

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа и
автоматического управления

**ИССЛЕДОВАНИЕ ОТКРЫТОЙ СЕТИ МАССОВОГО
ОБСЛУЖИВАНИЯ С УПРАВЛЕНИЕМ ПОТОКОМ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 481 группы
направления 27.03.03 — Системный анализ и управление
факультета КНиИТ
Оксина Артема Александровича

Научный руководитель
старший преподаватель

Н. В. Сергеева

Заведующий кафедрой
к. ф.-м. н., доцент

И. Е. Тананко

Саратов 2024

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. В условиях современного мира сети массового обслуживания являются неотъемлемой частью бизнес-инфраструктуры, обеспечивая обработку большого количества запросов от пользователей. Каждый день миллионы пользователей по всему миру ожидают, что сеть массового обслуживания будет обеспечивать быстрое и эффективное решение их запросов.

Актуальность исследования сетей массового обслуживания обусловлена их широким применением в различных сферах, таких как телекоммуникации, транспорт, банковское дело и здравоохранение. Методы управления потоком в сетях массового обслуживания являются важным инструментом для обеспечения эффективной работы сетей, что в свою очередь позволяет обеспечить удовлетворение потребностей пользователей и повысить конкурентоспособность бизнеса.

Цель бакалаврской работы — исследование открытых сетей массового обслуживания, в которых реализованы механизмы управления потоком.

Поставленная цель определила **следующие задачи**:

1. Описать основные модели систем массового обслуживания, таких как $M/M/1$ и $M/M/k$, и их характеристики;
2. Проанализировать математическую модель открытой сети массового обслуживания с ненадежными приборами обслуживания;
3. Разработать и реализовать алгоритмы управления потоком в сети массового обслуживания, провести численные эксперименты для оценки эффективности предложенных методов управления потоком;
4. Сформулировать рекомендации по оптимизации работы сетей массового обслуживания на основе полученных результатов.

Методологические основы исследования открытых сетей массового обслуживания с управлением потоком представлены в работах И. Е. Тананко [1-2], Ю. И. Митрофанова [3-4], В. А. Романенко [5].

Практическая значимость бакалаврской работы. В ходе выполнения выпускной квалификационной работы была разработан метод, который в момент выхода из строя прибора одной из систем в процессе функционирования сети обслуживания, позволяет управлять входящими потоками требований в эту систему, заключающееся в изменении маршрутной матрицы

сети, для сохранения наиболее эффективной и оптимальной работы сети.

Структура и объем работы. Бакалаврская работа состоит из введения, 5 разделов, заключения, списка использованных источников и 3 приложений с реализованным на языке Python методом управления потоком требований в сети. Общий объем работы — 67 страницы, из них 42 страницы — основное содержание, включая 13 рисунков, список использованных источников информации — 20 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Описание системы массового обслуживания типа $M/M/1$ » посвящен основным понятиям систем массового обслуживания и модели $M/M/1$.

В подразделе 1.1 представлена основная теоретическая информация о системах массового обслуживания (СМО). СМО предназначена для обслуживания некоторого потока заявок, поступающих на вход системы в случайные моменты времени. Обслуживание заявок производится обслуживающими приборами. После обслуживания заявки канал освобождается и готов к приему следующей заявки, а обслуженное требование возвращается обратно в источник, который может содержать конечное или бесконечное число требований. Заявки, скапливающиеся на входе СМО, либо становятся в очередь ограниченной или неограниченной длины, либо покидают СМО не обслуженными.

В подразделе 1.2 описана математическая модель системы $M/M/1$, включая основные характеристики, параметры и простейшую структурную схему системы.

Второй раздел «Описание системы массового обслуживания типа $M/M/k$ » посвящен описанию системы массового обслуживания $M/M/k$, которая позволяет более точно моделировать реальные процессы обслуживания, так как многие сервисы и приложения требуют параллельной обработки запросов.

В подразделе 2.1 описывается математическая модель системы $M/M/k$ с ее основными характеристиками, параметрами и простейшей структурной схемой системы.

Третий раздел «Описание открытой СеМО» посвящен основным

понятиям сетей массового обслуживания, в том числе открытой сети с ненадежными приборами.

