

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра физики открытых систем

Многомасштабный вейвлет-анализ электроэнцефалограмм

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 4041 группы
направления 09.03.02 «Информационные системы и технологии»
код и наименование направления
института физики
наименование факультета, института, колледжа
Бобряшова Матвея Алексеевича
фамилия, имя, отчество

Научный руководитель
профессор, д.ф.-м.н., профессор
должность, ученая степень, уч. звание

подпись, дата

А.Н. Павлов
Инициалы Фамилия

Заведующий кафедрой физики открытых систем
полное наименование кафедры

д.ф.-м.н., профессор
должность, ученая степень, уч. звание

подпись, дата

А.А. Короновский
Инициалы Фамилия

Саратов 2024 г.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из наиболее распространенных методов исследования в нейрофизиологии является электроэнцефалография, которая используется для изучения электрической активности головного мозга. Для общего понимания принципов работы человеческого мозга, наблюдения за деятельностью мозга во время операций и диагностики различных неврологических расстройств анализ электроэнцефалограмм (ЭЭГ) имеет важное значение. Однако из-за их больших размеров (например, многочасовых записей при исследовании сна), изменчивости и шумов интерпретация ЭЭГ-сигналов часто представляет собой сложную задачу.

В последние десятилетия методы анализа сигналов, основанные на вейвлет-преобразовании, были широко распространены в ряде областей науки и техники, таких как обработка сигналов, полученных из биомедицинских источников. Многомасштабный вейвлет-анализ хорошо подходит для исследования временных рядов с переменной частотной структурой, таких как ЭЭГ, потому что он может анализировать сигналы на различных временных и частотных масштабах.

Целью данной выпускной квалификационной работы является применение методов, основанных на многомасштабном вейвлет-анализе, для исследования сигналов электроэнцефалограмм в различных функциональных состояниях организма.

Материалы исследования. Расчеты проводились по сигналам ЭЭГ 7 мышей. Каждая запись включала 2-часовые сигналы до и после введения анестезии. Сигналы были зафиксированы при частоте дискретизации 2 кГц и предоставлены специалистами с кафедры физиологии человека и животных СГУ.

Выпускная квалификационная работа содержит введение, четыре главы (1. Теоретические основы вейвлет-анализа; 2. Многомасштабный анализ и вейвлеты Добеши; 3. Электроэнцефалография (ЭЭГ); 4. Решение задачи многомасштабного вейвлет анализа электроэнцефалограмм), заключение,

список использованных источников и приложение. Общий объем работы 47 стр.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

1. Теоретические основы вейвлет-анализа

Терминология вейвлетов (от англ. wavelet, что в дословном переводе означает "маленькая волна") сформировалась в 80-х годах XX века [1-2]. В начале своего развития этот математический инструмент предлагался как альтернатива традиционному спектральному анализу, основанному на преобразовании Фурье. Появление теории вейвлетов рассматривается как одно из ключевых событий в математике за последние десятилетия. Это единственная новая математическая концепция, которая сразу стала широко использоваться в прикладных исследованиях почти во всех естественных науках, особенно в физике, а также во многих областях техники [2-4]. Следует отметить, что и само возникновение теории вейвлетов не являлось внезапным событием и было связано с реальными потребностями экспериментальных исследований. Сегодня вейвлет-анализ является результатом синтеза многих предшествующих идей и методов. Быстрые алгоритмы вейвлет-преобразования включают в себя идеологию субполосного кодирования, которая широко используется в радиотехнике [5]. Некоторые концепции были адаптированы из области физики, такие как когерентные состояния [6], а также из математики, например, из изучения интегральных операторов Зигмунда-Кальдерона [7].

