

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа и автоматического управления

**ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ КОЛЛ-ЦЕНТРА
С ПРИОРИТЕТНОЙ ДИСЦИПЛИНОЙ ОБСЛУЖИВАНИЯ
ВЫЗОВОВ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 481 группы
направления 27.03.03 — Системный анализ и управление
факультета компьютерных наук и информационных технологий
Назаренко Регины Сергеевны

Научный руководитель
доцент, к. ф.-м. н.

Е. С. Рогачко

Заведующий кафедрой
к. ф.-м. н., доцент

И. Е. Тананко

Саратов 2024

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. В настоящее время колл-центры стали неотъемлемой частью любой компании: благодаря своей широкой функциональности, колл-центры применяются в различных сферах бизнеса, начиная с торговых компаний и заканчивая справочно-информационными службами.

Для эффективной организации колл-центра и прогнозирования его загрузки используется теория массового обслуживания: математические модели массового обслуживания позволяют определить оптимальное количество телефонных операторов, необходимых для обслуживания клиентов с уровнем обслуживания, определённым организацией-заказчиком или руководством предприятия или организации.

Помимо теории массового обслуживания для анализа работы колл-центра используется аппарат исследования операций, позволяющий решить широкий круг задач по оптимизации [1]. Например, методы исследования операций применяются для прогнозирования вызовов, уровня загрузки, и даже для анализа степени неудовлетворённости клиентов, ожидающих обслуживания.

Дисциплины обслуживания в системах массового обслуживания являются важным инструментом для управления поступающих в систему требований и оптимизации процессов их обслуживания [2]. Внедрение приоритетов в системы массового обслуживания позволяет эффективно управлять очередями и обеспечивать приоритетное обслуживание определенных требований в зависимости от их важности или срочности.

Цель бакалаврской работы — исследование работы колл-центра с приоритетной дисциплиной обслуживания вызовов.

Поставленная цель определила **следующие задачи**:

1. Изучить структуру и принципы функционирования колл-центров;
2. Изучить и проанализировать существующие математические модели систем массового обслуживания с приоритетами, включая зависимость приоритетов от времени;
3. Разработать программу для исследования системы с приоритетами, зависящими от времени, а именно, для вычисления и анализа основных характеристик модели, таких как среднее время ожидания, среднее число требований в очереди, среднее число требований в системе для различных приоритетных классов;

4. Провести численные эксперименты с программой и использовать результаты моделирования для решения задач анализа и оптимизации работы колл-центра.

Методологические основы исследования колл-центров с приоритетной дисциплиной обслуживания вызовов представлены в работах R. Stolletz [3], Б. С. Гольдштейна, В. А. Фрейнкмана [4], L. Essafi [5], Л. Клейнрока [6,7], A. Netterman, I. Adiri [8], Н. К. М. Leung, J. С. Lui, D. К. Y. Yau [9].

Практическая значимость бакалаврской работы. В ходе выполнения выпускной квалификационной работы была разработана программа для моделирования колл-центра с приоритетной дисциплиной обслуживания вызовов. Программа позволяет находить основные характеристики колл-центра с заданными параметрами. Программа может использоваться для решения задач анализа и оптимизации внутренних процессов работы колл-центра.

Структура и объем работы. Бакалаврская работа состоит из введения, 5 разделов, заключения, списка использованных источников и 2 приложений. Общий объем работы — 79 страниц, из них 50 страниц — основное содержание, включая 24 рисунка и 1 таблицу, список использованных источников информации — 22 наименования.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Колл-центр как система массового обслуживания» посвящен описанию принципов функционирования колл-центра и видов приоритетных дисциплин обслуживания вызовов.

В подразделе 1.1 приведено описание работы колл-центра, структуры его модели и основных показателей эффективной работы колл-центра.

Модель колл-центра с приоритетным обслуживанием представлена на рисунке 1.

Поступающие в систему вызовы поступают в очередь в соответствии со своим приоритетом и далее обрабатываются автоматическим распределителем вызовов (АРВ), который направляет вызовы из очереди свободному оператору. Если на данный момент свободных операторов нет, вызов будет находиться в очереди и ждать первого освободившегося оператора.

