала нейрона через систему нелинейных дифференциальных уравнений. Модель ФитцХью—Нагумо упрощает модель Ходжкина-Хаксли, сохраняя ключевые динамические свойства. Модель Хиндмарша-Роуза, в свою очередь, балансирует между простотой и богатством динамических режимов, описывая генерацию бёрстов — групп спайков.

Важным аспектом нейрофизиологии являются временные задержки, влияющие на поведение нейронных сетей и использующиеся в различных областях, от медицины до моделирования транспортных потоков. Задержки играют ключевую роль в разработке алгоритмов машинного обучения и архитектур вычислений в резервуаре, позволяя решать сложные задачи и обрабатывать временные последовательности.

Эти достижения подчеркивают важность математического моделирования в неврологии, способствуя развитию новых методов диагностики и терапии.

Динамические системы с задержкой в связи представляют собой объект исследований в разнообразных областях, включая физику, биологию, экономику и другие. Одним из примечательных примеров таких систем является стохастическая модель ФитцХью—Нагумо с обратной связью с задержкой, которая широко применяется для изучения влияния временных задержек на формирование когерентных колебаний, индуцируемых шумом.

Воздействие временных задержек в обратной связи нейронной модели ФитцХью—Нагумо выходит за рамки простого управления регулярностью шумовых колебаний. В частности, временная обратная связь может вызывать как регулярные, так и хаотические автоколебания в детерминированной версии модели.

Путем численного моделирования, анализа устойчивости, вычисления показателей Ляпунова и исследования бассейнов притяжения, было установлено, что в данной системе реализуется маршрут к хаосу, характеризующийся особенностями сценария Фейгенбаума. Дополнительно, для больших значений задержки временная динамика системы была интерпретирована с точки зрения пространственных паттернов.

Несмотря на относительную простоту модели ФитцХью—Нагумо, при наличии шума и задержки в связи, отдельный нейрон способен демонстрировать сложную и разнообразную динамику. Исследование задержек в связи является важным для понимания поведения динамических ансамблей с задержками в связях между парциальными системами, что подчеркивает значимость данного направления исследования.

Основная цель работы заключается в анализе колебательной динамики нейронов при различных задержках связи. Исследование делится на две части: без задержки и с задержкой, включая различные типы неоднородностей связи.

Для достижения данной цели были поставлены следующие задачи:

1. Исследование динамики нейронных сетей без задержки связи.
2. Анализ динамики нейронных сетей с различными типами задержек для случая локальной и не локальной связи.

3. Оценка влияния неоднородностей связи на колебательную активность нейронов.
4. Проведение численного моделирования и анализ колебательной динамики моделей.
5. Интерпретация результатов моделирования, сравнение различных топологий задержки в связи.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

В разделе 1 приводится обзор результатов исследования влияния задержек в связи в динамических системах. Задержки во времени являются неотъемлемой частью биологических систем, состоящих из связанных подсистем. Они возникают из-за конечной скорости распространения потенциала действия вдоль аксонов нейронов и временных задержек в передаче и приеме информации между нейронами. Эти задержки могут значительно увеличиваться из-за физического расстояния, скорости передачи сигнала, морфологии дендритов и аксонов, а также времени обработки информации клеткой. Время задержки играет ключевую роль в динамике нейронных сетей и должно учитываться при математическом моделировании.

Известно, что задержка во времени может дестабилизировать стационарное состояние и вызывать колебательное поведение. Например, для двух осцилляторов ФитцХью—Нагумо с задержкой показано, что стабильные периодические колебания могут сосуществовать с устойчивым стационарным состоянием. Задержка может также вызывать бифуркационные переходы и синхронизацию подсистем на частоте, близкой к периоду 2τ , что важно для передачи информации в нейронных сетях.

Открытие химерных состояний, режимов частичной синхронизации в нелокально связанных системах, привлекло внимание к изучению эффектов временных задержек на возникновение и стабильность этих структур. Показано, что изменение времени задержки связи между узлами может стабилизировать желаемые пространственно-временные режимы, управлять амплитудными химерными состояниями и синхронизацией в многослойных сетях.

В недавних исследованиях использовался пример системы ФитцХью—Нагумо, демонстрирующей возбудимое поведение, с учетом диссипации нейрона. В численном моделировании осцилляторов ФитцХью—Нагумо с задержкой рассматривались различные значения параметра диссипации, время

задержки, параметр связи и начальные условия, что позволило изучить формирование пространственно-временной динамики в кольцевой сети с локальной и нелокальной топологией связи.

Возбудимые системы, такие как нейронные сети, играют важную роль в моделировании природных явлений, включая передачу импульсов между нейронами, сердечные аритмии и другие процессы. Диссипативная природа генерации спайков в нейронах требует учета энергии, необходимой для возбуждения спайка, что важно для понимания автоколебаний в нейроне.

Таким образом, временные задержки играют критически важную роль в динамике нейронных сетей и могут существенно влиять на их поведение. Это делает их важным элементом для изучения и моделирования, а также открывает новые возможности для управления и стабилизации желаемых режимов активности в сложных сетях.

