

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа и
автоматического управления

**ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ
МАТЕРИАЛОВ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 481 группы
направления 27.03.03 — Системный анализ и управление
факультета КНиИТ
Фокина Никиты Олеговича

Научный руководитель
доцент, к. ф.-м. н.

Е. П. Станкевич

Заведующий кафедрой
к. ф.-м. н., доцент

И. Е. Тананко

Саратов 2024

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Актуальность темы анализа модели систем обработки материалов обусловлена рядом факторов. Прежде всего, современная индустрия и производство все более зависят от эффективности и оптимизации процессов обработки различных видов материалов. Это отражается во всех отраслях, начиная от автомобилестроения и заканчивая медицинской промышленностью.

В свете растущей конкуренции и потребности в сокращении затрат, оптимизация систем обработки материалов становится ключевым элементом успешного производства. Эффективные методы анализа моделей систем обработки материалов могут помочь оценить, улучшить и оптимизировать эти системы, что в свою очередь приведет к экономии ресурсов и повышению качества продукции.

Следовательно, данная тема имеет существенное практическое значение для предприятий и индустрии в целом. Она также актуальна в контексте современных технологических достижений, таких как внедрение автоматизации, использование данных и моделирование для улучшения процессов обработки материалов.

Основной трудностью при оптимизации производственных систем является обеспечение надлежащей оценки для интересующих показателей производительности, таких как пропускная способность и время, затрачиваемое на обработку единицы материала, для настраиваемых производственных систем [1]. Однако существующие исследования недостаточно глубоко рассматривают интеграцию производственных систем и систем обработки материалов.

Таким образом, актуальной является задача, связанная с рассмотрением модели производственного цеха с ограниченными транспортируемыми партиями, где размер передаваемой партии зависит от числа задач, находящихся в буферах, и пропускной способности транспорта.

Цель бакалаврской работы — описание и исследование модели системы обработки материалов

Поставленная цель определила **следующие задачи:**

- рассмотреть математическую модель системы обработки материалов;
- изучить метод анализа системы обработки материалов;

- разработать алгоритм метода анализа системы обработки материалов;
- выполнить программную реализацию алгоритма;
- с помощью разработанной программы провести исследование зависимости основных стационарных характеристик от параметров.

Методологические основы исследования систем обработки материалов представлены в работах Gershwin, S. B. [1], Yu, A. L. [2], Gross, D. [3], Haskose, A. [4], Demir, L. A. [5].

Практическая значимость бакалаврской работы. В ходе выполнения выпускной квалификационной работы была разработана программа для вычисления стационарного распределения вероятностей состояний исследуемой системы, времени цикла системы, пропускной способности системы, а также поиска вектора оптимальных вместительностей буферов.

Структура и объем работы. Бакалаврская работа состоит из списка обозначений, введения, четырех разделов, заключения, списка использованных источников и приложения. Общий объем работы — 61 страница, из них 41 страница — основное содержание, включая 15 рисунков и 2 таблицы, список использованных источников информации — 20 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Основные понятия теории массового обслуживания» посвящен описанию основных понятий теории массового обслуживания.

В подразделе 1.1 описываются дискретные и непрерывные марковские цепи, где вероятность перехода в следующее состояние зависит только от текущего состояния и не зависят от предыдущей истории. Для однородных цепей Маркова вероятность перехода за один шаг постоянна во времени. Приводятся методы вычисления вероятностей состояний в любой момент времени и их стационарные значения.

Подраздел 1.2 посвящен анализу системы с неограниченной общей очередью и k одинаковыми обслуживающими приборами, работающими параллельно. Требование на обслуживание выбирается из очереди соответственно дисциплине обслуживания *FCFS*. Поступление заявок описывается пуассоновским процессом, а время обслуживания экспоненциально распределено. Рассматриваются основные характеристики системы, такие как коэффици-

ент использования, вероятности нахождения системы в различных состояниях и математические ожидания числа занятых приборов, числа свободных приборов, числа требований в очереди и числа требований в системе. Отдельно рассматривается система $M|M|1$, состоящая из одного обслуживающего устройства, для которой приводятся упрощенные формулы вычисления ключевых характеристик.

