

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра теории функций и стохастического анализа

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОРОДСКОЙ  
ТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЫ С ПРИМЕНЕНИЕМ  
ТЕХНОЛОГИЙ МАШИННОГО ЗРЕНИЯ**

**АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ**

Студентки 2 курса 248 группы

направления 09.04.03 — Прикладная информатика

механико-математического факультета

Смятской Марии Сергеевны

Научный руководитель

доцент, к. ф.-м. н.

\_\_\_\_\_

О. А. Мыльцина

Заведующий кафедрой

д. ф.-м. н., доцент

\_\_\_\_\_

С. П. Сидоров

Саратов 2024

## **Введение**

Отличительной чертой современных крупных и больших городов является наличие транспортных проблем. В связи с этим возникает необходимость оптимизации существующих систем управления транспортными потоками в условиях существующей дорожной сети.

Оптимизация процесса регулирования светофоров сегодня — одна из ключевых тем современных исследований, интерес к которой растет вместе с общим уровнем автомобилизации в мире. Таким образом, *актуальность выбранной темы* работы обусловлена нарастающей проблемой регулирования потоков в транспортных системах в больших и быстро растущих городах.

Основной *целью работы* является построение модели городской транспортной системы в контексте некоторого перекрестка и нескольких прилегающих к нему улиц для дальнейшего анализа и оптимизации. Работа подразумевает изучение теоретической составляющей моделирования подобных систем, а также методики их управления. На основе теоретической составляющей требуется провести анализ реального перекрестка, как части, городской транспортной системы, и построить модель данной системы, рассмотреть целесообразность изменения длительности фаз или применения адаптивных алгоритмов с целью увеличения пропускной способности системы.

Достижение поставленной цели подразумевает выполнение задач по *теоретической* подготовке перед моделированием системы (изучение специфики математического моделирования транспортных систем, основных моделей и потоков в них; анализ транспортной статистики; решение задачи по сбору данных и их дальнейшему анализу и ряд других), а также выполнение *практических* задач, таких как: подготовка данных и их первичный анализ; создание модели транспортной системы города; моделирование потока в среде SUMO и посредством инструментов Python; анализ полученных результатов моделирования и оценка применимости адаптивного светофора.

## **Мировые тенденции и актуальные проблемы транспортного моделирования**

Автомобилизация — это процесс увеличения количества автомобилей в обществе. Он может быть связан с ростом производства автомобилей, увеличением доступности личных транспортных средств и изменением предпо-

чтений потребителей. Согласно официальным данным Федеральной службы государственной статистики, уровень автомобилизации в России за последние 24 года увеличился почти в 3 раза.

Первые результаты в области математического моделирования дорожного движения были представлены профессором Г.Д. Дубелиром, в 1912 году. Далее, американский экономист Франк Найт, в 1920-х годах, предложил идею достижения равновесия при наличии разных способов перевозки грузов. Позже, Джон Уордроп, применив теорию Найта, сформулировал два принципа, которые лежат в основе равновесия на дорогах.

Важное место в области математического моделирования транспортных систем принадлежит монографии, посвященной теории транспортного потока, написанной известным американским ученым Д. Дрю. Дальнейшие исследования и разработки в этой области нашли отражение в работах многих зарубежных и отечественных ученых.

На сегодняшний день проблема транспортного моделирования все еще активно рассматривается учеными и имеет свою актуальность в силу изменений специфики транспортных систем.

### **Общее понятие математической модели транспортной системы**

Математическая модель транспортной системы — это упрощенное представление реальной системы, посредством математического аппарата для формализации и анализа ее работы. К основным характеристикам математической модели транспортной системы относятся: простота, относительная точность, масштабируемость, эффективность и ряд других. Главная задача математической модели транспортной системы — определение и прогноз параметров функционирования транспортной сети в определенных условиях, а также в ситуациях при изменении этих условий.

Математические модели, применяемые для анализа транспортных сетей, отличаются по решаемым задачам, математическому аппарату, исходным данным и степени детализации описания движения.

