

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра дифференциальных уравнений и математической экономики

**Выбор структуры портфеля ценных рисков бумаг
по соотношению доходности и риска**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента(ки) 2 курса 247 группы

направление **09.04.03 – Прикладная информатика**

механико-математического факультета

Уразаевой Алсу Альбертовны

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ С.И.Дудов

Заведующий кафедрой

зав.кафедрой, д.ф.-м.н., профессор _____ С.И.Дудов

Саратов 2024

ВВЕДЕНИЕ

Данная выпускная квалификационная работа посвящена исследованию портфельного инвестирования в прогнозировании экономики.

В выпускной квалификационной работе будут рассмотрены различные источники. Особенно значительное внимание будет отдано изучению оптимального портфельного инвестирования, постановке и решению задач по оптимизации структуры портфеля и поиску экспериментальным способом отношения доходности к риску и к квадрату риска и применение полученных данных при сборе портфеля ценных бумаг на реальных данных. Решение задачи и экспериментальные примеры осуществлялись с помощью информационных технологий. Были использованы программные среды MathCad, Excel, финансовый ресурс Finam, а также язык программирования Python.

MathCad использовался для аналитического решения задачи, для более удобного представления матриц и решения больших уравнений.

В MS Excel были подготовлены исходные данные для экспериментов на реальных данных, т.к. это более удобное оформление ежемесячных данных котировок в виде таблиц. А также из файлов Excel можно напрямую считывать данные при написании программы на языке программирования Python.

На финансовом ресурсе Finam можно отслеживать котировки акций Московской биржи, самостоятельно делать прогноз с помощью технического анализа.

Актуальность данной темы заключается в том, что инвестиции в ценные бумаги в условиях неопределённости связаны с риском того, что фактическая доходность вложений может отличаться от ожидаемой доходности

Данный факт даёт основание считать доходность ценной бумаги случайной величиной и выбор инвестиционной стратегии осуществлять, опираясь на анализ её числовых характеристик: математического ожидания, дисперсии, среднеквадратичного отклонения, ковариации с доходностью других ценных бумаг.

Инвестиции играют важнейшую роль в экономике. Они определяют развитие любого государства. Для осуществления инвестиционной деятельности

необходимо анализировать принятие решений при разработке и реализации инвестиционных проектов, управлять процессом формирования портфельных инвестиций.

Портфельное инвестирование позволяет планировать, оценивать, контролировать конечные результаты всей инвестиционной деятельности в различных секторах фондового рынка.

Основная задача портфельного инвестирования — улучшить условия инвестирования, придав совокупности ценных бумаг такие инвестиционные характеристики, которые недостижимы с позиции отдельно взятой ценной бумаги, и возможны только при их комбинации.

Самой лучшей для инвестора стратегией инвестирования в рамках подхода, который мы рассматриваем, была бы стратегия, которая обеспечивает достижение максимальной ожидаемой доходности при минимальном риске вложений, но одновременное достижение этих целей невозможно.

Согласно теории Марковица, для принятия решения о вложении средств инвестору не нужно проводить оценку всех портфелей, а достаточно рассмотреть эффективное множество портфелей и выбрать оптимальный. Выбор портфеля ценных бумаг на основе учёта его ожидаемой доходности и риска известен как подход «доходность – риск».

Доходность — это показатель эффективности вложений в те или иные активы, финансовые инструменты, проекты или бизнес в целом. Риск — это вероятность или угроза потери лицом или организацией части своих ресурсов, части своих доходов, или появления дополнительных расходов.

По модели доходность представляет собой математическое ожидание доходностей, а риск определяется как разброс доходностей возле математического ожидания и рассчитывается через стандартное отклонение. Эта модель позволила снизить систематические (рыночные) риски за счёт группировки активов с отрицательной корреляцией доходностей.

Целью оптимизации портфеля ценных бумаг является формирование такого портфеля ценных бумаг, который бы соответствовал требованиям предприятия, как по доходности, так и по рискованности.