Второй раздел «Система обработки материалов» посвящен описанию модели системы обработки материалов, обозначению условностей и характеристик рассматриваемой модели, описанию ее работы. Рассматривается задача оптимального распределения размеров буферов, алгоритм оптимизации для модели системы обработки материалов. Приводится метод анализа модели системы обработки материалов. В качестве математической модели системы обработки материалов используется сеть массового обслуживания. Системы сети разделяются на 3 типа, представляющих собой передний буфер с сервером, задний буфер и транспортное средство. Выводятся формулы для вычисления стационарных вероятностей состояний каждого узла системы.

В подразделе 2.1 описывается модель системы обработки материалов.

Рассматривается интегрированная поточная рабочая среда с ограниченной партийной транспортировкой. Размер передаваемой партии зависит от числа заданий в буферах и емкости транспортеров. Эволюция системы описывается цепью Маркова с непрерывным временем [6, 7].

В поточном производстве рабочие станции соединены автоматически направляющими транспортными средствами и имеют тандемную топологию [8]. В систему поступает пуассоновский поток заданий с интенсивностью λ [3]. Поступившие в систему задания последовательно обрабатываются w рабочими станциями. Длительность обслуживания на каждой станции имеет экспоненциальное распределение с параметром μ_i , $i = 1, 2, \dots, w$, а дисциплина обслуживания основана на принципе "первым пришел - первым обслужен" (FIFO). У каждой рабочей станции есть передний/погрузочный буфер и задний/разгрузочный буфер, оба с ограниченной емкостью. Задания пытаются войти в передний буфер первой рабочей станции, и, если буфер не заполнен, задания принимаются; в противном случае задания отклоняются. Задний буфер последней рабочей станции предполагается бесконечным, так как завершённые задания выходят из системы. Блокирование заданий проис-

ходит на основе принципа "блокировка после обслуживания" (BAS), то есть блокировка возникает, когда задание после завершения обслуживания пытается войти в буфер, который уже заполнен до своей вместимости, и задание временно удерживается на сервере [4].

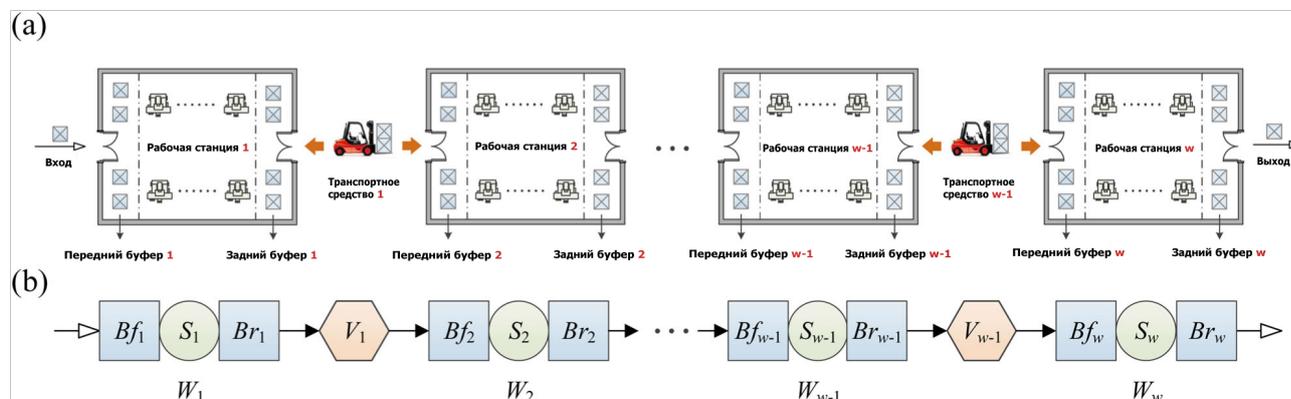


Рисунок 1 – Система обработки материалов

Транспортное средство перемещается туда и обратно между каждыми двумя последовательными рабочими станциями и перевозит задания партиями из заднего буфера рабочей станции с наименьшим номером в передний буфер рабочей станции с наибольшим номером. Система поточного производства представлена на рис. 1, где W_i - i -я рабочая станция, $i = 1, 2, \dots, w$, Bf_i - передний буфер i -й рабочей станции, Br_i - задний буфер i -й рабочей станции, S_i - сервер i -й рабочей станции, а V_i - i -е транспортное средство между i -й и $(i + 1)$ -й рабочими станциями. Таким образом, задний буфер i -й рабочей станции является предыдущим/для погрузки буфером i -го транспортного средства; в то же время передний буфер $(i + 1)$ -й рабочей станции является последующим/для выгрузки буфером i -го транспортного средства [5].