В подразделе 3.1 представлена основная теоретическая информация о сетях массового обслуживания (СеМО). Сеть массового обслуживания (СеМО) представляет собой совокупность конечного числа взаимосвязанных систем массового обслуживания (СМО), обеспечивающих в процессе функционирования сети прием, хранение, обработку и выдачу требований, поступающих в системы обслуживания.

В подразделе 3.2 представлено математическое описание открытой сети обслуживания. Описаны основные характеристики и параметры, показана простейшая структура сети в виде ориентированного графа.

Подраздел 3.3 содержит описание открытой СеМО с ненадежными приборами обслуживания. Каждая система обслуживания в сети содержит один абсолютно надежный и один ненадежный прибор, который последовательно переходит из работоспособного в неработоспособное состояние и обратно.

В сети обслуживания реализован алгоритм управления потоком требований в системы обслуживания, который в случае выхода прибора из строя, осуществляет перенаправление потоков требований в системы обслуживания. Критерием оптимального функционирования сети обслуживания является равенство математических ожиданий длительностей пребывания требований во всех системах обслуживания.

Четвертый раздел «Метод анализа сетей массового обслуживания с ненадежными приборами» посвящен примерам работы с разработанным фреймворком для построения и моделирования разных систем.

Подраздел 4.1 содержит постановку задачи. Рассматривается открытая экспоненциальная сеть массового обслуживания, состоящая из L систем типа $M/M/2$, содержащих по одному ненадежному прибору.

В процессе функционирования сети массового обслуживания производится наблюдение за работоспособностью ненадежных приборов систем и управление входящими потоками требований в системы, основанное на результатах этих наблюдений и состоящее в изменении маршрутной матрицы Θ . Для изменения маршрутной матрицы Θ и потоков требований, поступающих в системы обслуживания, необходимо некоторое время.

Необходимо исследовать вероятностно-временные характеристики се-

ти обслуживания с ненадежными приборами и задержкой в принятии решения об изменении потоков требований, а также сформировать оптимальные маршрутные матрицы в момент выхода из строя обслуживающих приборов сети.

В подразделе 4.2 описано решение задачи оптимального управления маршрутными матрицами с помощью метода синтеза маршрутных матриц в зависимости от вектора относительных интенсивностей потока требований.

В подразделе 4.3 представлен анализ ненадежной системы обслуживания, чью эволюцию можно описать с точки зрения состояний работоспособности приборов и значений параметров управления входящим потоком требований в систему. Проанализирована также диаграмма переходов марковского процесса управления потоком в системе, определенного на множестве данных состояний. Найдены вероятностно-временные характеристики, дающие возможность детальнее проанализировать сети обслуживания с ненадежными приборами и с задержкой в принятии решения об изменении потоков требований.

Пятый раздел «Практическая реализация метода анализа сетей с ненадежными приборами».

Для заданной открытой экспоненциальной сети массового обслуживания с одним классом требований и ненадежными приборами и с топологией, изображенной в виде ориентированного графа на рисунке 1, определяются интенсивности входящих потоков в системы типа $M/M/1$ и $M/M/2$.