В качестве модели колл-центра рассматривается система массового обслуживания. Основные параметры системы:

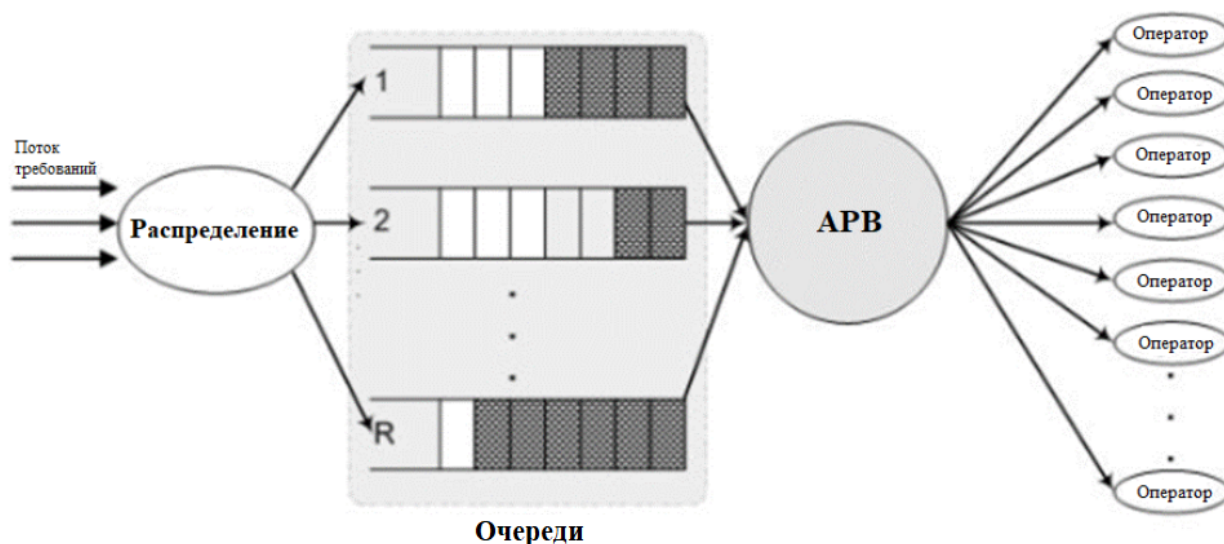


Рисунок 1 – Модель колл-центра

1. Процесс поступления требований (вызовов): поступающие в систему требования могут принадлежать к разным классам относительно их приоритета, который определяется либо при поступлении, либо после внутренней классификации. Процесс поступления требований описывается как пуассоновский процесс.

2. Процесс обслуживания: качество и время обслуживания определяется непосредственно уровнем квалификации оператора. Обычно, время обслуживания моделируется экспоненциальным распределением.

3. Дисциплина обслуживания: определяет приоритет, по которому будет выбрано следующее на обслуживание требование в зависимости от класса и наличия свободных операторов.

4. Размер очереди: описывает число требований, которые могут ожидать обслуживания, в случае занятости всех операторов. Определяться размер очереди может для каждого класса требований (раздельные очереди) или для системы в целом (общая очередь).

В подразделе 1.2 приводится обзор существующих статических приоритетных дисциплин обслуживания требований и рассматривается пропорциональный уровень обслуживания: дисциплина выбора требований на обслуживание и разделение их на классы приоритетов зависит от уровня обслуживания, который должен быть достигнут в системе.

Второй раздел «Системы массового обслуживания с приоритетами» посвящен подробному рассмотрению математических моделей си-

стем массового обслуживания с приоритетной дисциплиной обслуживания требований.

В подразделе 2.1 описываются различные приоритетные дисциплины, которые регулируют порядок обслуживания требований. На рисунке 2 представлена модель системы массового обслуживания с приоритетами.