Исследование влияния задержки в связях между осцилляторами ФитцХью—Нагумо, соединенными в кольцо

В разделе 2 рассматривается модель кольца связанных осцилляторов ФитцХью—Нагумо:

$$\varepsilon \dot{u}_i = u_i - \frac{u_i^3}{3} - v_i + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} (u_{j,\tau_j} - u_i),$$

$$\dot{v}_i = u_i + a, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad N = 100,$$

$$u_i = u_i(t), \quad u_{i,\tau_i} = u_i(t - \tau_i)$$

Эта модель включает быстрые переменные (активаторы), представляющие потенциалы на мембранах клеток нейронов, и медленные переменные (ингибиторы), отвечающие за восстановление мембран. Параметры модели включают временной масштаб между быстрыми и медленными

переменными, а также возбудимость каждого нейрона. Сила и дальность связей между нейронами в кольце определяются параметрами σ и P . Начальные условия заданы в диапазоне $[-1;1]$.

Динамика ансамбля осцилляторов ФитцХью—Нагумо без задержки в связях

Основная цель работы заключается в анализе колебательной динамики нейронов при различных задержках связи. Исследование разделено на две части: без задержки и с задержкой, включая различные типы неоднородностей связи.

Для численного эксперимента была использована программа на языке C++, моделирующая систему связанных дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты 4-го порядка. Начальные условия устанавливались случайным образом в диапазоне $[-1;1]$.

Результаты для случая без задержки показали, что значения мембранного потенциала x_i варьируются по времени, что свидетельствует о наличии колебательной динамики. Проведённый анализ выявил значительное влияние задержек в связях на колебательную динамику нейронов в модели ФитцХью—Нагумо.

Влияние задержки в связях с разной топологией на динамику ансамбля осцилляторов ФитцХью—Нагумо

Вторая часть исследования посвящена анализу колебательной динамики нейронов при наличии задержек и различных типов неоднородностей связи. Рассмотрены четыре типа задержек:

1. Однородная с обратной связью: все нейроны имеют одинаковую задержку τ .
2. Однородная без обратной связи: задержка устанавливается для всех нейронов, кроме самого нейрона i .
3. Неоднородная с нулевой связью в одном из направлений: задержка равна нулю для всех нейронов, предшествующих нейрону i , и τ для всех последующих.

4. Неоднородная с кратной задержкой в одном из направлений: задержка изменяется в зависимости от позиции нейрона.

Исследования показали, что для однородной задержки с обратной связью изменение значения τ влияет на колебательную динамику всей системы. В случае однородной задержки без обратной связи было выявлено различие в динамике по сравнению с предыдущим типом задержки.

Для неоднородной задержки с нулевой связью в одном из направлений асимметрия вызвала различные колебательные режимы, важные для понимания направленных связей в нейронных цепях. В случае неоднородной с кратной задержкой в одном из направлений сложная конфигурация задержек моделировала более сложные нейронные связи и их влияние на динамику системы.

Дополнительно исследованы эффекты нелокальных связей ($P=2$). В условиях нелокальности связи наблюдаются локально возникающие волны, характеризующиеся набегом фазы. Верхняя граница существования колебательных режимов для большинства случаев задержки совпадает с $\tau=0.0086$, за исключением однородной задержки с обратной связью, где динамика прекращается при $\tau=0.0084$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе проведённого исследования была рассмотрена модель кольца связанных осцилляторов ФитцХью—Нагумо с различными типами задержек в связях. Основное внимание уделялось анализу колебательной динамики нейронов при различных параметрах и конфигурациях задержки. В первой части работы изучалась динамика ансамбля осцилляторов без задержек. Выявлено, что система демонстрирует значительную колебательную активность, что подтверждается графиками зависимости мембранного потенциала x_i от времени. В большой области параметров обнаружены бегущие волны. При увеличении значения задержки до определённого порога, система утрачивает колебательную динамику, что свидетельствует о критической зависимости от параметра τ . Во второй части исследования рассматривались различные топологии задержек в связях. Для однородной задержки с обратной связью было установлено, что увеличение τ приводит к изменению характера колебательной динамики. Похожая динамика наблюдалась и для других типов задержек: однородной без обратной связи, неоднородной с нулевой связью в одном из направлений, и неоднородной с кратной задержкой в одном из направлений. Для всех этих случаев задержки были выявлены критические значения, при которых система переходила от состояния регулярных колебаний к состоянию отсутствия колебаний.

Анализ показал, что величина задержки оказывает более значительное влияние на колебательную динамику системы, чем её топология. Это указывает на важность точной настройки параметров задержки для управления динамикой нейронных сетей. Верхняя граница задержки, при которой наблюдается переход к состоянию отсутствия колебаний, совпадает для всех рассмотренных типов задержек в случае локальной связи. В условиях нелокальности связи система ведет себя несколько иным образом, бегущие волны в ней уже не возникают (за исключением случая при неоднородной с кратной задержкой в одном из направлений), а колебательная динамика

существует в тех же границах, что и для локальной связи, кроме случая случая однородной задержки с обратной связью, где колебательная динамика существует в области значений задержки до $\tau = 0.0084$.

Полученные результаты могут быть полезны для разработки новых методов управления динамикой нейронных систем и улучшения моделей нейронной активности. В дальнейшем планируется расширить исследование, включая более сложные топологии, что позволит получить более полное представление о влиянии задержек на динамику нейронных сетей.