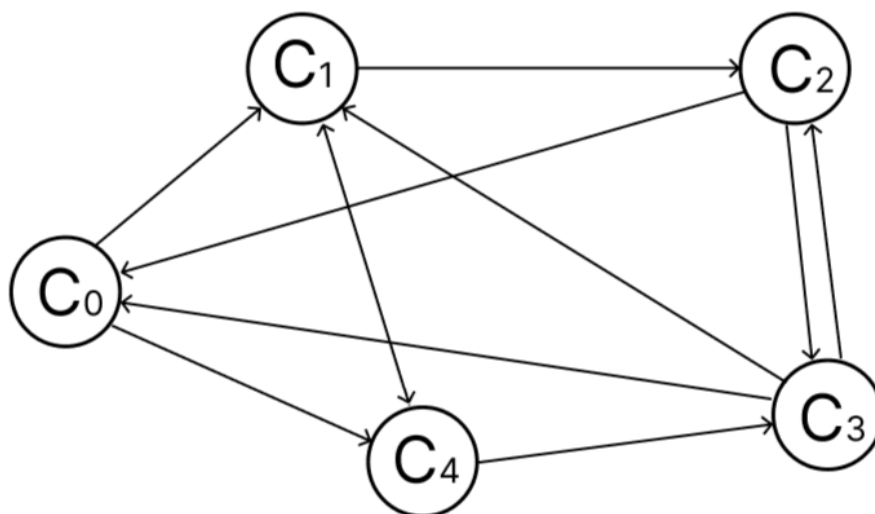


Рисунок 1 – Заданная СеМО в виде графа

Для каждого значения вектора работоспособных приборов систем сети обслуживания n определяется свой вектор интенсивностей входящих потоков, вектор относительных интенсивностей потоков и, наконец, находится соответствующая маршрутная матрица.

На конкретных примерах анализируется то, как изменяются вероятности перехода в систему после выхода из строя ее ненадежного прибора. Например, при состоянии вектора работоспособности приборов $n = (2, 2, 2, 2)$ и последующего его изменения до $n = (2, 2, 2, 1)$, то есть выхода из строя ненадежного прибора в системе C_4 , наблюдается уменьшение вероятностей перехода в систему C_4 .

При $n = (2, 2, 2, 2)$

$$\lambda = (0.740, 1.299, 0.740, 1.038),$$

$$\omega = (0.208, 0.154, 0.270, 0.154, 0.215),$$

$$\Theta = \begin{pmatrix} 0.000 & 0.144 & 0.000 & 0.000 & 0.856 \\ 0.000 & 0.000 & 0.756 & 0.000 & 0.244 \\ 0.770 & 0.000 & 0.000 & 0.230 & 0.000 \\ 0.001 & 0.002 & 0.997 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.574 & 0.000 & 0.426 & 0.000 \end{pmatrix},$$

$$\bar{u} = (1.025, 1.025, 1.025, 1.025).$$

При $n = (2, 2, 2, 1)$

$$\lambda = (0.740, 1.299, 0.740, 0.224),$$

$$\omega = (0.250, 0.185, 0.324, 0.185, 0.056),$$

$$\Theta = \begin{pmatrix} 0.000 & 0.758 & 0.000 & 0.000 & 0.242 \\ 0.000 & 0.000 & 0.998 & 0.000 & 0.002 \\ 0.613 & 0.000 & 0.000 & 0.387 & 0.000 \\ 0.258 & 0.002 & 0.740 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.002 & 0.000 & 0.998 & 0.000 \end{pmatrix},$$

$$\bar{u} = (1.025, 1.025, 1.025, 1.025).$$

Также замечается, что при каждом состоянии входящего потока, систе-

ма сохраняет свою эффективность, то есть при каждом изменении маршрутной матрицы сохраняется условие оптимальности функционирования сети, заданное при постановке задачи.

Далее определяются вероятности нахождения данной сети во всех ее состояниях, с помощью которых можно определить вероятность того, что ненадежный прибор системы работает или восстанавливается.

Полученные вероятности анализируются, например, можно заметить, что с заданными векторами случайных экспоненциальных величин с наибольшей вероятностью в сети в случайный момент времени будут либо работоспособны все приборы обслуживания, либо один из ненадежных приборов выйдет из строя.

При оптимизации работы сети можно управлять некоторыми из заданных характеристик, наиболее значимой из них является экспоненциальная случайная величина длительностей восстановления ненадежного прибора с параметром β . При изменениях данного параметра замечается, что при уменьшении среднего времени восстановления приборов в каждой системе сети, увеличивается вероятность того, что в случайный момент времени в сети функционируют в штатном режиме все обслуживающие приборы.

Несомненно важен и параметр наработки на отказ обслуживающего прибора α . При равномерном увеличении α в каждой системе уменьшается время безотказной работы приборов обслуживания $1/\alpha$, что даже при неизменном показателе β сильно уменьшает вероятность нахождения сети в полностью работоспособном состоянии, а значит, уменьшает и стабильность, и эффективность функционирования сети массового обслуживания.