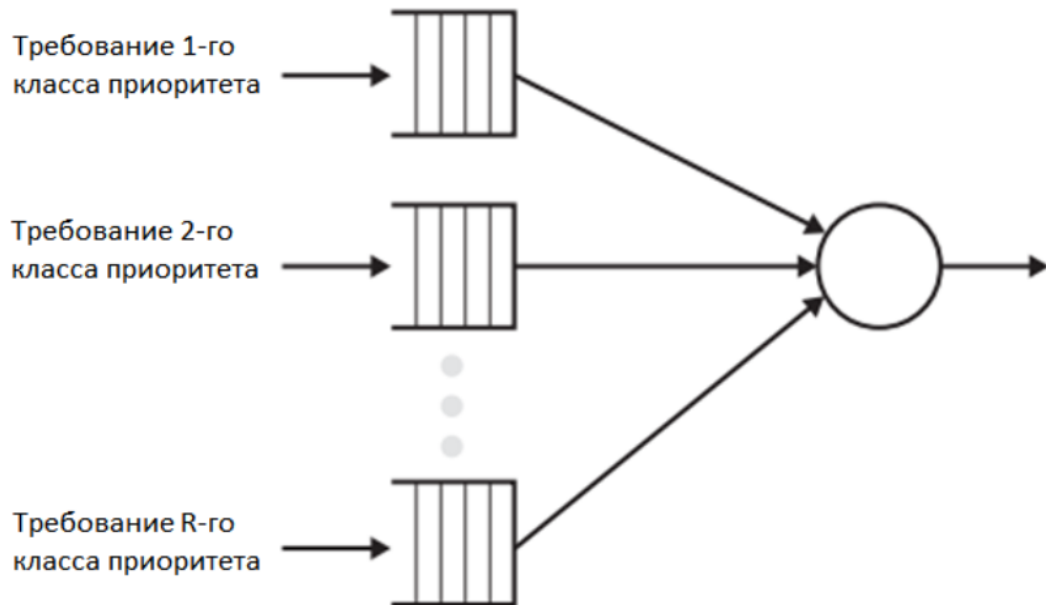


Рисунок 2 – Распределение требований по приоритетным очередям

Поступающие в систему требования принадлежат одному из R различных приоритетных классов ($p = 1, 2, \dots, R$) и обслуживаются в порядке своей очереди до поступления требования, приоритет которого выше, чем приоритет требований, поступивших ранее — с увеличением индекса класса возрастает приоритет требований этого класса. В случае, если требование, имеющее низший приоритет, уже находится на обслуживании, оно может или вернуться в очередь (приоритет, прерывающий обслуживание) или обслуживание его может завершиться (приоритет без прерывания обслуживания).

Рассматривается система массового обслуживания $M/G/1$. Требования из приоритетного класса p образуют пуассоновский поток с интенсивностью λ_p требований в единицу времени. Время обслуживания каждого требования выбранного класса определяется в соответствии с распределением $B_p(x)$ со средним значением \bar{x}_p единиц времени [6].

Вводятся следующие обозначения:

$$\lambda = \sum_{p=1}^R \lambda_p, \quad \bar{x} = \sum_{p=1}^R \frac{\lambda_p}{\lambda} \cdot \bar{x}_p, \quad \rho_p = \lambda_p \cdot \bar{x}_p, \quad \rho = \lambda \cdot \bar{x} = \sum_{p=1}^R \rho_p.$$

Здесь ρ - это доля времени, в течение которого обслуживающий прибор занят ($\rho < 1$); ρ_p — доля времени, в течение которого обслуживающий прибор занят обслуживанием требований из приоритетного класса p .

Подраздел 2.2 посвящен рассмотрению систем массового обслуживания с абсолютным и относительным приоритетом.

В подразделе приводится вывод формул для определения среднего времени ожидания в очереди (W_p), среднего числа требований в очереди и в системе для приоритетного класса p . Также определяется средняя задержка требования класса p , связанная с наличием другого требования на обслуживании:

$$W_0 = \sum_{i=1}^R \frac{\lambda_i \bar{x}_i^2}{2},$$

где \bar{x}_i^2 - второй момент времени обслуживания требования из класса i .

Подраздел 2.3 посвящен описанию систем массового обслуживания с приоритетами, зависящими от времени. Вводится параметр, который определяет, с какой скоростью приоритет требования класса p будет увеличиваться по сравнению с другими классами при поступлении в систему: b_p , где $0 \leq b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_R$.

