

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра математики и методики её преподавания

**Раздел «Основные содержательно-методические линии курса алгебры» в  
подготовке педагогов-математиков**

**АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ**

студентки 3 курса 323 группы  
направления 44.04.01 Педагогическое образование  
механико-математического факультета

Телковой Анастасии Николаевны

Научный руководитель

доцент, к.п.н., доцент

\_\_\_\_\_

подпись, дата

Т. А. Капитонова

Зав. кафедрой

к.п.н., доцент

\_\_\_\_\_

подпись, дата

И. К. Кондаурова

Саратов 2024

**Введение.** Современные образовательные программы по математике, составленные на основе Федерального государственного образовательного стандарта, ориентированы на становление личностных характеристик обучающегося. Выпускник школы и вуза должен быть креативным и критически мыслящим, активно и целенаправленно познающим мир; готовым к сотрудничеству, способным осуществлять проектную и информационно-познавательную деятельность; мотивированным на образование и самообразование в течение всей своей жизни. Перечисленные характеристики сыграют большую роль в реализации каждого учащегося не только в будущей профессиональной деятельности, но и в жизни.

Содержательно-методические линии курса алгебры являются одними из ведущих в школьном курсе математики.

В связи с введением Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки бакалавров педагогического образования, проблема изучения содержательно-методических линий курса алгебры приобретает особую актуальность, так как в ФГОС ВО заданы лишь требования к результатам освоения основной образовательной программы, а перечень и содержание изучаемой дисциплины остаётся за его рамками. Более того, введение ФГОС ВО повлекло за собой активную унификацию учебных планов бакалавров и магистров педагогического направления без учёта сущности математического профиля. Все это в конечном итоге, не способствует качественной подготовке будущих учителей математики к реализации на практике содержательно-методических линий школьного курса алгебры.

Вследствие чего возникает потребность в более тщательном рассмотрении содержательно-методических линий курса алгебры будущими учителями математики.

Цель исследования: теоретически описать содержание линий курса алгебры, практически разработать и апробировать тесты по разделу «Основные содержательно-методические линии курса алгебры» дисциплины «Основные

линии школьного курса математики» для подготовки бакалавров направления «Педагогическое образование» (профиль «Математическое образование»).

Для достижения поставленной цели, нужно решить следующие задачи:

1. Рассмотреть подходы различных авторов к описанию содержательно-методической линии школьного курса математики.

2. Охарактеризовать основные содержательно-методические линии курса алгебры: линию тождественных преобразований, линию уравнений и неравенств, функционально-графическую линию.

3. Провести анализ содержания рабочих программ университетов по обучению бакалавров направления «Педагогическое образование» (профиль «Математическое образование») основным содержательно-методическим линиям школьного курса алгебры.

4. Разработать и апробировать обучающие тесты и тест для итогового контроля по разделу «Основные содержательно-методические линии курса алгебры» дисциплины «Основные линии школьного курса математики» для подготовки педагогов-математиков.

В магистерской работе использованы следующие методы исследования: изучение нормативных документов; анализ научно-методической литературы; теоретический анализ и обобщение; разработка и апробация методических материалов.

Практическая значимость магистерской работы обеспечивается возможностью использования ее материалов с целью совершенствования учебной деятельности будущих педагогов-математиков, что способствует улучшению качества образования и повышению профессиональных компетенций будущих учителей математики.

Структура работы: введение, два раздела («Раздел «Основные содержательно-методические линии курса алгебры» в подготовке педагогов-математиков: теоретические аспекты»; «Раздел «Основные содержательно-методические линии курса алгебры» в подготовке педагогов-математиков: практические аспекты»), заключение, список использованных источников.

**Основное содержание работы.** В первом разделе «Раздел «Основные содержательно-методические линии курса алгебры» в подготовке педагогов-математиков: теоретические аспекты» решались первые две задачи магистерской работы.

Линия тождественных преобразований является одной из четырех основных содержательных линий школьного курса алгебры (учение о числе, тождественные преобразования, уравнения и неравенства, функции). Она изучается в течение всего курса математики, начиная с начальных классов.

Рассмотрены основные понятия данной содержательной линии: «выражение», «тождественно равные выражения», «тождество» и «тождественные преобразования выражений».

*Определение 1.* Выражением в математике называют запись, состоящую из чисел, букв (обозначающих постоянные или переменные величины), знаков математических действий. В числовых множествах имеют дело с числовыми выражениями.