Целью выпускной квалификационной работы является изучение основ теории портфельного инвестирования и применение полученных знаний при

проведении вычислительных действий на реальных данных. Для достижения этих целей в работе решались следующие задачи:

1. Изучение основ портфельного инвестирования;
2. Постановка задачи Марковица и изучение её решения;
3. Рассмотрение математического представления задачи отношения доходности к риску, а также задачи с заданным отношением доходности к риску;
4. Решение задач аналитически и с помощью программного кода;
5. Формирование оптимального портфеля ценных бумаг на основании полученных данных.

В этой работе представлена теория, помогающая изучению портфельного инвестирования, постановка и решение задач оптимизации структуры портфеля в двух различных интерпретациях, а также рассмотрение и поиск структуры портфеля, доходности и риска на реальных данных.

Структура и содержание магистерской работы: работа состоит из введения, шести разделов, заключения, списка использованных источников и приложения.

1 Основное содержание работы

Во введении указаны источники, которые были изучены в процессе написания работы, также указаны информационные технологии, используемые для реализации задачи дипломной работы, обоснована актуальность темы дипломной работы, сформулированы цели и задачи, поставленные для её выполнения. Здесь также кратко описано содержание работы.

В первом разделе, «Портфельное инвестирование» представлено теоретическое содержание темы, раскрыты проблемы портфельного инвестирования, классификация портфелей, основы портфельного инвестирования, а также базовые понятия риска и доходности, по которым в дальнейшем будут проводиться все вычисления.

Во втором разделе, «Задача Г. Марковица» описана выдвинутая Гарри Марковицем теория, её исходные предположения, математическая формализация задачи на нахождение эффективного портфеля ценных бумаг по Марковицу, основные формулы, используемые в теории и её аналитическое решение.

Введены обозначения и формулы, а также математическая формализация задачи Г. Марковица:

$$D_p = x^T V x \rightarrow \min_x$$

$$I^T x = 1, m^T x = m_p.$$

Далее описано её подробное аналитическое решение, с применением теоремы Лагранжа.

Третий раздел, «Задача об эффективном портфеле с максимальным отношением доходности к риску» содержит в себе поставленное практическое задание, связанное с оптимизацией отношения доходности к риску при формировании портфеля ценных рисков бумаг. В данной главе описана словесная и математическая формализация задачи, а также её аналитическое решение.

Словесная формализация задачи звучит так: предположим, что инвестору необходимо выбрать структуру портфеля так, чтобы обеспечить макси-

мально возможное отношение доходности m_p к риску, поэтому приходим к математической постановке задачи:

$$\frac{(m^T x)^2}{x^T V x} \rightarrow \max_x$$

$$I^T x = 1; \quad m^T x > 0.$$

Далее получено её аналитическое решение. В ходе решения, получен оптимальный портфель с максимальным отношением доходности к риску со следующими характеристиками:

$$x^* = \frac{V^{-1}m}{a_{12}}, \quad m_p = \frac{a_{22}}{a_{12}}, \quad \sigma_p = \frac{a_{22}}{a_{12}^2}.$$

Полученные формулы оптимального портфеля далее будут использованы для построения экспериментов на модельных и реальных данных.

Четвертый раздел, «Задача об эффективном портфеле с заданным отношением доходности к риску» содержит в себе постановку задачи, связанной с эффективным портфелем с заданным соотношением доходности к риску. В этой главе описана словесная и математическая формализация задачи, а также её аналитическое решение.

Словесная постановка задачи заключается в следующем:

Инвестору требуется сформировать эффективный портфель с максимальной доходностью и заданным, то есть фиксированным отношением доходности к квадрату риску.

Математическая формулировка задачи выглядит следующим образом:

$$m^T x \rightarrow \max, \quad I^T x = 1, \quad \frac{x^T V x}{(m^T x)^2} = t^2$$

где величина $t > 0$ — фиксируемое отношение риска к доходности.

Далее получено аналитическое решение задачи при заданных условиях.

Полученные формулы далее будут использованы для построения экспериментов на модельных и реальных данных.

Пятый раздел, «Вычислительные эксперименты на модельных данных» содержит в себе информацию по выбору инструментальных средств, наглядное применение на практике теоретического материала, аналитического решения задачи Г. Марковица, а также проведение экспериментов на модельных данных задачи на поиск эффективного портфеля с максимальным отношением доходности к риску, а также с заданным отношением доходности к квадрату риска, графическое решение задач и анализ результатов.