Для систем массового обслуживания с приоритетами, зависящими от времени, линейная приоритетная функция $q_p(t)$, определяющая приоритет в момент времени t для требования, поступившего в момент времени τ , имеет следующий вид:

$$q_p(t) = (t - \tau)b_p.$$

В данном подразделе получена формула для нахождения среднего времени ожидания требований p -го класса:

$$W_p = \frac{\frac{W_0}{1-\rho} - \sum_{i=1}^{p-1} \rho_i W_i (1 - \frac{b_i}{b_p})}{1 - \sum_{i=p+1}^R \rho_i (1 - \frac{b_p}{b_i})}, \quad \forall p = 1, \dots, R.$$

Третий раздел «Оптимизация систем массового обслуживания с приоритетами, зависящими от времени» посвящен оптимизации систем массового обслуживания с приоритетами, зависящими от времени, для произвольного числа приоритетных классов требований.

Выбор очередного требования на обслуживание осуществляется в соответствии со следующим правилом – на обслуживающий прибор поступает требование, имеющее наибольший мгновенный приоритет, при условии, что требования этого класса находятся в системе в этот момент времени:

$$q_{p^*}(t) = \max_{1 \leq p \leq R} \{q_p(t) \& N_p(t) > 0\}.$$

В разделе рассматривается вычисление оптимальных параметров b_p : в рассматриваемых системах с приоритетами, зависящими от времени, существует возможность выбрать управляющие параметры b_p для достижения необходимых средних времен ожидания. Вводится параметр $r_{i,j} = \delta_i/\delta_j$ - отношение времени ожидания для классов i и j ($j > i, \forall i, j \in \{1, \dots, R\}$), то есть $r_{i,j} = \frac{W_i}{W_j}$. Величины δ_i называются параметрами дифференциации задержки: $\delta_1 > \delta_2 > \dots > \delta_R$.

В подразделе 3.1 рассматривается оптимизация системы массового обслуживания с приоритетами, зависящими от времени для случая двух приоритетных классов требований.

В подразделе 3.2 рассматривается оптимизация системы массового обслуживания с приоритетами, зависящими от времени для случая нескольких приоритетных классов требований.

В данном подразделе получена формула для вычисления среднего времени ожидания требований класса p в системе с приоритетами, зависящими от времени:

$$W_p = s_p \frac{\rho W_0}{1 - \rho} \left(\sum_{i=1}^R \rho_i s_i \right)^{-1}, \quad \forall p = 1, 2, \dots, R,$$

где $s_i = r_{i,i+1} r_{i+1,i+2} \dots r_{R-1,R} = W_i/W_R$.

Также получена система из R нелинейных уравнений для нахождения

оптимальных значений параметров b_p :

$$A(p)b_p - \frac{B(p)}{b_p} = D(p), \quad p = 1, 2, \dots, R; \quad (1)$$

$$A(p) = W_p \sum_{i=p+1}^R \frac{\rho_i}{b_i}; \quad (2)$$

$$B(p) = \sum_{i=1}^{p-1} \rho_i W_i b_i; \quad (3)$$

$$D(p) = \frac{W_0}{1 - \rho} - \sum_{i=1}^{p-1} \rho_i W_i - \left(1 - \sum_{i=p+1}^R \rho_i\right) W_p. \quad (4)$$

В подразделе также приводится условие для существования положительных оптимальных значений скоростей увеличения приоритетов для требований каждого приоритетного класса: $D(1) > 0$ и $D(R) < 0$.

Четвертый раздел «Описание алгоритма и программы для анализа работы колл-центра с приоритетной дисциплиной обслуживания вызовов» посвящен описанию алгоритма метода вычислений оптимальных значений скоростей увеличения приоритета и веб-приложения для анализа и оптимизации работы колл-центра с приоритетной дисциплиной обслуживания вызовов, обеспечивающего вычисление основных функциональных характеристик колл-центра. В веб-приложении реализован ввод параметров системы, с учетом приоритетных классов вызовов, для случая произвольного распределения длительности обслуживания вызовов, заданного первым начальным моментом времени обслуживания и среднеквадратическим отклонением времени обслуживания.

