

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Динамика ансамблей возбудимых осцилляторов
ФитцХью-Нагумо с различной топологией связей и
шумовым воздействием**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 4032 группы
направления 03.03.03 Радиофизика
Института физики
Новичковой Валентины Алексеевны

Научный руководитель
зав. кафедрой, д.ф.-м.н., доцент

_____ Г.И. Стрелкова

Заведующий кафедрой
д.ф.-м.н., доцент

_____ Г.И. Стрелкова

Саратов 2024 г.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из актуальных и наиболее быстро развивающихся направлений в нелинейной динамике является исследование поведения многокомпонентных систем, таких как ансамбли и многослойные сети активных нелинейных элементов. Это связано с распространением таких систем в реальном мире, их многообразием и сложностью поведения, изучение которого продолжает порождать новые задачи и теории. Ярким примером сложной многокомпонентной системы взаимодействующих активных осцилляторов служат ансамбли живых нейронов, образующих нервную систему живых организмов.

На сегодняшний день существует множество моделей нейронной активности. Осцилляторные модели нейронных ансамблей способны воспроизводить сложные нелинейные процессы нейронной активности, которые происходят в реальных нервных волокнах и играют в них важную роль [1-4]. Сопоставление поведения нейроморфных моделей и реальных систем является актуальной, но пока еще далекой от завершения задачей нейродинамики. Динамика ансамблей осцилляторных нейронов, также как и любых других активных элементов, определяется не только динамическим режимом осцилляторов, но также топологией и характером связей. Например, связь близкая к локальной и периодические граничные условия могут привести к появлению волновых структур [5-8], нелокальная связь – к стационарным кластерным структурам, в том числе химерам [9-12], связи типа «безмасштабная сеть» и «малый мир» приводят к частичной и полной синхронизации [13-16]. Характерной для реальных нейронных систем топологией является связь нейронов или отдельных субансамблей через общий элемент (хаб) [17-19]. Важным фактором коллективной динамики является и характер связей. Особый тип связи представляет собой отталкивающее взаимодействие, когда коэффициент связи отрицателен. В возбудимых

системах, какими, по преимуществу, являются нейроны, эта связь может индуцировать спайковую активность.

При исследовании нейронных систем важно также учитывать влияние источников шума. Вызывают интерес исследования поведения осцилляторных нейронов и ансамблей под действием не гауссовых источников шума, таких, как аномальный шум Леви [20-23]. Влияние источников шума с различными статистическими характеристиками в целом еще мало изучено и представляет широкое поле деятельности для дальнейших исследований.

В настоящей работе рассмотрены достаточно простые модели нейронных ансамблей, узлами которых являются возбудимые осцилляторы ФитцХью–Нагумо. Данная система изначально была получена как результат обобщения уравнения ван дер Поля и модели, предложенной немецким химиком Карлом-Фридрихом Бонхёффером, и рассматривается как упрощённая модель Ходжкина-Хаксли. Небольшое число узлов в исследуемых моделях позволяет более детально исследовать динамику ансамблей при вариации различных параметров системы и построить карты режимов на плоскости выбранных параметров. Исследования динамики ансамбля осцилляторов ФитцХью-Нагумо с различной топологией связей, а также при наличии внешнего шумового возмущения позволяет лучше понять динамику реальных нейронных сетей, а следовательно, в перспективе научиться лучше ими управлять и/или предсказывать их поведения при различных изменениях внешней среды или болезнях, поражающих нервную систему.

Целью данной выпускной квалификационной работы является исследование динамики ансамблей связанных через быстрые переменные осцилляторов ФитцХью-Нагумо в отсутствии и присутствии внешнего шумового воздействия на медленные переменные. Для достижения этой цели были поставлены следующие задачи:

1. Исследовать малый ансамбль осцилляторов ФитцХью-Нагумо с топологией звезда, в котором можно выделить внешний контур и центральный элемент – хаб;

2. Выявить изменения в динамике ансамбля с топологией звезда при введении аддитивного белого гауссовского шума в хаб;

3. Исследовать динамику большей системы локально связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо в отсутствии и присутствии шума. Построить и сравнить карты режимов;

4. Исследовать влияния случайных удаленных связей с разной вероятностью появления на динамику ансамбля осцилляторов ФитцХью-Нагумо.

