

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Синхронизация генераторов, взаимодействующих через линейный
осциллятор**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 4061 группы
направления 11.03.02 Радиофизика
Института физики
Ревина Максима Дмитриевича

Научный руководитель
профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ В.В. Астахов

Зав. кафедрой радиофизики
и нелинейной динамики,
д.ф.-м.н., доцент _____ Г.И. Стрелкова

Саратов 2024 г.

Введение

Синхронизация — фундаментальное нелинейное явление, имеющее универсальный характер, наблюдаемое в системах различной природы и во многих технических устройствах.

По определению Блехмана И.И., которое имеет наиболее общий характер, «синхронизация — свойство материальных объектов самой различной природы вырабатывать единый ритм совместного движения, несмотря на различие индивидуальных ритмов и на подчас весьма слабые взаимные связи».

Явление взаимной синхронизации было открыто Гюйгенсом во второй половине семнадцатого века и исключительно точно описано применительно к маятниковым часам, подвешенным на легкой балке. А в 19 столетии Рэлей в своей книге «Теория звука» описал явление синхронизации в акустических системах — в органных трубах. Кроме того, здесь же им было открыто и описано явление гашения автоколебаний, называемое в современной литературе амплитудной и колебательной смертью, изучение которых относится к важным, актуальным направлениям современной нелинейной динамики. В дальнейшем развитии теории синхронизации большую роль сыграли радиофизические системы. Работы, выполненные Ван дер Полем. А.А. Андроновым и А.А. Виттом в 20-30-ые годы двадцатого столетия, стали определяющими для современной теории синхронизации регулярных автоколебаний. В последние десятилетия активно исследуются явления синхронизации хаоса, кластерная синхронизация в распределенных системах, химерные состояния в ансамблях связанных осцилляторов.

В настоящее время большой интерес вызывают взаимодействующие системы со сложными типами связи. Исследуют явления синхронизации в ансамблях фазовых осцилляторов с частотно-зависимой связью, в ансамблях осцилляторов с мигающими связями, рассматривают синхронизацию в автоколебательных системах, взаимодействующих на расстоянии через пассивную среду.

Целью данной выпускной квалификационной работы является исследование взаимной синхронизации и гашения автоколебаний в двух генераторах Ван дер Поля, взаимодействующих диссипативно через линейный колебательный контур.

1. Изучение теории вынужденной синхронизации осциллятора Ван дер Поля при гармоническом воздействии.

2. Изучение взаимной синхронизации и гашение автоколебаний в двух диссипативно связанных генераторах Ван дер Поля.

3. Освоение специального пакета программ ХРРАУТО.

4. Анализ синхронизации в цепи двух генераторов Ван дер Поля, связанных через колебательный контур, при различных параметрах системы.

Выявленные результаты изменения структуры плоскости управляющих параметров, эффект гашения автоколебаний в генераторах, взаимодействующих через линейный осциллятор являются новыми.

Основное содержание работы

В первом разделе этой работы рассмотрено явление синхронизации автоколебаний под действием внешнего гармонического осциллятора.

Для генератора Ван дер Поля под действием внешнего гармонического осциллятора.

$$\ddot{x} - (\varepsilon - x^2)\dot{x} + x = b \sin \omega t$$

Выведены укороченные уравнения для амплитуды и фазы для данной системы.

$$\dot{\rho} = \frac{\varepsilon}{2}\rho - \frac{1}{8}\rho^3 - \beta \cos \varphi$$

$$\dot{\varphi} = -\Delta + \frac{\beta}{\rho} \sin \varphi$$

, где $\Delta = \frac{(\omega^2 - 1)}{(2\omega)}$ характеризует расстройку между частотой внешнего воздействия

и собственной частотой генератора, а $\beta = \frac{b}{(2\omega)}$ - интенсивность внешнего воздействия.