Подраздел 4.1 содержит описание алгоритма метода вычисления оптимальных значений скоростей увеличения приоритета: используется итерационный алгоритм для решения системы из R нелинейных уравнений (1).

Алгоритм состоит из трех блоков, которые выполняются последовательно.

В первом блоке алгоритма происходит ввод и проверка параметров системы, вычисляются W_p , $p = 1, \dots, R$, и W_0 .

Второй блок содержит метод вычисления оптимальных значений пара-

метров b_p .

На первой итерации вычисляются начальные значения b_p , как $b_p = 1/W_p$, для всех $p = 1, \dots, R$ и $A(p), B(p), D(p)$ по формулам (2)-(4). Алгоритм продолжает работу пока выполняются следующие условия:

$$\sum_{p=1}^R |f_p(b^{(k)})| > e,$$

$$k < K,$$

где $f_p(b) = A(p)b_p - B(p)/b_p - D(p)$. K - максимальное число итераций алгоритма, k - номер текущей итерации алгоритма, e - необходимая точность алгоритма.

На каждой итерации цикла выполняются следующие действия:

1. происходят вычисления величины $B(p)$, $p = 1, 2, \dots, R$, по формуле (3) и нового вектора b_p :

$$b_p^{(k+1)} = \varphi_p(b_1^{(k+1)}, b_2^{(k+1)}, \dots, b_{p-1}^{(k+1)}, b_p^{(k)}, \dots, b_R^{(k)}), \quad p = 1, 2, \dots, R,$$

где

$$\varphi_p(b_1, b_2, \dots, b_R) = \begin{cases} \frac{D(p)+B(p)/b_p}{A(p)}, & p \neq R, \\ \sqrt{\frac{b_p B(p)}{-D(R)}}, & p = R. \end{cases}$$

2. после получения новых значений параметров b_p происходит вычисление следующего значения величины $A(p)$, $p = 1, 2, \dots, R$, по формуле (2) и переход к следующей итерации: $k = k + 1$.

В третьем блоке вычисляются основные стационарные характеристики модели колл-центра (среднее время ожидания требований класса p в системе, среднее число требований класса p в очереди, среднее число требований класса p в системе).

Подраздел 4.2 содержит описание интерфейса разработанного веб-приложения для исследования колл-центра с приоритетной дисциплиной обслуживания вызовов.

В клиентской части разработанного веб-приложения реализуется пользовательский интерфейс, происходит формирование запросов, отправка и получение данных с сервера. Серверная часть получает запросы от клиентской,

выполняет необходимые вычисления и полученный результат отправляется клиенту. Отправка данных происходит по сети с использованием протокола HTTP.

В подразделе 4.3 описана архитектура разработанного веб-приложения. Приводится список используемых для разработки инструментов и технологий, и описывается бизнес-логика серверной и клиентской частей веб-приложения.

Клиентская часть веб-приложения разработана в текстовом редакторе Visual Studio Code и состоит из одной HTML страницы. Для ее разработки были использованы следующие инструменты и технологии: HTML, CSS, JavaScript, AJAX.

Серверная часть веб-приложения написана на языке Java и разработана в интегрированной среде разработки IntelliJ IDEA. Для реализации серверной части были использованы следующие инструменты и технологии: Spring Boot, Spring Boot Starter Web, Maven.

При реализации веб-приложения используется REST API. Серверная часть обрабатывает входящие запросы, выполняет необходимые операции с данными (хранящимися в памяти) и возвращает результаты клиенту.

В подразделе 4.4 приведен пример использования веб-приложения: ввод данных пользователем, вывод результатов и пример записи результата работы программы в текстовый файл.

Пятый раздел «Результаты исследования работы колл-центра» посвящен описанию численных экспериментов и результатов исследования работы колл-центра с приоритетной дисциплиной обслуживания вызовов: в данном разделе решаются задачи анализа и оптимизации, изучаются зависимости среднего времени ожидания вызовов в системе от заданных и оптимальных значений скорости увеличения приоритета вызовов различных классов.