Выпускная квалификационная работа организована следующим образом. Раздел 1 посвящен исследованию динамики ансамбля осцилляторов ФитцХью-Нагумо с топологией звезда без шумового возмущения центрального элемента (хаба) и с шумовым возмущением. Раздел 2 также посвящён изучению динамики системы связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо, но уже с точки зрения локальной связи с шумом и без шума, а так же со случайной глобальной связью.

Для проведения всех исследований были написаны программы на языке программирования C, а также использована программа для построения графиков Gnuplot. Анализ системы проводится с помощью автоматического вычисления частот всех элементов, построения пространственно-временных диаграмм, мгновенных профилей, фазовых траекторий элементов.

Основная часть

В данном разделе исследуется одиночный ансамбль, состоящий из пяти осцилляторов ФитцХью–Нагумо [24,25]. Такая сеть описывается следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}\varepsilon \dot{u}_i &= u_i - \frac{u_i^3}{3} - v_i + \sum_j B_{ij}(u_j - u_i), \\ \dot{v}_i &= u_i + a + D\eta_i(t),\end{aligned}\tag{1}$$

где u_i и v_i – переменные, задающие динамику во времени активатора (быстрой переменной) и ингибитора (медленной переменной), соответственно, $i=1,2,\dots,5$ – номер элемента в кольце. Начальные значения для всех нейронов выбираются случайным образом из области значений, удовлетворяющей условию: $u^2 + v^2 < 2^2$. Малый параметр ε , отвечающий за разделение временных масштабов быстрой и медленной переменных. Параметр a определяет динамику режима: при $|a| < 1$ осциллятор ФитцХью–Нагумо находится в колебательном режиме, а при $|a| > 1$ – в возбужденном. B_{ij} – матрица связи между элементами, которая задает силу связи между каждой парой элементов. На рисунке 1 приведена матрица и схема связей. Отметим, что все связи являются симметричными и в уравнении (1) отсутствует нормировка на количество связей, что приводит к тому, что на хаб всегда приходит больше энергии, чем на элементы во внешнем контуре. Предполагается, что связь может быть как притягивающей (диссипативной), так и отталкивающей. В первом случае коэффициент связи принимает положительные значения, во втором – отрицательные. Во вторые уравнения осцилляторов добавлены независимые источники белого стандартного нормального шума со среднеквадратичным отклонением равным 1 и средним 0. Параметр D отвечает за ширину гауссовского распределения, а следовательно и за интенсивность шума.

В связи с тем, что исследуется малый ансамбль связанных элементов, говорить о какой-то пространственной динамике и выделять кластеры с различной динамикой в нем затруднительно. Поэтому мы решили уделить

внимание преимущественно временной динамике и в первую очередь исследовать ее, а потом для некоторых значений управляющих параметров рассматривать динамику элементов ансамбля по отдельности. Для анализа изменений в динамике ансамбля при вариации управляющих параметров в первую очередь использовалась средняя частота зажигания, которая рассчитывалась либо для отдельных элементов, либо для всех и представляла собой среднюю по времени и ансамблю частоту зажигания. При этом строятся распределения средней частоты колебаний на плоскости параметров силы связи во внешнем контуре и силы связи с хабом (которые могут принимать как положительные, так и отрицательные значения). Для избранных значений параметров, когда например системы (внешний контур и хаб) колеблются синхронно строились: 1. пространственно-временные диаграммы, которые показывают изменения амплитуд каждого элемента во времени. 2. мгновенный профиль (мгновенное значение амплитуд всех элементов); 3. набор фазовых траекторий всех элементов на плоскости динамических переменных (x,y); 4. распределение средних фазовых скоростей, которые определяются следующим образом:

$$w_i = 2\pi M_i / \Delta T, (2)$$

где M_i это количество полных оборотов около начала координат i -м осциллятором ФитцХью–Нагумо за интервал времени ΔT . [27]

Также обратим внимание, что в ранее проведенном исследовании [28] было показано, что в ансамбле из пяти локально связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо, находящихся в возбужденном режиме, возможно возбуждение колебаний только при отрицательной силе связи между элементами. Поэтому в ходе данного исследования мы изучаем, как дополнительная связь с хабом может изменить область зажигания системы на плоскости управляющих параметров.

Перейдем к исследованию динамики кольца локально связанных осцилляторов ФитцХью-Нашумо со средним элементом (хабом) без шумового воздействия на хаб. На рис. 1 приведены распределение частот внешнего контура и хаба, а также разность этих частот для того, чтобы проанализировать наличие частотной синхронизации между элементами.