Рассмотрим по одному примеру на каждую задачу.

Пример на поиск эффективного портфеля с максимальным отношением доходности к риску

$$V = \begin{pmatrix} 0.04 & 0 & 0 \\ 0 & 0.16 & 0 \\ 0 & 0 & 0.49 \end{pmatrix}$$

$$m_p = (0.1, 0.2, 0.5)$$

$$\sigma_1 = (V_{11})^{\frac{1}{2}} = 0.2$$

$$\sigma_2 = (V_{22})^{\frac{1}{2}} = 0.4$$

$$\sigma_3 = (V_{33})^{\frac{1}{2}} = 0.7$$

Структура, доходность и риск данного портфеля соответствует формулам, выведенным в главе 3, поэтому получаем характеристики портфеля для данного примера:

$$x^* = (0.524, 0.262, 0.214), m_p = 0.21176, \sigma_p = 0.211$$

Это решение проиллюстрировано графически с помощью языка программирования Python, на графике отмечен портфель с полученными характеристиками на фронте Марковица, проведена прямая из начала координат через точку с координатами (m_p^*, σ_p^*) . В соответствии с рисунком 1.1, мы видим, что прямая является касательной к фронту Марковица.

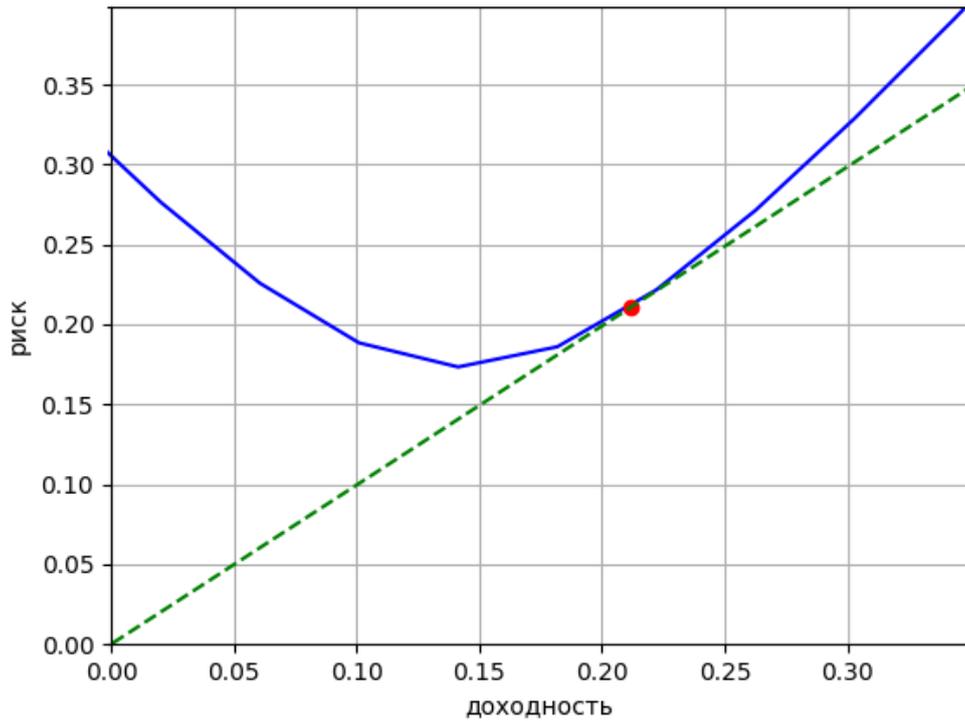


Рисунок 1.1 — Оптимальный портфель на фронте Марковица в примере 1

Далее, проведён дополнительный эксперимент для реализации задачи Г. Марковица с помощью программного кода на языке программирования Python. Подсчитаны риск и структура данного портфеля для различных значений ожидаемой доходности m_p в интервале $[0.005; 0.15]$ с шагом 0.005. Мы получили 32 значения, оформленных в виде таблицы, данные результаты можно увидеть в дипломной работе в главе 5.