Рассмотрена суперкритическая бифуркация Андронова-Хопфа для генератора Ван дер Поля. Изменяя управляющий параметр осциллятора Ван дер Поля ε и отслеживая при этом изменения амплитуды колебаний, можно как увидеть некоторые типы особых точек, так и хорошо отследить момент бифуркации Рис. 1. Также нужно отметить, что слева от нуля в окрестности точки $\varepsilon = 0$ амплитуда колебаний тоже равна нулю, что соответствует затуханию колебаний, а справа от нуля в окрестности точки $\varepsilon = 0$ амплитуда колебаний увеличивается, что соответствует предельному циклу, однако в самой точке бифуркации при условии ненулевых начальных координат фазовый портрет представляет собой ассимптотически стремящуюся к нулю спираль.

В качестве примера для дальнейшей работы исследована синхронизация в наиболее простом варианте связи - в генераторе Ван дер Поля при внешнем

периодическом воздействии Рис. 2.

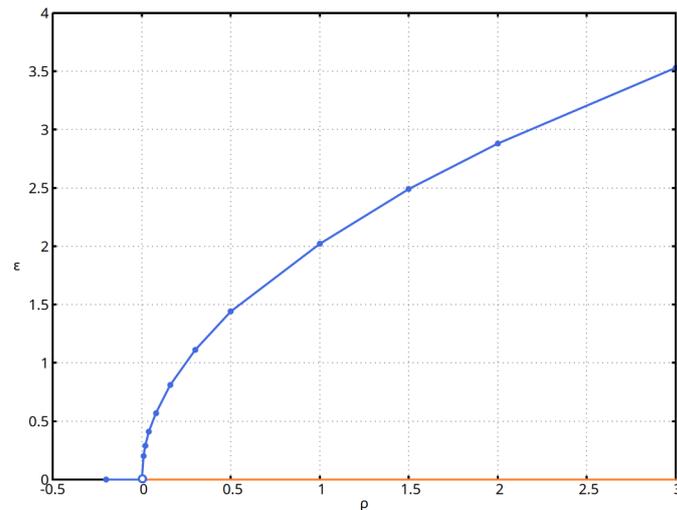


Рис.1 Диаграмма суперкритической бифуркации вила на плоскости параметров (ρ — ϵ).

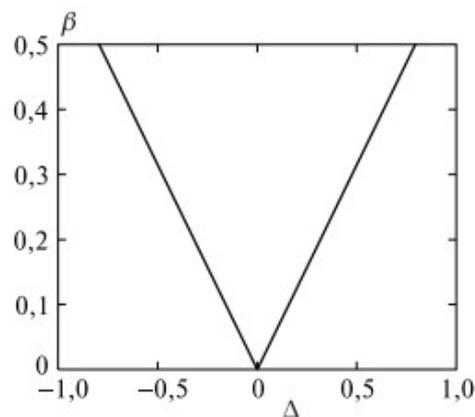


Рис. 2 Область синхронизации на плоскости управляющих параметров (Δ — β) при $\epsilon = 0,1$.

Для взаимной синхронизации в системе уравнений Ван дер Поля, с диссипативной связью приведены к виду системы дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\dot{x}_1 = y_1$$

$$\dot{y}_1 = (\epsilon_1 - x_1^2)y_1 - \omega_1^2 x_1 + \gamma(y_2 - y_1)$$

$$\dot{x}_2 = y_2$$

$$\dot{y}_2 = (\epsilon_2 - x_2^2)y_2 - \omega_2^2 x_2 + \gamma(y_1 - y_2)$$

При помощи экспериментально полученных фазовых портретов Рис. 3. при разных параметрах по линиям бифуркаций рассмотрены, описаны и

построены области синхронизации и гашения автоколебаний диссипативно связанных идентичных генераторов Ван дер Поля Рис. 4.