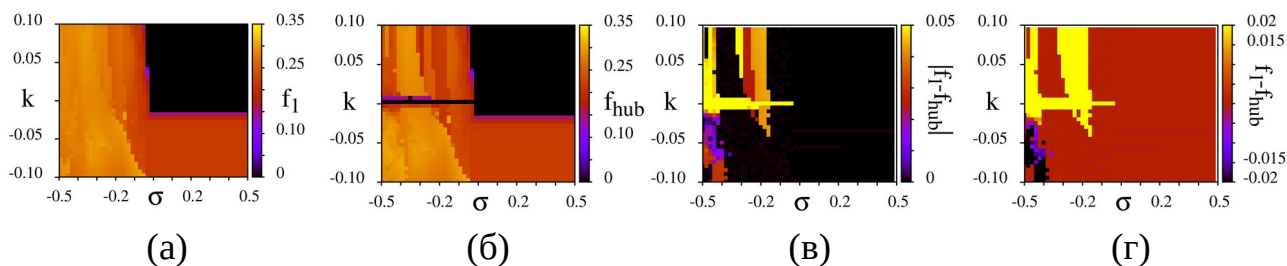


Рисунок 1. Распределение средних частот колебаний в кольце нелокально связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо с хабом в центре в отсутствии шумового воздействия на хаб. (а) Средняя частота колебаний элементов внешнего контура, (б) средняя частота колебаний хаба, (в) абсолютная разность средних частот внешнего контура и хаба, (г) полное значение разности средних частот внешнего контура и хаба. Другие параметры: $\varepsilon=0.01$

На рис.1 представлено распределение средней частоты внешнего контура (рис.1(а)), хаба (рис.1(б)), где видно, что в области положительных параметров никаких колебаний не происходит. Также распределение разности частот контура и хаба абсолютное значение (рис.1(в)), полное значение (рис.1(г)). При положительном параметре k существует некоторый язык синхронизации, где частота внешнего контура и хаба совпадают. Также при отрицательном k существует область синхронизации, которая значительно больше.

Также системы были проанализированы под воздействием шума разной интенсивности. Исследование не показали принципиальных отличий динамики системы в отсутствии и присутствии шумового воздействия на хаб. В первую очередь наблюдалось зашумление системы и рассинхронизация внешнего контура и хаба.

В дополнении была также исследована динамика кольца с хабом связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо при других значениях интенсивности генератора шума, которой введением в хаб. Сравнивая рисунки можно увидеть, что при увеличении шумового воздействия даже при положительном параметре силы связи могут возникать небольшие, но сильно зашумлённые колебания. Также заметно, что внешний контур и хаб всё меньше синхронизированы.

Следующая часть работы посвящена исследованию динамики ансамбля связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо с другой топологией связей. В данном разделе исследуется ансамбль, состоящий из 50 осцилляторов между которыми всегда присутствует локальная связь и может быть случайно добавлена удаленная связь с той же силой связи. Далее в разделе приведены результаты исследования системы только с локальной связью в отсутствии и присутствии внешнего шумового возмущения и результаты исследования динамики системы с дополнительными случайными глобальными связями.

В кольце локально связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо возможно установление различных режимов. Параметры, при которых они наблюдаются в системе, отображены на карте режимов на рисунке 2. Исследуя систему под воздействием белого гауссовского шума мы можем видеть, что частично она повторяет карту режимов для системы без шума. Однако добавляется три новых режима: гладкие волны, некогерентность, одиночные выбросы (одиночные спайки).



Рисунок 2. Карта динамических режимов кольца локально связанных осцилляторов ФитцХью-нагумо без шума (а) и в присутствии шума (б) с интенсивностью $D=0.005$.

Далее изучается динамика ансамбля осцилляторов ФитцХью-Нагумо с локальной и случайно глобальной связями

В программе жёстко задаётся только локальная связь, наличие дополнительных связей задаётся с помощью генератора случайных чисел (значения gap от 0 до 1). Например, если мы хотим исследовать систему с 30% удалённых связей, то при значениях на генераторе шума меньше 0.7 сила удаленной связи принимает нулевой, иначе принимает значение локальной силы связи. И для каждого нового значения исследуемых параметров задаётся новая случайная глобальная связь, таким образом топология связей не фиксируется для всей области исследования параметров.