На практике в уменьшении α играет важную роль использование высококачественных компонентов и материалов, которые обладают большей надежностью и долговечностью, что снижает вероятность их отказа. Инвестиции в качественное оборудование и материалы могут значительно уменьшить интенсивность отказов и повысить общую надежность системы обслуживания. Кроме того, применение современных технологий и инновационных решений, таких как системы предиктивного обслуживания, позволяет прогнозировать возможные отказы и принимать меры по их предотвращению, что также способствует уменьшению параметра α .

Также в работе показаны зависимости вероятности состояния сети при

$n = (2, 2, 2, 2)$ и $n = (1, 1, 1, 1)$ от векторов экспоненциальных величин длительностей интервалов времени от наблюдения за сетью до принятия решения об управлении потоком с параметром τ и от принятия решения до следующего наблюдения за сетью с параметром Δ .

В отличие от α и β , при увеличении значений τ и Δ вероятности $P(2, 2, 2, 2)$ и $P(1, 1, 1, 1)$ не изменяются. Несколько перестраиваются стационарные вероятности $\pi(a, n)$ [1] нахождения сети обслуживания в состоянии (a, n) , где a – вектор состояний входящих в системы потоков, так как среднее время принятия решения об управлении потоком и среднее время до следующего наблюдения за работой сети будет влиять на изменение вектора λ при осуществлении управления потоком, а значит и параметра a , но общие вероятности нахождения сети в том или ином состоянии будут зависеть только от стабильности работы приборов сети обслуживания.

Также при больших значениях τ и Δ , например, при $\tau_i = \Delta_i = 100$, $i = 1, \dots, L$, максимальное значение будут принимать вероятности состояний, когда вектор состояния потока a и вектор состояния приборов n совпадают. В этом случае, при сильном уменьшении среднего времени принятия решения об управлении потоком и средней длительности интервалов между наблюдениями за сетью, получается мгновенная реакция на изменение вектора состояния приборов.

Далее было подсчитано математическое ожидание длительности пребывания требования в сети обслуживания U_d с помощью следующей формулы

$$U_d = \sum_{(a,n)} \pi(a, n) \tau(a, n).$$

При изменении входных данных, обнаружены изменения этого параметра, что может помочь при реализации методов оптимизации работы сети массового обслуживания.

Далее представлены вычисленные значения математического ожидания длительности пребывания требования в сети обслуживания U_d в зависимости

от параметров α , β , τ и Δ .

| | | | | |
|---------------------|-------------------|-------------------|---------------------|------------------|
| $\alpha_i = 1,$ | $\beta_i = 2,$ | $\tau_i = 1,$ | $\Delta_i = 1,$ | $U_d = 231.572,$ |
| $\alpha_i = 1,$ | $\beta_i = 20,$ | $\tau_i = 1,$ | $\Delta_i = 1,$ | $U_d = 52.281,$ |
| $\alpha_i = 0.1,$ | $\beta_i = 20,$ | $\tau_i = 1,$ | $\Delta_i = 1,$ | $U_d = 9.192,$ |
| $\alpha_i = 0.1,$ | $\beta_i = 20,$ | $\tau_i = 10,$ | $\Delta_i = 1,$ | $U_d = 9.119,$ |
| $\alpha_i = 0.1,$ | $\beta_i = 20,$ | $\tau_i = 10,$ | $\Delta_i = 10,$ | $U_d = 8.808,$ |
| $\alpha_i = 0.1,$ | $\beta_i = 20,$ | $\tau_i = 100,$ | $\Delta_i = 100,$ | $U_d = 5.830,$ |
| $\alpha_i = 0.01,$ | $\beta_i = 200,$ | $\tau_i = 1000,$ | $\Delta_i = 1000,$ | $U_d = 3.931,$ |
| $\alpha_i = 0.001,$ | $\beta_i = 2000,$ | $\tau_i = 10000,$ | $\Delta_i = 10000,$ | $U_d = 3.9118.$ |

При анализе полученных результатов замечено, что если параметры α и β сравнимы, а интенсивности наблюдений и управления равны 1, то сеть обслуживания будет функционировать как ненадежная и математическое ожидание длительности пребывания требования в сети обслуживания $U_d = 231.572$. При уменьшении α и (или) увеличении β надежность системы будет увеличиваться, поскольку длительность интервала наработки на отказ будет увеличиваться, а длительность восстановления прибора – уменьшаться. При сохранении неизменными параметры τ и Δ математическое ожидание длительности пребывания требования в сети обслуживания будет уменьшаться. Если еще при этом увеличить интенсивность наблюдения τ и интенсивность управления Δ , то математическое ожидание длительности пребывания требования в сети обслуживания также будет уменьшаться. В результате значение U_d будет стремиться к значению аналогичной характеристики для сети Джексона, состоящей из систем М/М/2 с надежными приборами, поскольку аналогичная характеристика для такой сети $U_d = 3.9116$.