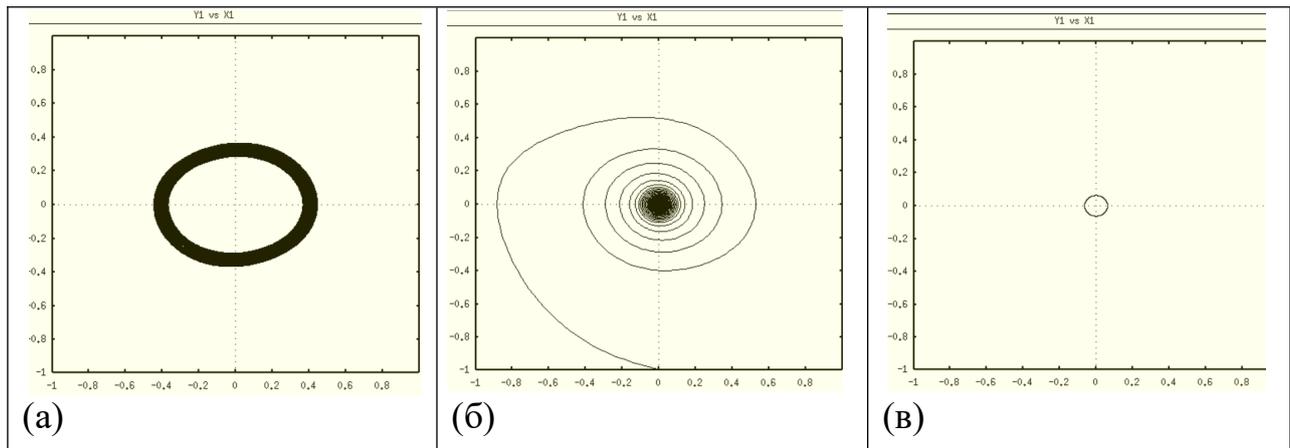


Рис. 3 а) Q тор, соответствует квазипериодическим колебаниям, существует при маленьких значениях коэффициента связи справа и слева от клюва синхронизации, б) C предельный цикл, соответствует области синхронизации колебаний, в) AD режим гашения колебаний, он же режим амплитудной смерти, чаще всего фокус, существует только при больших коэффициентах связи

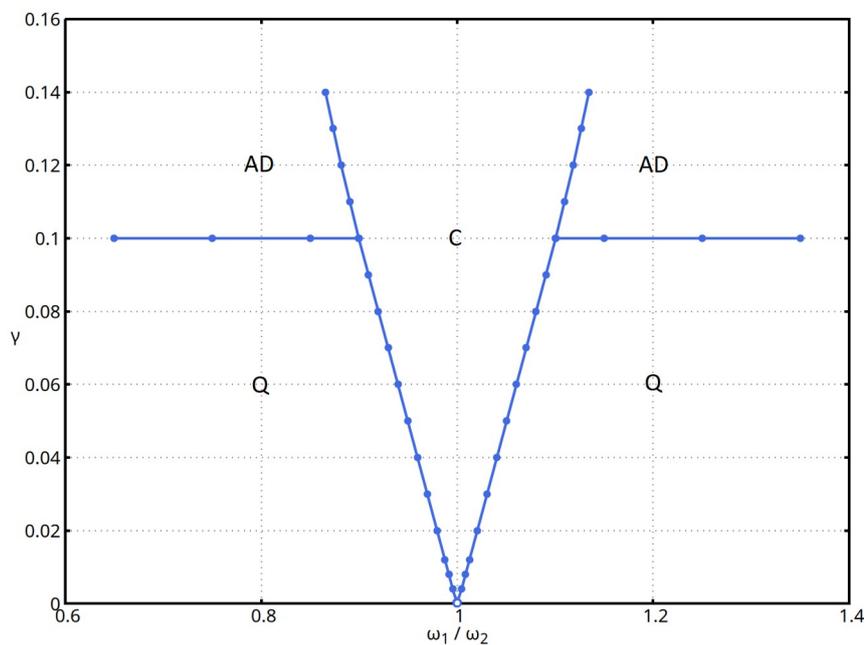


Рис. 4 Области разных режимов поведения для системы с диссипативной связью двух генераторов Ван дер Поля при управляющих параметрах каждого осциллятора $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,1$ на плоскости параметров (γ — ρ).