### **Классификация математических моделей транспортных систем**

На сегодняшний день выделяется следующая обобщенная классификация моделей (в зависимости от того, на каком уровне работает транспортная

модель и какой метод моделирования в ней используется):

- *Макроскопические модели.* В макроскопических моделях основной идеей выступает сравнение транспортного потока с жидкостью с определенной мотивацией.
- *Микроскопические модели.* В микроскопических моделях, в отличие от макроскопических, транспортный поток рассматривается с точки зрения взаимодействия между несколькими отдельными машинами, а не целой группы.
- *Мезоскопические модели.* Данные модели выделяют не всегда, так как это гибридные модели, сочетающие в себе особенности микроскопических и макроскопических моделей.

В зависимости от специфики задачи, следует отдавать предпочтение тому или иному подходу или даже какому-то их сочетанию.

### **Модель Лайтхилла–Уизема–Ричардса**

В 1955 году была предложена макроскопическая модель Лайтхилла–Уизема–Ричардса (LWR), которая рассматривает поток автотранспортных средств, как поток одномерной сжимаемой жидкости. В основе модели LWR заявлены следующие предположения:

1. *существует взаимно-однозначная зависимость между скоростью  $v(t, x)$  и плотностью  $\rho(t, x)$  потока.* Данное предположение 1 выражается уравнением состояния:  $v(x, t) = V(\rho(x, t))$ .

2. *выполняется «закон сохранения массы» (количества АТС в системе).* Предположение 2 модели LWR отражено законом сохранения количества АТС: 
$$\int_a^b \rho(t + \Delta, x) dx - \int_a^b \rho(t, x) dx = - \left( \int_t^{t+\Delta} Q(\rho(\tau, b)) d\tau + \int_t^{t+\Delta} Q(\rho(\tau, a)) d\tau \right).$$

Таким образом, исходя из первого предположения соотношение транспортного потока в уравнении неразрывности дает класс моделей первого порядка, известных как модели LWR:  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial Q(\rho)}{\partial x} = 0$ , где  $Q(\rho) = \rho V(\rho)$  — функциональная зависимость, которая задаётся исходя из фундаментальной диаграммы.

### **Фундаментальная диаграмма транспортного потока**

Фундаментальная диаграмма транспортного потока — это инструмент для анализа и оптимизации транспортного потока в городе или регионе. Ос-

новываясь на связи между плотностью дорожного движения и скоростью транспортных средств можно сделать вывод — чем больше транспортных средств находится на дороге, тем медленнее будет их скорость.

Существует несколько основных графиков, характеризующих характер движения в системе: график зависимости плотности и скорости транспортного потока; график зависимости плотности и транспортного; график зависимости скорости и величины транспортного потока. Построение фундаментальных графиков транспортного потока позволяет получить аналитическую информацию, используемую для анализа и планирования дорожного движения в определенной области.

### **Адаптивная система светофорного регулирования**

Адаптивные системы регулирования движения на перекрестках позволяют оптимизировать движение транспорта, учитывая текущую ситуацию на дороге. Они могут автоматически изменять длительность фаз регулирования, чтобы обеспечить максимальную пропускную способность перекрестка и уменьшить время ожидания для водителей.

Задача адаптивного управления транспортной системой (регулирования потока на перекрестке посредством светофора) в описанном случае заключается в том, чтобы поддерживать транспортный поток в состоянии, когда его плотность меньше критического значения, то есть когда поток находится в состоянии, предшествующем образованию заторов.

### **Математическая модель светофора на перекрестке**

Изолированный перекресток — это перекресток, работа которого не зависит от работы светофоров на соседних перекрестках. Управление движением на таком перекрестке осуществляется только на основе информации о текущем состоянии движения на этом перекрестке, без учета информации о движении на других перекрестках.

В большинстве задач адаптивного регулирования требуется найти оптимальное значение соотношения продолжительности  $T_g$  (продолжительность зеленого сигнала светофора) и  $T_r$  (продолжительность красного сигнала светофора). В силу того, что время  $T_y$  (продолжительность желтого сигнала светофора) корректировать нельзя, задача адаптивного регулирования перекрестка может быть сведена к решению задачи о светофоре, вытекающей из

модели LWR.