Далее система с w рабочими станциями и $(w - 1)$ транспортными средствами разбивается на $(3w - 2)$ узлов, как показано на рис. 2. Введены четыре типа узлов: Узел ia ($i = 1, 2, \dots, w$) состоит из буфера Bf_i и сервера S_i и представляет собой систему массового обслуживания с групповым поступлением и индивидуальной обработкой заданий, когда $i \neq 1$. Узел $1a$ представляет собой систему массового обслуживания, в которую задания поступают по одному и обслуживаются по одному.

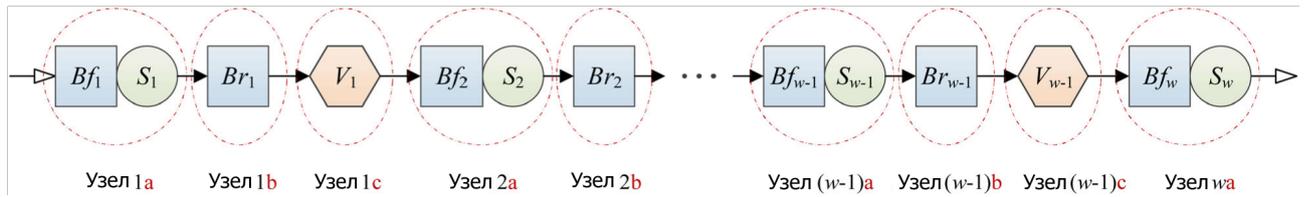


Рисунок 2 – Сеть массового обслуживания

Узел ib ($i = 1, 2, \dots, w - 1$) состоит из буфера Br_i и представляет собой систему массового обслуживания с групповой обработкой заданий, в которую задания поступают по одному.

Транспортное средство рассматривается как узел ic ($i = 1, 2, \dots, w - 1$), который представляет собой систему с групповым обслуживанием и групповым входящим потоком.

Подраздел 2.2 посвящен вычислению стационарных вероятностей состояний системы. Состояние узла описывается количеством требований присутствующих в нем.

Система уравнений равновесия для узла ia имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 v_i C_i P(0) = \mu_{i+1} P(1), \\
 v_i C_i P(1) + \mu_{i+1} P(1) = v_i P(0) + \mu_{i+1} P(2), \\
 \dots \\
 v_i C_i P(C_i) + \mu_{i+1} P(C_i) = v_i P(0) + \mu_{i+1} P(C_i + 1), \\
 v_i C_i P(C_i + 1) + \mu_{i+1} P(C_i + 1) = v_i P(1) + \mu_{i+1} P(C_i + 2), \\
 v_i C_i P(C_i + 2) + \mu_{i+1} P(C_i + 2) = v_i P(2) + \mu_{i+1} P(C_i + 3), \\
 \dots \\
 (v_i C_i + \mu_{i+1}) P(Nf_{i+1} - C_i) = \\
 = v_i P(Nf_{i+1} - 2C_i) + \mu_{i+1} P(Nf_{i+1} - C_i + 1), \\
 (v_i(C_i - 1) + \mu_{i+1}) P(Nf_{i+1} - C_i + 1) = \\
 = v_i P(Nf_{i+1} - 2C_i + 1) + \mu_{i+1} P(Nf_{i+1} - C_i + 2), \\
 \dots \\
 (v_i + \mu_{i+1}) P(Nf_{i+1} - 1) = v_i P(Nf_{i+1} - C_i - 1) + \mu_{i+1} P(Nf_{i+1}), \\
 \mu_{i+1} P(Nf_{i+1}) = v_i P(Nf_{i+1} - C_i), \\
 P(0) + P(1) + P(2) + \dots + P(C_i) + \dots + P(Nf_{i+1}) = 1.
 \end{array} \right.$$