Пример на поиск эффективного портфеля с заданным отношением доходности к риску

$$m_p = (10, 12, 15)$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

Для значений t от $t_{\min} = 0.08$ до $t_{\max} = 0.48$ с шагом $h = 0.1$ получены эффективные портфели со следующей структурой распределения капитала и значениями доходности и риска, в соответствии с рисунком 1.2:

τ_p	x_1	x_2	x_3	m_p	s_p
0.08	0.68	0.20	0.11	10.98	0.87
0.18	-0.43	0.64	0.79	15.22	2.72
0.28	-1.81	1.19	1.62	20.49	5.71
0.38	-4.51	2.25	3.25	30.78	11.66
0.48	-12.42	5.38	8.05	60.99	29.20

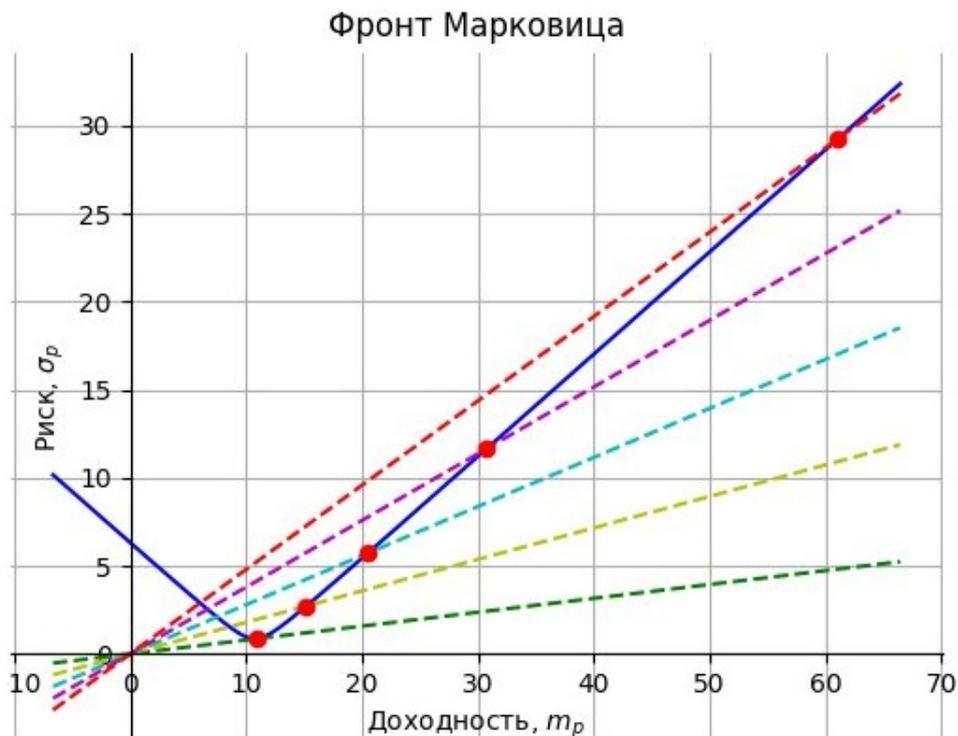


Рисунок 1.2 — Эффективные портфели с заданным соотношением доходности

В шестом разделе описан ход эксперимента на реальных данных по задачам, описанным в 3-4 главах, описан принцип выбора ценных бумаг для формирования портфеля, проведены подготовительные расчёты для применения исходных данных для экспериментов, показаны результаты экспериментов и анализ результатов.

Перед тем как приступить к формированию портфеля, необходимо определить свои инвестиционные цели, а также провести анализ ценных бумаг разных отраслей экономики, для того, чтобы выбрать самые доходные и менее рисковые. Для этого сначала изучены самые доходные отрасли экономики, а в них выбраны самые доходные компании. Далее, проведён анализ дивидендной политики этих компаний, а также построен прогноз на будущее с помощью инструментов технического анализа на сайте брокерской компании Финам.