*Определение 2.* Алгебраическим выражением называется выражение, составленное из конечного числа букв и цифр, соединенных знаками действий (сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в целую степень и извлечения корня).

*Определение 3.* Трансцендентным выражением называется выражение, содержащее переменные под знаками логарифмической, показательной, тригонометрических функций.

*Определение 4.* Тождество – равенство, верное при всех допустимых значениях входящих в него переменных.

*Определение 5.* Тождественное преобразование – замена одного алгебраического выражения тождественно равным ему алгебраическим выражением.

Решение уравнений и неравенств составляет значительную часть школьного курса математики. Это объясняется тем, что уравнения и неравенства широко используются в различных разделах математики, в

решении важных прикладных задач. Уравнения и неравенства уже сами по себе представляют интерес для изучения, так как именно с их помощью на символическом языке записываются важнейшие задачи, связанные с познанием реальной действительности. Этой ролью уравнений и неравенств в естествознании определяется и их роль в школьном курсе математики.

О. Н. Чупракова и Н. В. Леонтьева рассматривают различные трактовки понятия «уравнение (с одной переменной)»:

Уравнение (с одной переменной):

– это равенство двух выражений, в котором некоторые буквы считаются неизвестными, а остальные известными;

– равенство, справедливое при некоторых значениях неизвестной (переменной)  $x$ ;

– равенство значений двух функций  $f(x) = g(x)$ ;

– вопросительное предложение: существуют ли такие значения переменной, при которых функции  $f(x)$  и  $g(x)$  имеют равные числовые значения?

– предложение в виде равенства функций  $f(x)$  и  $g(x)$ , относительно которого поставлена задача: найти такие значения переменной  $x$ , при которых это предложение истинно.

*Определение 6.* Область определения уравнения – это множество значений переменной, для которых функции  $f(x)$  и  $g(x)$  определены.

*Определение 7.* Корнем уравнения называется каждое значение переменной  $x$  из области определения уравнения, при котором высказывание  $f(x) = g(x)$  истинно.

*Определение 8.* Решить уравнение – значит, найти множество всех его корней.

*Определение 9.* Два уравнения, множество корней которых совпадают, называют равносильными (включая случай, когда уравнения решений не имеют).

Для неравенств  $f(x) < g(x)$  или  $f(x) > g(x)$  определения аналогичны.

Функционально-графическая линия школьного курса математики является одной из ведущих, определяющих стиль изучения многих тем и разделов курсов алгебры и начала математического анализа. Наиболее заметной особенностью материала этой линии является то, что с его помощью возможно устанавливать разнообразные связи в обучении.

*Определение 10.* Функция – это зависимость переменной  $y$  от переменной  $x$ , если каждому значению  $x$  соответствует единственное значение  $y$ .

Приведенное выше определение функции можно заменить следующим:

*Определение 11.* «Переменная  $y$  называется функцией переменной  $x$ , если каждому допустимому значению  $x$  соответствует единственное значение  $y$ ».

Допустимыми в алгебре считаются значения переменной, при которых выражение имеет смысл. Отсюда следует, что функция должна задаваться только формулой, что значительно сужает объем этого понятия.

Обозначается  $f: X \rightarrow Y$ , где  $f$  – функция или закон соответствия, множество  $X$  – область определения  $D(f)$ , множество  $Y$  – множество значений функций  $E(f)$ .

*Определение 12.* Область определения функции  $D(f)$ – это множество допустимых значений независимой переменной.

*Определение 13.* Область значения функции  $E(f)$ – это множество значений зависимой переменной при допустимых значениях независимой переменной.

*Определение 14.* Если функция  $f$  ставит в соответствие элементу  $x$  элемент  $y$ , а функция  $g$  – элементу  $y$  элемент  $z$ , то говорят, что  $z = g(f(x))$  есть сложная функция (функция от функции).

*Определение 15.* График функции – это множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям независимой переменной из области определения этой функции, а ординаты – соответствующим значениям функции.

Во втором разделе «Раздел «Основные содержательно-методические линии курса алгебры» в подготовке педагогов-математиков: практические аспекты» решались третья и четвертая задачи магистерской работы. Нами были проанализированы рабочие программы ряда университетов, включая «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского», которые ориентированы на обучение бакалавров направления «Педагогическое образование» (профиль «Математическое образование») именно по основным содержательно-методическим линиям школьного курса алгебры.