Уравнения равновесия для узла ib :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_i P(0) = v_i P(1) + v_i P(2) + \dots + v_i P(C_i), \\ \mu_i P(1) + v_i P(1) = v_i P(C_i + 1) + \mu_i P(0), \\ \dots \\ \mu_i P(C_i) + v_i P(C_i) = v_i P(C_i + C_i) + \mu_i P(C_i - 1), \\ \mu_i P(C_i + 1) + v_i P(C_i + 1) = v_i P(2C_i + 1) + \mu_i P(C_i), \\ \dots \\ \mu_i P(Nr_i - 1) + v_i P(Nr_i - 1) = v_i P(Nr_i - 1 + C_i) + \\ + \mu_i P(Nr_i - 2), \\ v_i P(Nr_i) = \mu_i P(Nr_i - 1), \\ P(0) + P(1) + \dots + P(C_i) + \dots + P(Nr_i - 1) + P(Nr_i) = 1, \end{array} \right.$$

где μ_i – интенсивность обслуживания рабочей станции W_i , $i = 1, 2, \dots, w$, Nf_i – максимальная вместимость буфера погрузки Bf_i , Nr_i – максимальная вместимость буфера разгрузки Br_i , v_i – скорость перемещения транспортного средства V_i между буферами погрузки и разгрузки, C_i – максимальная вместимость транспортного средства V_i , $P(n)$ – стационарная вероятность пребывания узла в состоянии n .

Для узла ic вводятся состояния транспортного средства, которые описаны в таблице 1.

Таблица 1 – Состояние транспортного средства

Обозначение	Состояние	Значение
1	Загруженная поездка	Движение к месту разгрузки
1^-	Простой при разгрузке	Ожидание на месте разгрузки
0	Незагруженная поездка	Движение к месту погрузки
0^+	Простой при погрузке	Ожидание на месте погрузки

Уравнения равновесия для узла ic имеют вид:

$$2v_i \times \prod (0, 0)_{ic} = \sum_{n_{ic}=1}^{C_i} \left\{ 2v_i \left[1 - \sum_{z=0}^{n_{ic}-1} P(k_{i+1} = z) \right] \times \prod (n_{ic}, 1)_{ic} \right\} + \mu_{i+1}^* \times \prod (1, 1^-)_{ic}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{ib}^* \times \prod (0, 0^+)_{ic} &= 2v_i P(n_{ib} = 0) \times \prod (0, 0)_{ic}, \\
2v_i \times \prod (1, 1)_{ic} &= 2v_i P_{load}(1) \times \prod (0, 0)_{ic} + \lambda_{ib}^* \times \prod (0, 0^+)_{ic}, \\
2v_i \times \prod (n_{ic}, 1)_{ic} &= 2v_i P_{load}(n_{ic}) \times \prod (0, 0)_{ic}, \quad 2 \leq n_{ic} \leq C_i, \\
\mu_{i+1}^* \times \prod (n_{ic}, 1^-)_{ic} &= \sum_{z=n_{ic}}^{C_i} \left[2v_i P(k_{i+1} = z - n_{ic}) \times \prod (n_\gamma, 1)_\gamma \right] + \\
&+ \mu_{i+1}^* \times \prod (n_{ic} + 1, 1^-)_{ic}, \quad 1 \leq n_{ic} < C_i, \\
\mu_{i+1}^* \times \prod (C_i, 1^-)_{ic} &= 2v_i P(k_{i+1} = 0) \times \prod (C_i, 1)_{ic}. \\
\sum_j \prod (\cdot)_j &= 1,
\end{aligned}$$

где $p(n_{ib} = x)$ обозначает вероятность того, что в буфере Br_i находится x заданий, где $0 \leq x \leq Nr_i$, λ_{ib}^* обозначает эффективную интенсивность поступления на узел ib :

$$\lambda_{ib}^* = \frac{\mu_i \cdot (1 - Po_{ia} - Pv_{ia})}{1 - Pb_{ib}},$$

где Po_{ia} определяет вероятность того, что узел ia простаивает, Pv_{ia} вероятность того, что узел ia заблокирован, и Pb_{ib} вероятность того, что узел ib заполнен, μ_{i+1}^* обозначает эффективную скорость обработки на узле $(i+1)a$, то есть $\mu_{i+1}^* = \mu_{i+1}[1 - Pv_{(i+1)a}]$, а $Pv_{(i+1)a}$ обозначает вероятность блокировки узла $(i+1)a$, $p(k_{i+1} = x)$ обозначает вероятность наличия x свободных мест в буфере Bf_{i+1} , P_{load} - вероятность изменения статуса транспортного средства с "незагруженная поездка" на "загруженная поездка", т.е. состояние системы изменяется с $(0, 0)_{ic}$ на $(n_{ic}, 1)_{ic}$, $\prod (\cdot)_j$ - стационарная вероятность пребывания узла ic в состоянии $(\cdot)_j$.