Построены устойчивые режимы, соответствующие области синхронизации и показана синфазность колебаний Рис. 5(а, б)

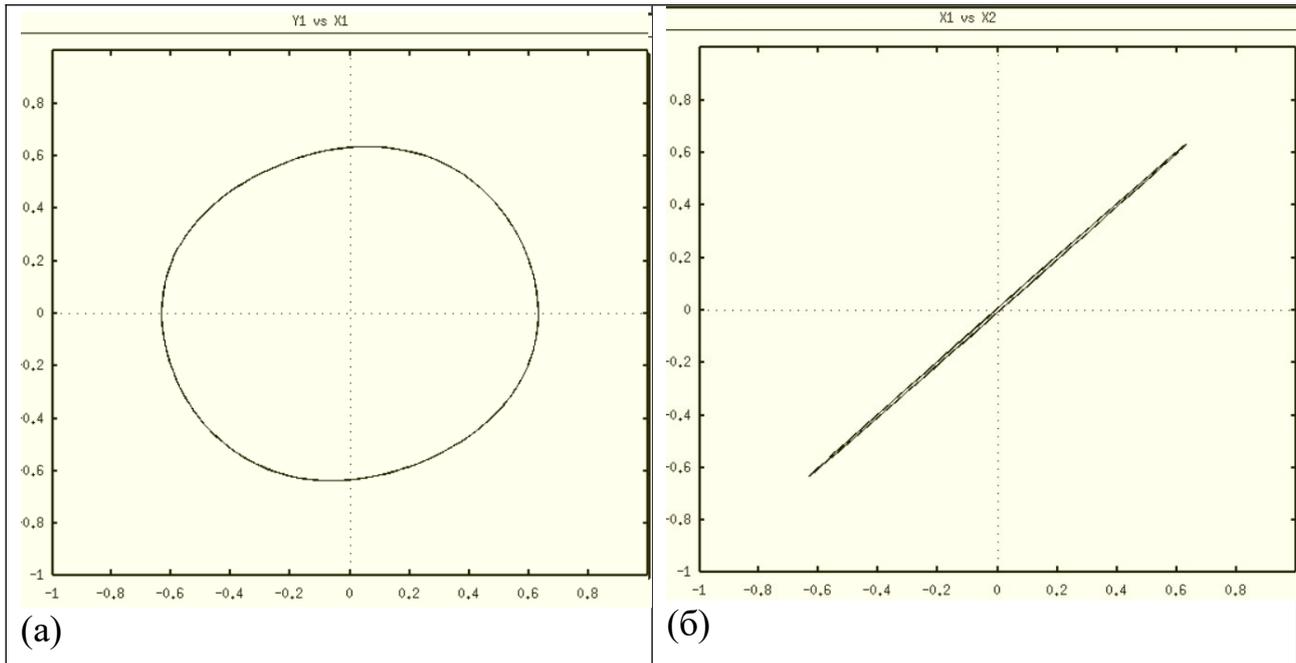


Рис. 5 Проекция фазового портрета на плоскость $y_1 - x_1$ (а) и на плоскость $x_2 - x_1$ (б) при значениях параметров $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,1$, $\gamma = 0,03$, $\rho = 1,001$. В фазовом пространстве существует устойчивый предельный цикл S_p . Колебания S_p синфазные, так как линия расположена в первой и третьей четвертях плоскости параметров.

Рассмотрена область синхронизации диссипативно связанных неидентичных генераторов Ван дер Поля. В таком случае между областями D и C Рис. 6 существует «канал», соответствующий режиму предельных циклов.