В подразделе 5.1 описаны результаты вычисления основных функциональных характеристик колл-центра с приоритетной дисциплиной обслуживания вызовов. Рассматриваются примеры с различным числом приоритетных классов вызовов: определяются оптимальные функциональные характеристики колл-центра и происходит их сравнение с характеристиками, полученными при решении задачи анализа.

По результатам исследования были сделаны следующие основные выводы:

1. для более приоритетных классов вызовов уменьшение характеристик происходит за счёт увеличения характеристик менее приоритетных классов;
2. параметры дифференциации задержки позволяют определить класс вызовов, для которого будут увеличиваться характеристики.

В подразделе 5.2 исследована зависимость среднего времени ожидания для вызовов каждого приоритетного класса от изменения входных параметров: интенсивности поступления вызовов; интенсивности обслуживания входящих вызовов; среднеквадратического отклонения времени обслуживания вызовов; скорости увеличения приоритета вызовов.

По результатам исследования были сделаны следующие основные выводы:

1. увеличение интенсивности обслуживания вызовов позволяет существенно сократить характеристики колл-центра;
2. при увеличении среднеквадратического отклонения времени обслуживания вызовов любого класса, среднее время ожидания вызовов в системе для всех классов увеличивается;
3. при возрастании скорости увеличения приоритета для самого приоритетного класса вызовов, среднее время ожидания вызовов в системе для других, менее приоритетных классов, увеличивается.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В бакалаврской работе была рассмотрена и изучена математическая модель колл-центра с приоритетной дисциплиной обслуживания вызовов. Также были изучены существующие математические модели систем массового обслуживания с приоритетами, включая приоритеты, зависящие от времени.

Был разработан алгоритм метода вычисления основных функциональных характеристик колл-центра (таких как среднее время ожидания вызовов, среднее число вызовов в очереди и в системе) с заданными параметрами скорости увеличения приоритета вызовов, также был разработан алгоритм метода вычисления оптимальных значений скоростей увеличения приоритета для различных приоритетных классов вызовов. На основе этих алгоритмов

было создано веб-приложение, реализующее вычисление основных функциональных характеристик колл-центра для задач анализа и оптимизации.

Программа может использоваться для определения основных функциональных характеристик колл-центра при заданных параметрах. Данные, полученные в результате работы программы применимы для разработки стратегий оптимизации процессов в колл-центре, а также для оценки эффективности внедренных изменений.

Основные источники информации:

- 1 Koole, G. Queueing Models of Call Centers: An Introduction /G. Koole // Annals of Operations Research.— 2002. — Vol. 113 . — P. 2-21.
- 2 Гнеденко, Б. В. Введение в теорию массового обслуживания / Б. В. Гнеденко, И. Н. Коваленко. — М. : Наука, Физматгиз, 1966. — 432 с.
- 3 Stolletz, R. Performance Analysis of a Call Center with Interactive Voice Response Units/ R. Stolletz. — Germany : Springer, 2003. — 203 p.
- 4 Гольдштейн, Б.С. CALL-Центры и компьютерная телефония/ Б. С. Гольдштейн, В. А. Фрейнкман. — Санкт-Петербург: БХВ-Санкт-Петербург, 2002. — 370 с.
- 5 Essafi, L. An Adaptive Waiting Time Priority Scheduler for the Proportional Differentiation Model/ L. Essafi// International Journal of High Performance Computing Applications. — 2001. — № 1. — P. 3-14.
- 6 Клейнрок, Л. Вычислительные системы с очередями/ Л. Клейнрок. — М.:Мир, 1979. — 586 с.
- 7 Kleinrock, L. Queueing with Strict and Lag Priority Mixtures / L. Kleinrock // Proceedings of the Fourth International Conference on Operational Research Societies. — 1966. — P. 921-934.
- 8 Netterman, A. A Dynamic Priority Queue with General Concave Priority Functions/ A. Netterman, I. Adiri // Operation Research.— 1979.— Vol. 27, No 6. — P. 1088-1100.
- 9 Leung, M. K. H. Characterization and performance evaluation for proportional delay differentiated services/ H.K.M. Leung, J.C. Lui, D.K.Y. Yau. — Japan: The Chinese University of Hong Kong, 2000. — P. 295-304.