Подраздел 2.3 посвящен описанию задачи оптимального распределения буферов. Описывается постановка проблемы, приводится обзор литературы уже коснувшейся данной проблемы.

Проблема распределения буфера формулируется как задача нелинейного математического программирования с целочисленными переменными решения X и имеет следующий вид:

$$\text{Min}(Z),$$

при условиях:

$$\Theta(X) \geq \Theta_{min},$$

$$T(X) \leq T_{max},$$

$$Nf_i \in \mathbf{N}^+, Nr_i \in \mathbf{N}^+, \forall i.$$

Также предлагается приближенный метод оценки производительности для вычисления функций $\Theta(X)$ и $T(X)$.

Третий раздел «Описание алгоритма и программы для анализа модели системы обработки материалов» посвящен описанию алгоритма метода вычисления характеристик модели системы обработки материалов, который позволяет вычислить стационарные вероятности состояний узлов сети массового обслуживания и оптимальные размеры буферов.

В подразделе 3.1 описывается алгоритм анализа модели системы обработки материалов в виде следующих блоков:

Блок 1. Ввод данных.

Блок 2. Вычисление стационарных вероятностей узла $1a$.

Блок 3. Вычисление стационарных вероятностей узла ib .

Блок 4. Вычисление стационарных вероятностей узла $(i + 1)a$.

Блок 5. Вычисление вероятности того, что в узле $(i + 1)a$ x свободных мест - $P(k_{i+1} = x)$.

Блок 6. Вычисление эффективной интенсивности поступления λ_{ib}^* на узел ib .

Блок 7. Вычисление эффективной скорости обработки μ_{i+1}^* на узле $(i + 1)a$.

Блок 8. Вычисление вероятности изменения статуса транспортного средства с "незагруженная поездка" на "загруженная поездка" - P_{load} .

Блок 9. Вычисление стационарных вероятностей узла ic .

Блок 10. Вычисление пропускной способности системы Θ и времени цикла системы T .

Блок 11. Вычисление оптимального распределения буферов X .

Четвертый раздел «Результаты исследования модели системы обработки материалов» посвящен численным экспериментам с разрабо-

танной программой. [9].

Рассматривается система обработки материалов, в которую поступает пуассоновский поток требований с интенсивностью $\lambda = 4$. Система состоит из $w = 3$ рабочих станций. Первая рабочая станция состоит из буфера погрузки Bf_1 с максимальной вместительностью $Nf_1 = 5$, системы обработки материалов, время обработки которой имеет экспоненциальный закон распределения с параметром $\mu_1 = 8$, буфера разгрузки Bf_1 с максимальной вместительностью $Nr_1 = 4$ и транспортного средства V_1 со скоростью передвижения $v_1 = 4$ и максимальной вместительностью $C_1 = 2$. Вторая рабочая станция состоит из тех же элементов, что и первая, с параметрами: $Nf_2 = 4$, $\mu_2 = 5$, $Nr_2 = 4$, $v_2 = 5$, $C_2 = 3$. Третья рабочая станция состоит из буфера погрузки Bf_3 с максимальной вместительностью $Nf_3 = 3$ и системы обработки материалов, время обработки которой имеет экспоненциальный закон распределения с параметром $\mu_3 = 6$ и требования из которой выходят по мере их обслуживания.