Анализ нескольких сфер экономики и изучение дивидендной политики компаний остановили выбор на на акциях трёх компаний различных секторов экономики : «Сбербанк», «Татнефть», «Полиметалл». Были подготовлены исходные данные для владения финансовым портфелем для проведения эксперимента.

При составлении инвестиционного портфеля на один месяц, были взяты данные периода: с 01.01.2023 по 30.06.2023 с месячным таймфремом.

2023 год	Татнефть	Сбербанк	Полиметалл	<i>m_p</i>	<i>m_p</i>	<i>m_p</i>
1-январ.	350,4	141,6	375			
1-февр.	328,6	158,2	479,4	-0,06221461187	0,1172316384	0,2784
1-мар.	328,1	170,4	503,4	-0,001521606817	0,07711757269	0,05006257822
1-апр.	383	218,45	559,9	0,1673270344	0,2819835681	0,1122367898
1-мая	405,4	242,2	653	0,05848563969	0,108720531	0,1662796928
1-июн.	444,5	247	617,5	0,09644795264	0,01981833196	-0,05436447167
30-июн.	499	240	529,7	0,1226096738	-0,02834008097	-0,1421862348
ожидаемая доходность:				0,06352234698	0,09608859353	0,06840472573
				входные данные доходности		

Рисунок 1.3 — Ожидаемая доходность для портфеля на июль

Вектор ожидаемой доходности получен с помощью функции в Excel:

`fx =СРЗНАЧ(Е3:Е9)`

Далее, была построена матрица ковариаций с помощью функции:

`fx =COVARIANCE.S(Е4:Е9;Е4:Е9)`

В соответствии с рисунком 1.4, получаем исходную матрицу ковариаций для портфеля на июль.

	Татнефть	Сбербанк	Полиметалл
Татнефть	0,007083337601	0,001589046418	-0,00752792446
Сбербанк	0,001589046418	0,01136461664	0,009947922512
Полиметалл	-0,00752792446	0,009947922512	0,02307120742

Рисунок 1.4 — Ковариационная матрица, подсчитанная в Excel

Аналогичным способом, были подготовлены исходные данные для последующих 5-ти случаев. На каждый месяц владения берутся котировки за предыдущие 6 месяцев.

Полученные исходные данные: вектор доходности и матрицу ковариаций будут использованы в программной разработке для нахождения решений на графике для двух задач, решенных аналитически.

Так, в соответствии с рисунком 1.5, графически показан оптимальный портфель с максимальным отношением доходности к риску со своими характеристиками на июль:

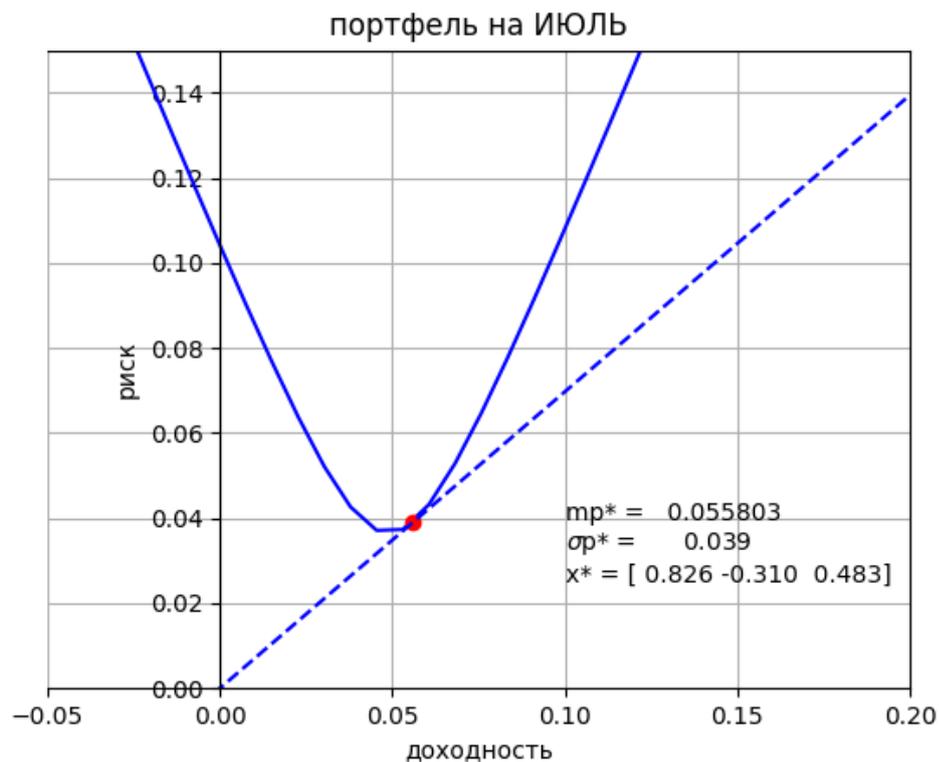


Рисунок 1.5 — График эффективных портфелей на июль с указанием портфеля с максимальным отношением доходности к риску

Аналогичным способом выведены на график оптимальные портфели на последующие периоды владений для задачи на поиск эффективного портфеля с максимальным отношением доходности к риску.

В соответствии с рисунком 1.6 графически показана совокупность оптимальных портфелей с заданным отношением доходности к риску:

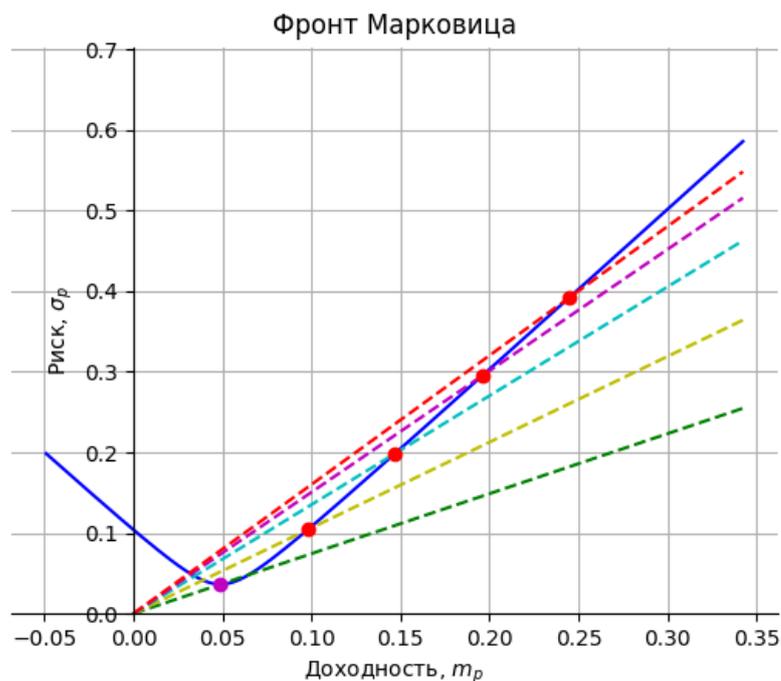


Рисунок 1.6 — Эффективные портфели с заданным соотношением доходности на период владения - июль

Таким образом, было проведено по 6 экспериментов на реальных данных для задач по формированию портфеля с максимальным отношением доходности к риску и по формированию портфеля с заданным отношением доходности к квадрату риска.

По завершению экспериментов на реальных данных проведён анализ и сравнение полученных результатов.

В заключении сделаны выводы о проделанной работе.

2 Основные результаты

1. Определены основные понятия связанные с портфельным инвестированием и задачей Г. Марковица, а так же рассмотрена математическая основа этих понятий.
2. Выбраны основные информационные технологии, с помощью которых была выполнена работа.
3. Применяя полученные знания, был разработан программный код, который автоматически разрабатывает структуру, доходность и риск инвестиционного портфеля, а также реализовывает задачу Г. Марковица.
4. Изучен финансовый рынок, а также правила формирования портфеля, состоящего из ценных бумаг. С помощью проведения экспериментов на реальных данных, мы убедились, что риск и доходность прямо пропорциональны и зависимы друг от друга, то есть чем выше доходность, тем выше риск и наоборот.

Таким образом, все задачи поставленные в магистерской работе были выполнены, тем самым цель достигнута.