Вейвлет-анализ в последнее время привлекает большое внимание в задачах обработки сложных сигналов. Он успешно применяется во многих приложениях, таких как анализ переходных процессов, анализ изображений, системы связи и другие приложения обработки сигналов. Это не новая теория в том смысле, что многие идеи и подходы, используемые в вейвлет-анализе (кодирование поддиапазонов, квадратурные зеркальные фильтры и т.д.), были разработаны независимо в различных приложениях обработки сигналов и известны уже давно. Новым является разработка сравнительно недавних

результатов по математическим основам вейвлетов, которые обеспечивают единую основу для этой области.

В рамках этой основы устанавливается общая связь между многими разнообразными проблемами, которые представляют интерес для различных областей, включая электротехнику (обработка сигналов, сжатие данных), математический анализ (гармонический анализ, теория операторов) и физику (фракталы, квантовая теория поля). Теория вейвлетов стала активной областью исследования исследований в этих областях. Есть возможности для дальнейшего развития как математического понимания вейвлетов, так и широкого спектра приложений в науке и технике.

Как и анализ Фурье, вейвлет-анализ занимается разложением сигналов по набору базисных функций. В отличие от анализа Фурье, вейвлет-анализ осуществляет разложение не с помощью тригонометрических функций, а с помощью вейвлетов, которые генерируются путем смещений и перемасштабирования одной функции, называемой материнским вейвлетом. Полученные таким образом вейвлеты обладают специальными свойствами. Они локализованы во времени и в частотной области, что позволяет установить более тесную связь между представляемой функцией и коэффициентами разложения. Обеспечивается стабильность процедуры восстановления сигнала по коэффициентам разложения.

Цель вейвлет-анализа – подобрать подходящий базис и найти эффективные методы вычисления вейвлетов. Можно показать, что каждое приложение, использующее быстрое преобразование Фурье (БПФ), может быть сформулировано с использованием вейвлетов для получения более локализованной временной (или пространственной) и частотной информации. Таким образом, вместо традиционного спектра мощности, например, получается вейвлет-спектр. В обработке сигналов вейвлеты очень полезны для обработки нестационарных сигналов.

Вейвлеты вызвали большой интерес в математическом сообществе (возможно, больше, чем в инженерии), потому что математическое развитие

прошло очень интересным путем. Недавние разработки можно рассматривать как решение некоторых трудностей, присущих анализу Фурье. Например, типичный вопрос - как связать коэффициенты Фурье с глобальным или локальным поведением функции. Развитие вейвлет-анализа можно рассматривать как продолжение теории Литтлвуда-Пейли (впервые опубликованной в 1931 году), которая искала новый подход к ответу на некоторые из этих трудностей. Опять же, это объединяющая основа, обеспеченная недавними результатами в теории вейвлетов, связанными с проблемами гармонического анализа (а также с похожими проблемами в теории операторов, называемой теорией Калдерона-Зигмунда), которая вызвала большой интерес.

В электротехнике были независимые разработки в анализе нестационарных сигналов, в частности в форме краткосрочного преобразования Фурье, вариация которого, называемая преобразованием Габора, была впервые опубликована в 1946 году. Важным прогрессом в теории вейвлетов было открытие гладких материнских вейвлетов, множество дискретных смещений и изменений масштабов которых образует ортонормированный базис для $L^2(R)$, где R - вещественные числа, а L^2 - множество всех функций, f , которые имеют ограниченную энергию, то есть функций, для которых

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt < \infty. \quad (1)$$

Это главное отличие от преобразования Габора. В случае с Габором не может быть сгенерирован ортонормированный базис из гладких вейвлетов. Таким образом, объединяющая основа привела к лучшему пониманию и новому подходу, который преодолевает трудности в методах краткосрочного преобразования Фурье.

2. Многомасштабный анализ и вейвлеты Добеши

Соотношение

$$f = \sum_k S_{j_n,k} \varphi_{j_n,k} + \sum_{j \geq j_n,k} d_{j,k} \psi_{j,k} \quad (2)$$

означает, что произвольная функция f может быть аппроксимирована набором очень простых функций $\varphi_{j,k}, \psi_{j,k}$. В частности, функции Хаара локальны и полностью покрывают пространство $L^2(R)$ за счет целочисленных смещений k . Они ортогональны на разных уровнях разложения j . Переход от j к $j + 1$ эквивалентен замене x на $2x$, т.е. перемасштабированию, приводящему к анализу на разных уровнях разрешения.