### **Алгоритм адаптивного регулирования перекрестка на основе изменения длительности фаз. Задача о светофоре**

В 1955 г. М. Лайтхиллом и Дж. Уиземом была поставлена, а позже решена, задача нахождения параметров, при которых перед светофором не будет скапливаться очередь, ставшая задачей о светофоре.

Пусть имеется задача найти число  $k > 0$ , такое что перед светофором не будет скапливаться очередь, если  $\frac{T_g}{T_r} \geq k$ , где  $T_g$  — продолжительность цикла зеленого светофора,  $T_r$  — красного соответственно. При этом считать, что транспортный поток на некотором расстоянии от светофора имеет плотность  $\rho \leq \rho_m$ , где  $\rho$  — плотность потока  $q$ ,  $\rho_m$  — плотность, при которой значение потока максимально. Решением данной задачи, то есть нахождение оптимальной продолжительности горения зеленого и красного сигнала светофора, когда очередь АТС не будет скапливаться перед перекрестком, является выполнение неравенства для  $k$ :  $(q_m - q)T_g \geq qT_r \implies k = \frac{q}{q_m - q}$ , при этом, максимально возможное количество АТС, которое он может пропустить за время горения зеленого —  $T_g * q_m$ .

Таким образом, для решения классической задачи LWR для адаптивного регулирования светофором на перекрестке, требуется провести тщательный анализ. На основе полученных результатов, можно изменять значение  $k$  относительно текущей транспортной ситуации. Это может быть сдвиг светофорного цикла и применение вызывных фаз в локальном адаптивном светофоре.

### **Анализ видеопотока с помощью машинного зрения**

Машинное зрение — это технологии, которые позволяют получать изображения, обрабатывать их и использовать полученные данные для решения различных прикладных задач без участия человека. В контексте данной работы машинное зрение использовано для обнаружения автомобилей на дорогах, их подсчете, слежении за ними, классификации на перекрестке для дальнейшего сбора данных.

В целом, анализ видеопотока с помощью машинного зрения позволяет получить более точную и детальную информацию о происходящем на видео, что может быть полезно для различных целей, включая безопасность, кон-

троль трафика и распознавание объектов.

### **Основные модели для классификации и анализа видеопотока**

На сегодняшний день существует несколько моделей для обнаружения объектов в видеопотоке. Принято выделять две категории таких моделей:

— *одноуровневые модели* — это те модели, которые решают поставленную задачу обнаружения объекта за один проход по изображению в процессе предсказывая ограничивающие рамки и классы объектов.

— *двухуровневые модели* — это модели, генерирующие кандидатов в ограничивающие рамки, а затем уточняющие их положение и класс с привлечением дополнительной нейронной сети.

Каждый из видов моделей имеет свои преимущества и недостатки.

### **Архитектура YOLOv8 Ultralytics модели**

Yolov8 — это самая современная модель из семейства Yolo, предназначенная для определения объектов в режиме реального времени. Модель представила команда Ultralytics, специализирующаяся на разработке программного обеспечения. Помимо скорости, Yolov8 демонстрирует хорошую точность. На сегодняшний день существует несколько видов моделей по уровню сложности: YOLOv8n, YOLOv8s, YOLOv8m, YOLOv8l, YOLOv8x.

Алгоритм Yolov8 построен на основе архитектуры сверточных искусственных нейронных сетей, используя при этом метод обучения с учителем. Алгоритмы распознавания объектов Yolo рассматривают поставленную задачу как регрессионную задачу в области обработки кадров. В отличие от других методов, которые выполняют обнаружение объектов в два этапа (сначала сегментация изображения на блоки, а затем обнаружение объектов внутри этих блоков), Yolo осуществляет одноуровневую процедуру, непосредственно оценивая координаты и вероятность объектов.

### **Построение модели транспортной системы со светофорным регулированием**

В качестве моделируемого перекрестка в работе рассмотрено пересечение улиц Мира и Муравьева в г. Иркутск-2. Выбор обусловлен тем, что доступ к камере на данном перекрестке разрешен в онлайн режиме.