Исследования показали, что введение небольшого количества удалённых связей (~10%) приводит к разрушению наблюдаемых режимов и в системе остаются только некогерентный и кластерный режимы (бегущая и стоячая волны).

В выпускной квалификационной работе мы приводим карты режимов и сами режимы только для двух значений вероятности удаленной связи 30% (рис.3(а)) и 80% (рис.3(б)). При небольшом значении вероятности существования удаленной связи мы уже можем наблюдать некоторую границу по значению силы связи, которая разделяет область некогерентности и режимы сосуществования бегущих и стоячих волн.

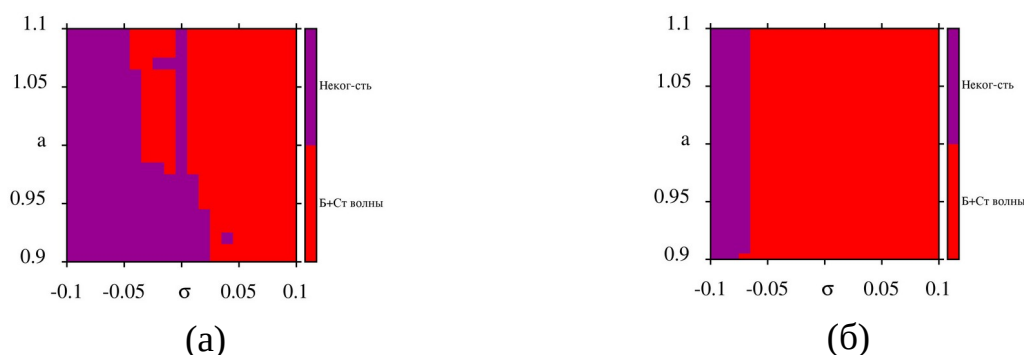


Рисунок 3. Карта режимов кольца локально связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо при введении в систему случайной глобальной связи, равной 30% (а) и 80% (б)

При большей вероятности существования удаленной связи прослеживается более чёткая граница по силе связи между двумя режимами (некогерентность (фиолетовая область) и кластерная структура (красная область)). Как и ранее кластерная структура представляет собой сосуществование кластеров с бегущей и стоячей волнами. При всех исследуемых значениях вероятности существования удаленной связи размер кластеров увеличивается, с увеличением силы связи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В связи с тем, что выпускная квалификационная работа направлена на исследование динамики ансамблей связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо с различной топологией связи и под внешним шумовым воздействием (шум Леви), был проведен анализ литературы по теме «Влияние топологии связей и шума на динамику нейронных ансамблей». Данный анализ показал актуальность проводимых нами исследований, так как существует еще много нерешенных вопросов о влиянии различных составляющих реальных систем на их динамику и возможность управления ей.

Далее мы перешли к первым стадиям анализа динамики ансамблей осцилляторов ФитцХью-Нагумо, описанный формулой (1), в компьютерном эксперименте сперва без внешнего шумового воздействия на центральный элемент. Исследования показали, что динамика кольца связанных осцилляторов характеризуется в первую очередь силой связи во внешнем контуре. Если сила связи отрицательна, колебания возникают, но в положительной области отсутствуют. Далее было проведено исследование динамики системы при шумовом воздействии на центральный элемент. В таком случае наблюдался рост области существования колебаний с увеличением интенсивности шума. Показана возможность синхронизации внешнего контура и хаба по частоте колебаний как в отсутствии, так и присутствии шума. Хотя во втором случае область синхронизации уменьшается. Более того, отмечено, что в системе может наблюдаться только частотная синхронизация с хабом. Амплитудная и фазовая синхронизация были найдены только между элементами внешнего контура.

Во второй части выпускной квалификационной работы исследуется динамика ансамбля пятидесяти осцилляторов ФитцХью-Нагумо со случайной глобальной связью под воздействием шума. Как и в первом разделе для всех выбранных значений шума и вероятности удаленной связи были построены

карты режимов. Выявлено, что шум влияет на систему определённым образом. Область существования режимов немного сдвинулась, некоторые режимы перестали существовать или начали наблюдаться только в малой области изменения параметров. Отметим, что несмотря на, в общем, деструктивную роль шума в системе возникли новые режимы. Также была исследована динамика ансамбля осцилляторов ФитцХью-Нагумо с локальной и случайной глобальной связями для связи 30% и 80%, где существуют всего два режима, и с увеличением силы связи новых режимов не наблюдается.