Рассмотрен еще один случай, когда сеть обслуживания ненадежная, но при этом у нас есть возможность задавать интенсивности наблюдений τ и интенсивности управления Δ .

Далее представлены значения математического ожидания длительности пребывания требования в сети обслуживания U_d в зависимости от пара-

метров α , β , τ и Δ .

$$\begin{aligned}\alpha_i = 100, \beta_i = 0.2, \tau_i = 1, \quad \Delta_i = 1, \quad U_d = 2.957, \\ \alpha_i = 100, \beta_i = 0.2, \tau_i = 10, \quad \Delta_i = 10, \quad U_d = 2.947, \\ \alpha_i = 100, \beta_i = 0.2, \tau_i = 100, \quad \Delta_i = 100, \quad U_d = 2.578, \\ \alpha_i = 100, \beta_i = 0.2, \tau_i = 1000, \quad \Delta_i = 1000, \quad U_d = 1.275, \\ \alpha_i = 100, \beta_i = 0.2, \tau_i = 10000, \quad \Delta_i = 10000, \quad U_d = 0.8762.\end{aligned}$$

Аналогичный показатель для сети Джексона, состоящей из систем типа М/М/1, равен $U_d = 0.8175$.

Полученные результаты говорят о том, что регулируя параметры τ и Δ можно повысить эффективность функционирования сети массового обслуживания с ненадежными приборами с точки зрения минимизации длительности пребывания требования в сети обслуживания. Если определить стоимостную функцию, включающую затраты на наблюдение и управление с одной стороны и математического ожидания длительности пребывания требования в сети обслуживания – с другой, то, возможно, это позволит определить оптимальные значения параметров наблюдения и управления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполнения данной выпускной квалификационной работы были получены важные вероятностно временные характеристики сети массового обслуживания с ненадежными приборами. Были разработаны и проанализированы оптимальные маршрутные матрицы, обеспечивающие эффективное управление потоками требований при выходе из строя обслуживающих приборов. Эти результаты могут быть применены в различных практических областях, где требуется оптимизация процессов обслуживания и улучшение качества предоставляемых услуг. Дальнейшие исследования в данной области могут быть направлены на рассмотрение более сложных моделей и учет дополнительных факторов, влияющих на работу систем массового обслуживания.

При проведении анализа сетей обслуживания с ненадежными приборами была разработана программа на языке Python, которая позволяет получать значений характеристик сети на конкретном примере с заданными

параметрами. Программа была протестирована и применена для анализа открытой сети массового обслуживания с управлениями потоком.

Основные источники информации:

1. Тананко, И. Е. Метод анализа сетей массового обслуживания с ненадёжными приборами и задержкой информации / И. Е. Тананко, Н. П. Фокина. // Вестник Томского государственного университета. — 2020. — № 52. — С. 90-95.
2. Тананко, И. Е. Метод оптимизации маршрутных матриц открытых сетей массового обслуживания / И. Е. Тананко. // Автоматика и вычислительная техника. — 2002. — № 4. — С. 39-46.с.
3. Митрофанов, Ю. И. Системный анализ : учебное пособие. / Ю. И. Митрофанов. — Саратов : Научная книга, 2000. — 232 с.
4. Митрофанов, Ю. И. Анализ систем массового обслуживания : учебно-методическое пособие / Ю. И. Митрофанов, Е. С. Рогачко, Н. П. Фокина. — Саратов : Научная книга, 2009. — 59 с.
5. Романенко, В. А. Системы и сети массового обслуживания : учебное пособие / В. А. Романенко. — Самара : Издательство Самарского университета, 2021. — 68 с.