Дисциплина «Основные линии школьного курса математики» в основном реализуется в процессе самостоятельной работы студентов: количество часов, отведенных на самостоятельную работу, значительно превышает количество аудиторных. В связи с этим мы приняли решение разработать обучающие тесты и тест для итогового контроля по разделу «Основные содержательно-методические линии курса алгебры» дисциплины «Основные линии школьного курса математики».

Тестирование является более качественным и объективным способом оценивания. Основными достоинствами данной формы контроля знаний являются:

- оценка знаний: позволяют объективно оценить уровень усвоения материала;
- идентификация пробелов: помогают выявить пробелы в знаниях и понять, в каких областях требуется дополнительное внимание;
- формирование навыков: развивают критическое мышление, анализ и синтез информации;
- повышение мотивации: стимулируют студентов к учёбе, так как позволяют отслеживать прогресс.

Приведем примеры нескольких заданий из тестов.

1. С чем связана пропедевтика тождественных преобразований?

А) с введением в курс математики 5-6 классов алгебраической символики;

Б) с введением в курс математики 5-6 классов первых формул и тождеств;

В) знакомством с возможностями, которые открываются при использовании букв;

Г) с накоплением опыта работы с алгебраическим языком;

Д) с обобщением понятия числа – введением понятия алгебраического выражения;

Ж) с проведением вычислений в общем виде.

2. Заполните пропуски (в соответствии с рисунком 1).

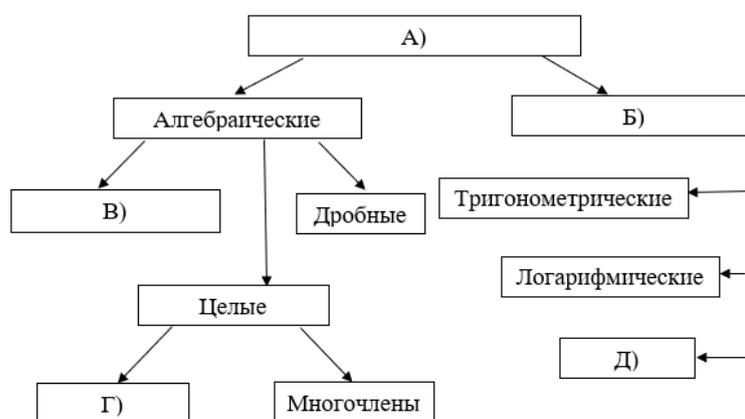


Рисунок 1

3. Выберите определение понятия «функция».

А) зависимость переменной  $y$  от переменной  $x$ , если каждому значению  $x$  соответствует единственное значение  $y$ ;

Б) любое произвольное отношение между двумя множествами, независимо от того, как элементы одной множества связаны с элементами другого;

В) произвольное произведение двух чисел без каких-либо ограничений на значения;

Г) любое отношение, установленное между элементами множеств  $X$  и  $Y$ .

4. Упростите выражение  $\frac{2a^2+ab-b^2}{a+b}$ .

Решение: Разложим на множители числитель данной дроби, представим  $ab$  в виде суммы подобных членов:  $ab = 2ab - ab$ . Тогда  $2a^2 + ab - b^2 = 2a^2 + 2ab - ab - b^2 = 2a(a + b) - b(a + b) = (a + b)(2a - b)$ .

Итак,  $\frac{(a+b)(2a-b)}{a+b} = 2a - b$ .

5. Разложите на множители  $ab(a + b) - bc(b + c) + ac(a - c)$ .

6. Чему равно наименьшее решение неравенства  $|5x - 6| \leq x + 1$ ?

7. Решите уравнение  $\sqrt{2x + 5} = 8 - \sqrt{x - 1}$ .

8. Решите уравнение  $x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x + 2 = 0$ .

9. Решите уравнение  $\sin^2(x) + 2 \sin(x) \cos(x) - 3\cos^2(x) = 0$ .

10. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых только один корень квадратного трехчлена  $x^2 - 2x(a + 1) + 6a - 3$  больше 2.

11. Решите систему  $\begin{cases} x^4 + x^2y^2 + y^4 = 91, \\ x^2 - xy + y^2 = 7. \end{cases}$

12. Постройте график функции  $y = \frac{(x^2+4)(x+1)}{-1-x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

Нами разработан тест для итогового контроля по разделу «Основные содержательно-методические линии курса алгебры» дисциплины «Основные линии школьного курса математики», который проводится по окончании обучения по темам: «Линия тождественных преобразований», «Линия уравнений и неравенств», «Функционально-графическая линия».