Однако вейвлеты Хаара являются чересчур упрощенными и потому недостаточно гладкими. Наша цель заключается в том, чтобы использовать общий класс таких функций, которые удовлетворяли бы требованиям локальности, регулярности и знакопеременности (с не всегда обязательным свойством ортонормальности). Они должны быть достаточно простыми в том смысле, что представимы простыми алгоритмами и довольно регулярны для того, чтобы они полностью определялись их значениями на решетке с шагом, определенным множителем 2^j .

Многомасштабный анализ проводится с помощью набора последовательных аппроксимирующих пространств V_j , которые представляют собой отмасштабированные и инвариантные относительно смещений на целые числа разновидности одного центрального функционального пространства V_0 . В них легко распознать гистограммное приближение к этой функции. Сопоставление гистограмм на этих двух уровнях показывает, что первая сумма в соотношении (2) приводит к "размытому изображению", или к "сглаженным средним" функции $f(x)$ на каждом интервале, тогда как вторая сумма в этом соотношении добавляет все более подробные детали на все меньших интервалах. При этом общее распределение разлагается на последовательность правильно расположенных флуктуации с формой, соответствующей выбранным вейвлетам.

3. Электроэнцефалография (ЭЭГ)

Самый простой и распространенный метод анализа электрической активности мозга-электроэнцефалография, или ЭЭГ. Запись ЭЭГ – это

непрерывная регистрация величины разности потенциалов между двумя точками в головном мозге. Для измерения электрической активности мозга при таких исследованиях часто используются специальные электроды с низким переходным сопротивлением. Парные электроды обычно подключаются к лобной, височной, теменной и затылочной областям полушарий головного мозга. Это позволяет получать информацию о различных электрических активностях в разных частях мозга и анализировать их в контексте исследуемых процессов или состояний. Заземляющий электрод обычно прикрепляется к запястью испытуемого. ЭЭГ предоставляет информацию о электрической активности мозга только на протяжении времени, когда происходит ее запись.

4. Решение задачи многомасштабного вейвлет анализа электроэнцефалограмм

На выходе программы мы получили 6 графиков зависимости изменения стандартного отклонения сигнала до и после усыпления мыши на разных уровнях вейвлет-преобразования. Расчеты проводились по сигналам ЭЭГ 7 мышей. Каждая запись включала 2-часовые сигналы до и после введения анестезии. Сигналы были зафиксированы при частоте дискретизации 2 кГц и предоставлены специалистами с кафедры физиологии человека и животных СГУ. Рассмотрим поподробнее первый график, представленный на рисунке 1.

Описание графика:

- На оси x обозначено значение “sigma_common” (стандартное отклонение исходного сигнала) в диапазоне от 0 до 300.
- На оси y отображается стандартное отклонение вейвлет-коэффициентов на выбранном уровне разрешения для каждого эксперимента в диапазоне от 0 до 300.
- Зеленые точки представляют данные до усыпления мыши.
- Красные точки представляют данные после усыпления мыши.
- Пунктирная серая линия проходит по диагонали каждой диаграммы, служа опорной линией, где стандартное отклонение до и после равны.

Первый уровень может быть связан с каким-то начальным состоянием или базовым уровнем сигнала.