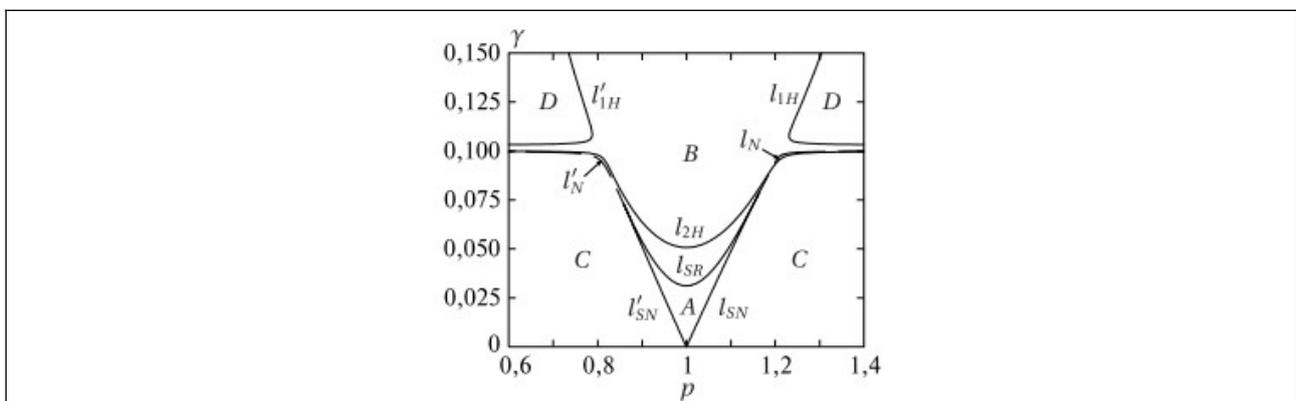


Рис. 6 Линии бифуркационных значений основной области синхронизации на плоскости управляющих параметров ($\gamma - \rho$) $\varepsilon_1 = 1,03$, $\varepsilon_2 = 0,1$.

Исследование системы двух осцилляторов Ван дер Поля, связанных между собой колебательным контуром проведено на основе предыдущих хорошо изученных систем. Уравнения преобразованы в систему дифференциальных уравнений первого порядка.

$$\dot{x}_1 = y_1$$

$$\dot{y}_1 = (\varepsilon - x_1^2)y_1 - \omega_1^2 x_1 + \gamma(y_2 - y_1)$$

$$\dot{x}_2 = y_2$$

$$\dot{y}_2 = -\alpha y_2 - \omega_2^2 x_2 + \gamma(y_1 - 2y_2 + y_3)$$

$$\dot{x}_3 = y_3$$

$$\dot{y}_3 = (\varepsilon - x_3^2)y_3 - \omega_3^2 x_3 + \gamma(y_2 - y_3)$$

Построена и изучена область синхронизации для системы двух осцилляторов Ван дер Поля, связанных между собой колебательным контуром при данном наборе параметров Рис. 7.

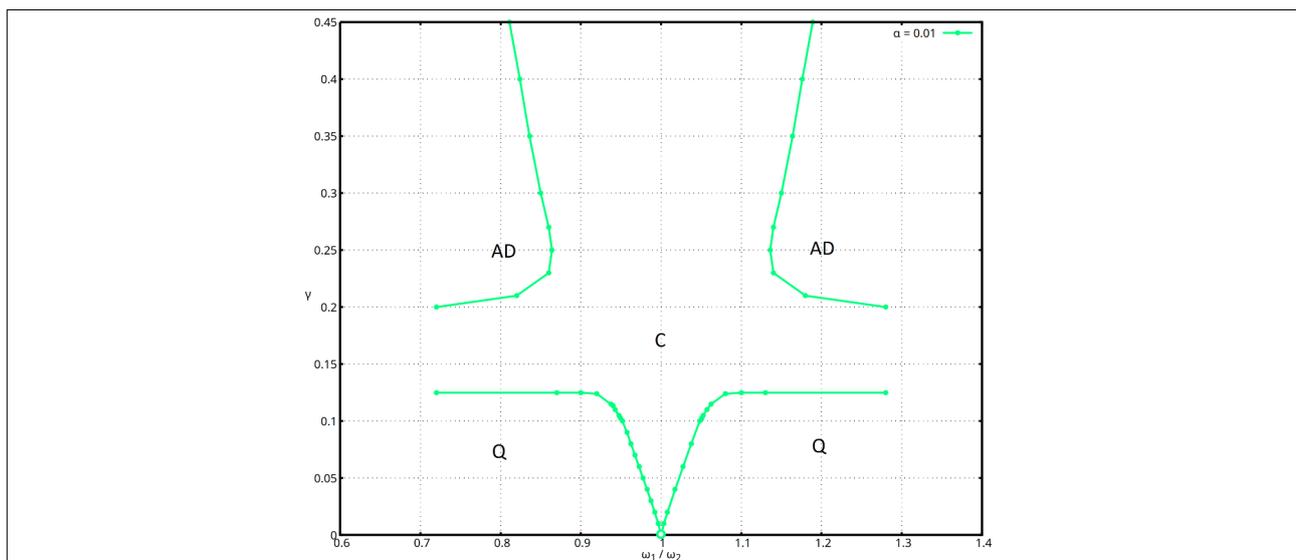


Рис. 7 Линии бифуркаций при параметрах $\alpha=0.01$, $\varepsilon=0.1$, $\omega_2 = 1$, $\omega_3 = 1$ на плоскости параметров (γ — ρ). Области AD соответствуют гашению колебаний, Q – квазипериодическим колебаниям, а C – область предельным циклам.