Были построены графики зависимостей Θ от Nf_3 и T от Nf_3 :

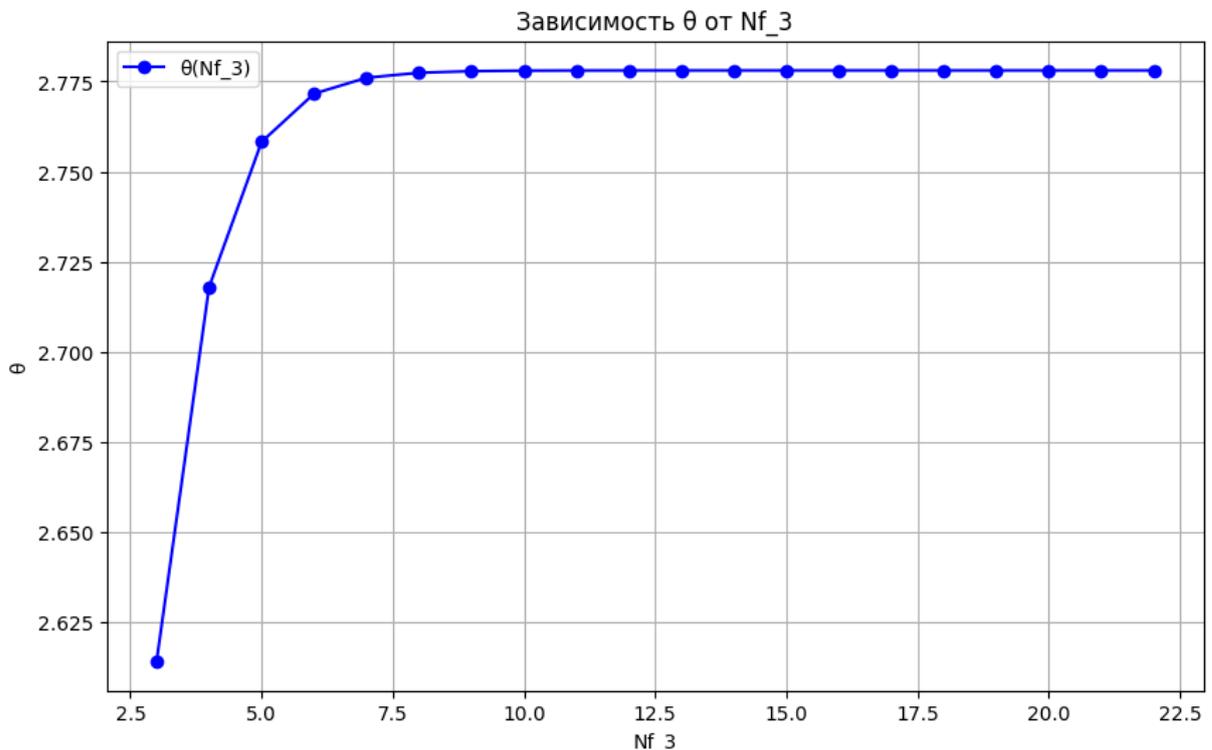


Рисунок 3 – Зависимость Θ от Nf_3 при $Nf_1 = 5, Nf_2 = 4$

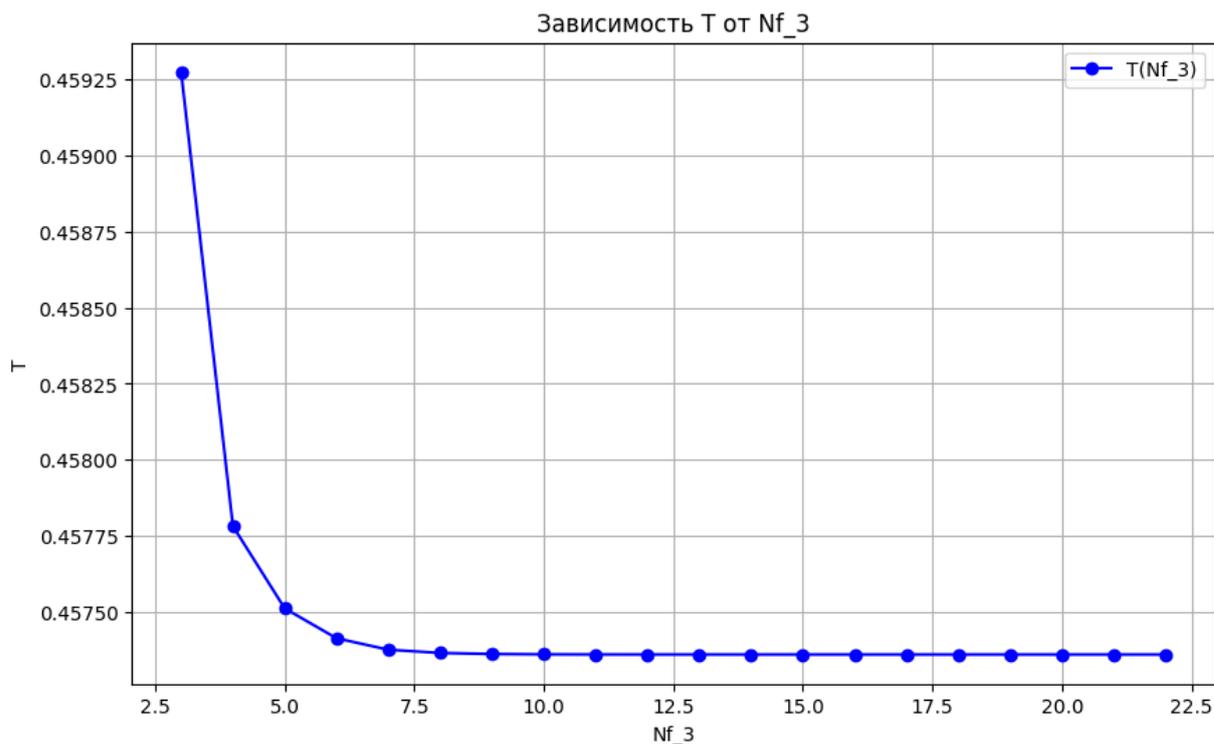


Рисунок 4 – Зависимость T от Nf_3 при $Nf_1 = 5, Nf_2 = 4$

Из графиков видно, что при увеличении вместимости переднего буфера под номером 3, пропускная способность системы будет увеличиваться, а время цикла системы уменьшаться, достигая своего максимума и минимума соответственно при вместимости равной 9.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполнения данной выпускной квалификационной работы был проведен анализ модели системы обработки материалов, то есть:

- была рассмотрена математическая модель системы обработки материалов;
- был изучен метод анализа системы обработки материалов;
- был разработан алгоритм метода анализа системы обработки материалов;
- была выполнена программная реализация алгоритма;
- с помощью разработанной программы было проведено исследование зависимости основных стационарных характеристик от параметров.

Основные источники информации:

1. Gershwin, S. B. Efficient algorithms for buffer space allocation. / S. B.

- Gershwin, J. E. Schor // *Annals of Operations Research*. — 2000. — V.93. — p. 117-144.