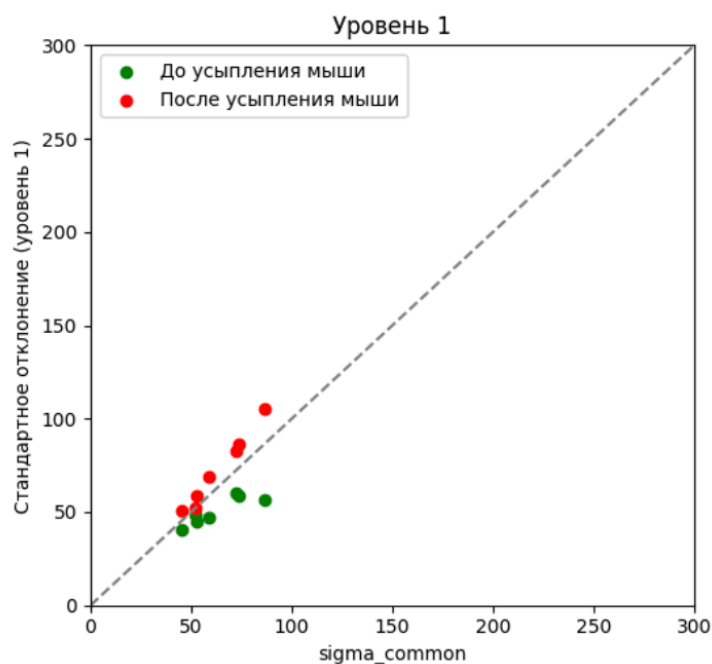


Рисунок 1 – Диаграмма рассеяния на первом уровне вейвлет преобразования

После усыпления мыши стандартное отклонение увеличивается, что может указывать на изменения в данных или процессе. Здесь важно отметить, что красные и зеленые точки разделены, то есть используемый подход позволяет различить два рассматриваемых физиологических состояния. Аналогичная ситуация наблюдается на втором уровне: точки начинают смещаться относительно предыдущего графика, но разделение зеленых и красных точек сохраняется. Задача состояла в том, чтобы выявить уровень разрешения, где разделение является наиболее выраженным. Перейдем к третьему уровню разрешения метода МВА, ранее отмеченная тенденция при этом сохраняется.

Такие же наблюдения были проведены для остальных уровней разрешения, до 6-го включительно (рисунок 3). Здесь отличия по расстоянию между красными и зелеными точками наиболее выраженные. Для наглядности проиллюстрирован фрагмент границы между соответствующими «кластерами» точек.