### **Алгоритм анализа видеопотока. Подготовка данных**

Для построения модели транспортной системы требуется решить ос-

новную задачу по сбору первичных данных об исходной системе. Для этого в работе применяется модель машинного зрения из семейства YOLOv8.

*Первый этап (первичная обработка исходного изображения):* входным потоком является видеопоток с уличной видеокамеры, захватывающей 4 направления движения на перекрестке. Для работы с видеопотоком используется библиотека OpenCV. Видеопоток нормализуется, область обработки уменьшается путем добавления маски на изображение, размер обрабатываемого изображения уменьшается.

*Второй этап (обучение модели):* в качестве входного набора данных для дополнительного обучения нейронной сети YOLOv8m использован набор изображений из открытого источника данных <https://app.roboflow.com>. Обучение нейронной сети проведено с использованием Colab.research, имеющей достаточные вычислительные мощности для этого. Модель обучена на обучающей выборке и протестирована. Полученная модель протестирована на тестовом наборе данных из 247 тестовых изображений. Значение mAP больше 0.5 (среднего значения для этой модели), равно — 0,823.

*Третий этап (применение модели для сбора данных и анализа):* Дообученная модель используется для предварительного анализа перекрестка (сбора статистики). На входное изображение наносится разметка перекрестка, а далее каждый обнаруженный объект с помощью нейронной сети YOLOv8, удовлетворяющий условию, центр которого пересек одно из направлений движения, будет учитываться для анализа движения АТС в рамках системы на перекрестке. Каждый объект учитывается только 1 раз в тот момент, когда он выезжает на перекресток. Таким образом осуществляется подсчет интенсивности прибывания АТС на каждое рассматриваемых направлений. Подсчет объектов происходит в реальном времени и записывается в файл.

### **Первичный анализ данных исследуемого перекрестка в рамках транспортной системы**

В рамках первичного анализа было проведено исследование основных характеристик перекрестка, которые могут быть использованы для оценки текущей ситуации и пропускной способности. Для первичного анализа перекрестка использовались собранные данные с помощью модели машинного зрения. Измерения проводились в рамках нескольких дней, в различные ча-



сы. Данные были предварительно обработаны с использованием библиотеки Pandas.

В рамках первичного анализа было выявлено, что наибольший поток АТС поступает на перекресток по улице Мира (направление движения 4), от объема всего потока — это 40%. Время зеленой фазы светофора по улице Мира равно 50 секундам, по улице Муравьева — 45. Таким образом коэффициент  $k$  (для решения задачи о светофоре из модели LWR) для улицы Мира:  $k = \frac{T_g}{T_r} = \frac{50}{45} \approx 1,1$ , а для улицы Муравьева:  $k = \frac{T_g}{T_r} = \frac{45}{50} = 0,9$ .

Согласно данным сервиса «Яндекс карты», на выбранном участке моделирования данных светофор является ключевым, на близлежащих улицах светофоры отсутствуют.

В рамках анализа была изучена структура типов АТС в общем объеме и для каждого направления соответственно. Наибольший объем АТС — это тип легковых машин, далее автобусы и грузовики (что объясняется транзитным движением в город), после мотоциклы. При анализе каждого из направлений в частности, было выявлено, что по каждому из направлений движения наибольшее число АТС — это тип легковых автомобилей. Наибольшее число АТС (без учета легковых автомобилей) поступает на перекресток со стороны движения 4, по улице Мира. При этом для данного направления характерно наличие большого числа автобусов (общественный транспорт) и грузовиков (транзитный трафик), которым требуется большее время для проезда перекрестка.

В рамках анализа также были рассчитаны основные показатели для выбранного перекрестка (максимально возможный поток, среднее значение плотности АТС, среднее время проезда АТС через перекресток по типам АТС и ряд других). Полученные данные будут использованы для формализации работы перекрестка в среде SUMO в дальнейшем в работе.