Построены описаны бифуркационные линии для области синхронизации в системе двух осцилляторов Ван дер Поля, связанных между собой колебательным контуром с разными собственными частотами Рис. 8, Рис. 9.

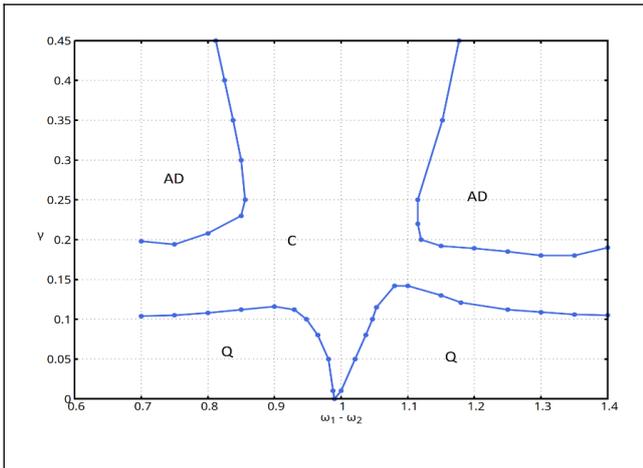


Рис. 8 Линии бифуркаций при параметрах $\alpha=0,01$, $\varepsilon=0,1$, $\omega_2 = 1$, $\omega_3 = 1,03$ на плоскости параметров (γ — ρ).

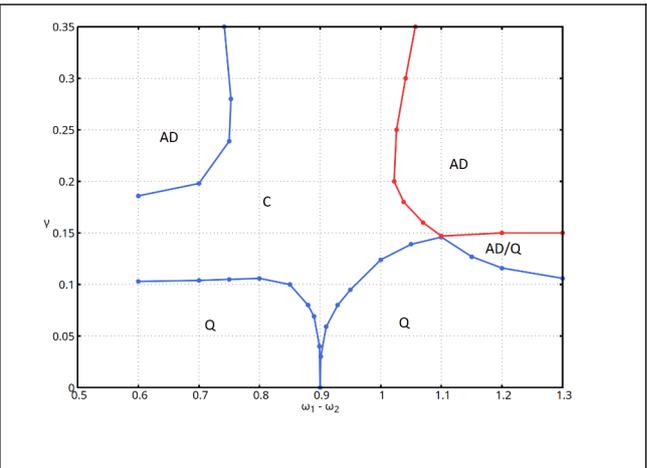


Рис. 9 Линии бифуркаций при параметрах $\alpha = 0,01$, $\varepsilon = 0,1$, $\omega_2 = 0,9$, $\omega_3 = 1$ на плоскости параметров (γ — ρ).

Построено множество бифуркационных диаграмм для генераторов Ван дер Поля, связанных колебательным контуром, и исследована зависимость их областей синхронизации от управляющего параметра колебательного контура
Рис. 10.