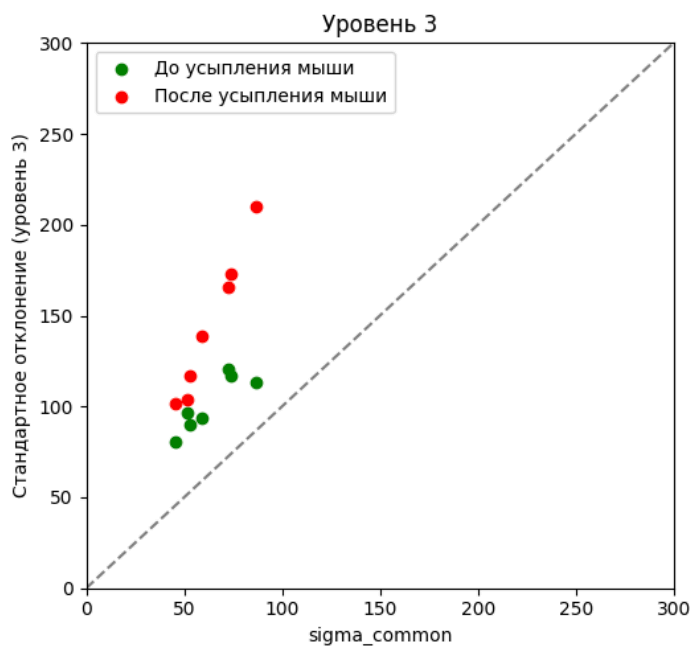


Рисунок 2 – Диаграмма рассеяния на третьем уровне вейвлет преобразования

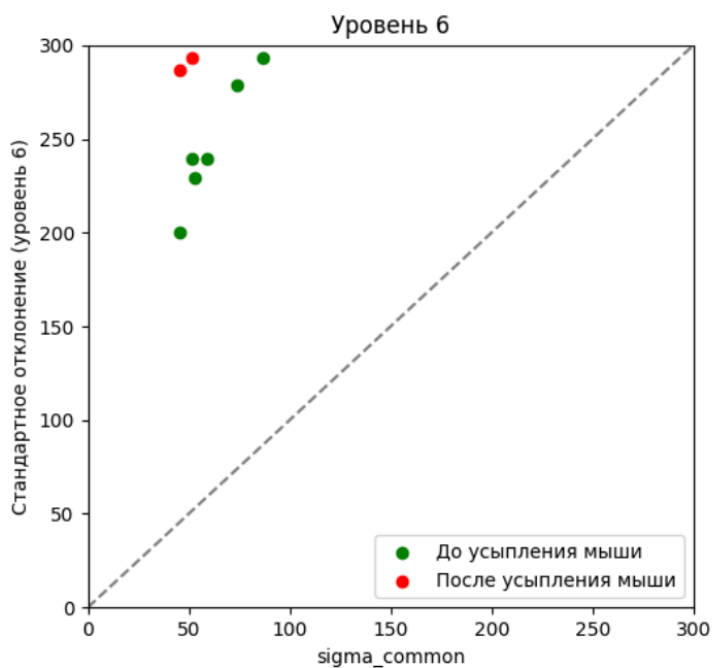


Рисунок 3 - диаграмма рассеяния на шестом уровне вейвлет преобразования

Результаты 6-го уровня вейвлет-разложения совпадают с общими тенденциями, наблюдаемыми на других уровнях, но различия между режимами динамики являются максимальными (в сравнении с другими уровнями).

Увеличение стандартного отклонения на разных уровнях вейвлет-разложения может быть связано с изменениями в нейронной активности после усыпления мыши.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вейвлет-анализ представляет собой мощный метод для анализа и обработки сигналов и данных. Он отличается от классических методов, таких как преобразование Фурье, тем, что способен работать с нестационарными и аномальными сигналами, обладает хорошей локализацией по времени и частоте, а также позволяет достичь более эффективного сжатия данных.

Одним из основных преимуществ вейвлет-анализа является его способность к разложению сигнала на различные масштабы и частоты с использованием базисных функций вейвлетов. Это позволяет обнаружить и выделить важные характеристики сигнала на различных уровнях разрешения. Применение вейвлет-анализа может быть особенно полезным в областях, где необходимо анализировать сигналы с переменной частотой или временными особенностями.

В рамках проведенного исследования получены результаты, свидетельствующие о потенциале метода МВА при решении задач диагностики изменений электрической активности головного мозга при изменении функционального состояния организма.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

[1] Grossman, A. Decomposition of Hardy Functions into Square Integrable Wavelets of Constant Shape. / A. Grossman, J. Morlet // SIAM Journal on Mathematical Analysis. - 1984. - №15. - С. 723-736.

[2] Morlet, J. A Decomposition of Geophysical Signals Using Wavelet Analysis / J. Morlet, Galli, A. Guitton // Geophysics. - 1982. - №47(2). - С. 203-210.

- [3] Addison, P. S. The Illustrated Wavelet Transform Handbook / P. S. Addison. - 1 изд. - Bristol: IOP Publishing, 2002. - 368 с.
- [4] Храмов, А. Е. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения / А. Е. Храмов, А. А. Короновский. – Москва : Физматлит, 2003. – 174 с
- [5] Vetterli, M. Wavelets and Subband Coding. Englewood Cliffs / M. Vetterli, J. Kovacevic. - NJ: Prentice Hall, 1995. - 522 с.
- [6] Ali, S. Wavelets and Their Generalizations / S. T. Ali, J. P. Antoine, J. P. Gazeau. - New York: Springer, 2000. - 577 с.
- [7] Meyer, Y. Wavelets: Calderón-Zygmund and Multilinear Operators / Y. Meyer, R. Coifman. - Cambridge: Cambridge University Press, 1997. - 313 с.