2. Yu, A. L. Buffer allocation in a flow shop with capacitated batch transports / A. L. Yu, H. Y. Zhang, Q. X. Chen, N. Mao, S. H. Xi // *Journal of the Operational Research Society*. — 2021. — 73(4), p. 888–904.
 3. Gross, D. Fundamentals of queueing theory (the fourth edition) / D. Gross, J. F. Shortie, J. M. Thompsonm, C. M. Harris // *Hoboken: Wiley*, — 2008. — 528 p.
 4. Haskose, A. Modelling flow and jobbing shops as a queueing network for workload control / A. Hakose, B. G. Kingsman, D. Worthington // *International Journal of Production Economics*. — 2002. — V.78, №3. — p. 271-285.
 5. Demir, L. A Tabu search approach for buffer allocation in production lines with unreliable machines / L. Demir, S. Tunali, A. Lokketangen // *Engineering Optimization*. — 2011. — V.43, №2. — p. 213–231.
 6. Клейнрок, Л. Теория массового обслуживания : Учебник / Л. Клейнрок. — Москва : Машиностроение, 1979. — 432 с.
 7. Зорин, А. В. Введение в общие цепи Маркова. / А. В. Зорин, В. А. Зорин, Е. В. Пройдакова, М. А. Федоткин — Учебно-методическое пособие — Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2013. — 51 с.
 8. Тюрин, Ю. Н. Теория вероятностей и статистика : Учебник / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров, И. Р. Высоцкий, И. В. Ященко. — Москва : Издательство «Наука», 2006. — 256 с.
 9. Лутц, М. Изучаем Python / М. Лутц — М.: Издательство «Диалектика», 2019. — 832с.