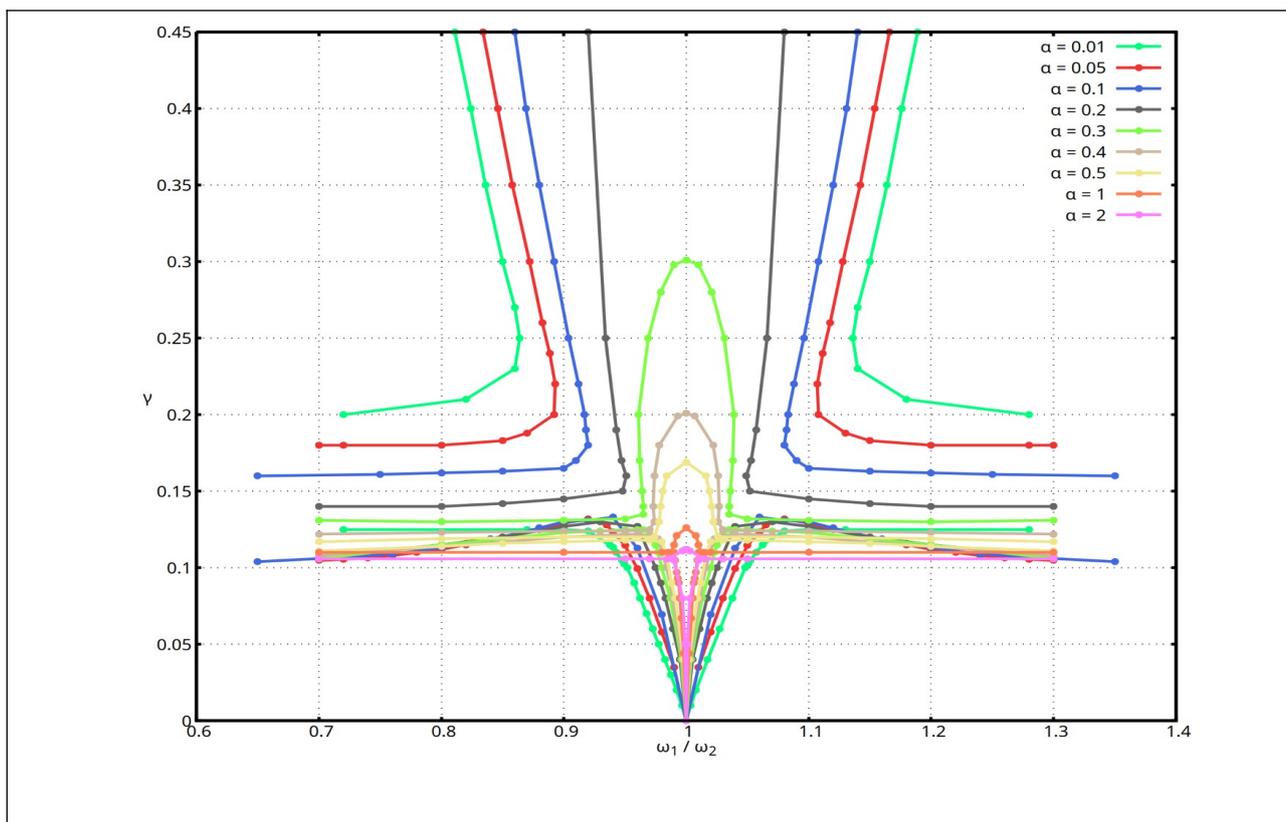


Рис. 10 Зависимость бифуркационных диаграмм от параметра α на плоскости параметров (γ — ρ).

На общем графике прослеживается тенденция сужения клюва и области предельных циклов на протяжении всего диапазона параметра α . Сужение канала синхронизации прослеживается от $\alpha = 0,01$ до $\alpha = 0,5$, поскольку при больших значениях связи две границы «канала» слипаются в одну линию между областями гашения и квазипериодики. Между значениями $\alpha = 0,2$ и $\alpha = 0,3$ прослеживается замыкание области синхронизации сверху и тем самым объединение левой и правой областей амплитудной смерти в одну.

Заключение

В заключение следует отметить, что проведено разностороннее исследование явлений внешней синхронизации и диссипативной связи генераторов Ван дер Поля. Методики и алгоритмы, изученные в процессе рассмотрения таких систем, в рамках этой работы, были применены для самостоятельного исследования синхронизации для генераторов Ван дер Поля связанных через линейный осциллятор в зависимости от параметров

генераторов и линейного осциллятора.

Также для самостоятельного исследования связи генераторов Ван дер Поля через линейный осциллятор и её зависимости от параметров генераторов и линейного осциллятора был освоен и использован специальный пакет программ ХРРАУТО.

Изменение параметров канала связи приводит к перестройкам структуры плоскости параметра. Границы областей гашения колебаний с увеличением параметра начинают сближаться по оси частотной расстройки и при переходе через некоторое значение параметра эти границы перекрываются, образуя одну область гашения колебаний.

В это время «канал» на границе, разделяющей область гашения колебаний и область квазипериодических колебаний, ограниченный линиями бифуркаций Андронова-Хопфа и Неймарка-Сакера, с увеличением параметра сужается до тех пор, пока не слипается в одну линию, объединяя эти бифуркации.