### **Построение модели транспортной системы в SUMO. Тестирование и анализ результатов**

Для проведения моделирования рассматриваемой транспортной системы используется применимое в данной области ПО — SUMO (Simulation of Urban MObility) в связке с модулем TraCI. Имитация дорожного движения с помощью SUMO подразумевает три этапа: подготовка транспортной сети и

определение параметров моделирования; моделирование; анализ полученных результатов.

Первый этап имитации дорожного движения включает в себя создание входных конфигурационных файлов моделируемой системы. Для их создания используются данные, полученные в результате анализа собранных данных на перекрестке (интенсивность появления АТС, наиболее приоритетные маршруты, типы поступающих АТС, средняя скорость движения и проезда АТС через перекресток и ряд других параметров).

После того, как подготовительный этап завершен, происходит переход ко второму этапу — моделированию. Здесь определяется время моделирования и производится запуск модели определенное количество раз с разными параметрами.

Последний этап — анализ результатов. В рамках анализа выходных результатов проводится построение диаграмм транспортного потока для рассматриваемой системы и последующий анализ. Данные для анализа эффективности моделей берутся из выходного файла модели.

Исходя из полученных результатов построенных диаграмм обнаружено, что текущая пропускная способность перекрестка требует изменений в пиковые часы нагрузки. С учетом полученных результатов была проведена корректировка значения коэффициента  $k$ . В результате было найдено альтернативное текущему значению  $k$  и проведено повторное моделирование. Полученный коэффициент  $k$  для решения задачи о светофоре для улицы Мира равен:  $k = \frac{T_g}{T_r} = \frac{57}{43} \approx 1,33$ , а для улицы Муравьева:  $k = \frac{T_g}{T_r} = \frac{40}{57} = 0,75$ .

После проведения моделирования выполнен анализ показателей модели до и после изменения коэффициента  $k$  в пиковые нагрузки. В качестве рассматриваемых параметров эффективности движения АТС на перекрестке выбраны средняя скорость движения и показатель задержки АТС. Из результатов видно, что после оптимизации параметра  $k$  показатель средней скорости движения вырос, средняя скорость АТС находится в пределах от 40 до 55 км/ч в среднем. А время задержки при увеличении трафика не увеличивалось достаточно долгое время. При этом рост данного показателя для первой модели (до изменения параметра  $k$ ) практически экспоненциальный. Полученные результаты могут свидетельствовать об улучшении качества до-

рожной ситуации, а модель в целом может быть дальше использована для анализа. Дополнительно в рамках анализа полученных результатов на данном этапе рассматриваются результаты построения фундаментальных диаграмм транспортного потока.

Таким образом, на основе проведенного в рамках данной работы анализа и полученных результатов для рассматриваемого перекрестка в г. Иркутск-2 можно предложить внедрение адаптивного светофорного регулирования с целью улучшения пропускной способности на перекрестке в пиковые нагрузки. Для данного перекрестка может быть внедрен локальный адаптивный алгоритма светофора с вызывной фазой.

### **Заключение**

Транспортная система любого крупного города сегодня — это многогранная, сложная для моделирования система. В рамках данной работы были рассмотрены основные аспекты существующей методологии моделирования, методы адаптивного управления.

Результатом выполненной данной работы является достижение поставленной цели по построению модели городской транспортной системы в контексте некоторого перекрестка и нескольких прилегающих к нему улиц на примере г. Иркутска. Моделирование выполнено в среде SUMO.

Для достижения поставленной цели в рамках работы выполнены задачи: изучена специфика математического моделирования транспортных систем, основных моделей и потоков в них, а фундаментальные предположения модели LWR взяты за основу моделирования. В рамках работы проведен анализ сферы и текущих тенденций в моделировании систем и потоков в них; решена поставленная задача по сбору данных и дальнейшему анализу, посредством применения технологий машинного зрения с применением нейронной сети YOLOv8 и языка программирования Python.

Работа прошла апробацию на различных конференциях, в частности: ежегодной студенческой конференции «Актуальные проблемы математики и механики» (СГУ, механико-математический факультет, апрель 2024 года, секция «Анализ данных»); XII Международной научно-практической конференции «Математическое и компьютерное моделирование в экономике, страховании и управлении рисками» (ноябрь 2023 года).