Итоговое тестирование – это форма оценки знаний студентов, проводимая в конце определенного периода обучения, с целью проверки усвоения учебного материала. Оно охватывает ключевые темы курса и позволяет объективно оценить уровень знаний и навыков студентов. Основной целью этого тестирования является систематизация и обобщение полученных знаний, а также подготовка студентов к дальнейшему обучению или профессиональной деятельности.

Опытно-экспериментальная работа по теме магистерской работы представляла собой апробацию разработанного методического обеспечения

раздела «Основные содержательно-методические линии школьного курса алгебра» дисциплины «Основные линии школьного курса математики», которая проводилась со студентами 431 группы (18 человек) факультета физико-математических и естественно-научных дисциплин Педагогического института ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского», обучающимися по направлению подготовки «Педагогическое образование» (профиль «Математическое образование») в октябре 2024 года.

В начале октября было проведено обучающие тестирование для того, чтобы закрепить и углубить имеющиеся знания студентов по разделу «Основные содержательно-методические линии школьного курса алгебры» (в соответствии с рисунком 2).

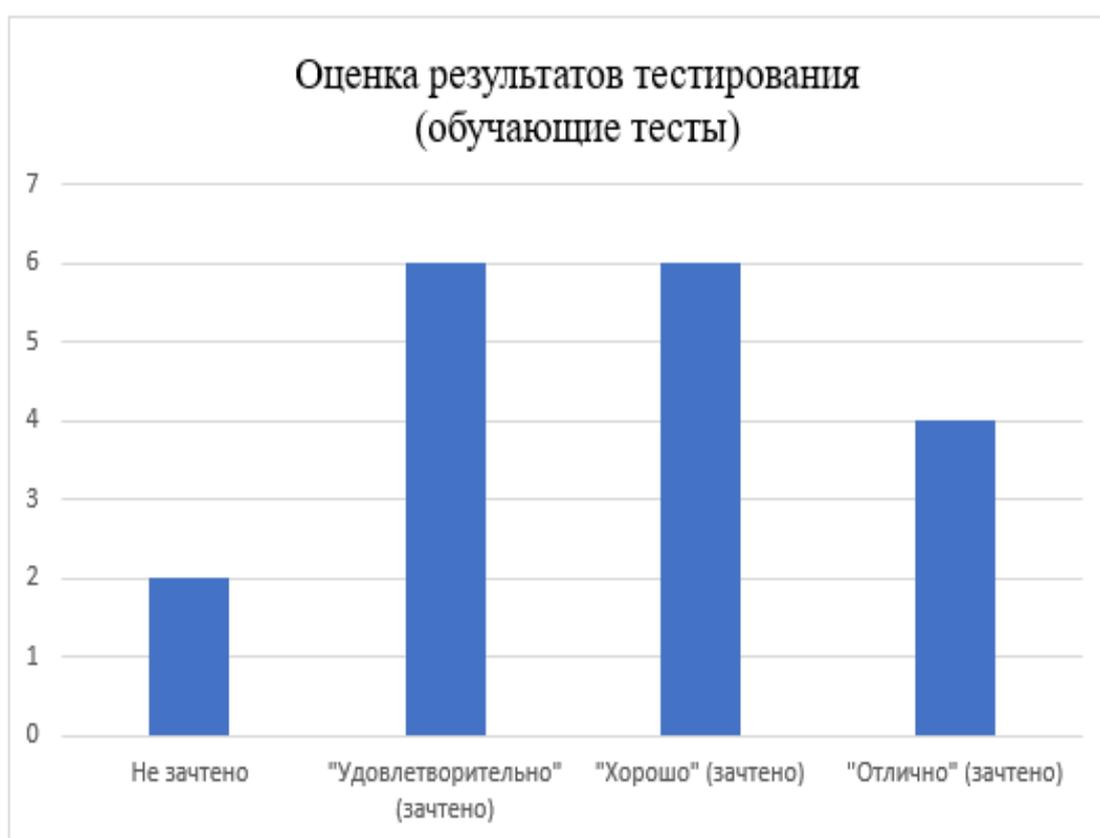


Рисунок 2 – Оценка результатов тестирования

После прохождения обучающихся тестов, студентам, особенно не справившимся с заданиями, был предоставлен теоретический материал для

самостоятельного изучения и/или повторения перед прохождением итогового теста (в соответствии с рисунком 3).

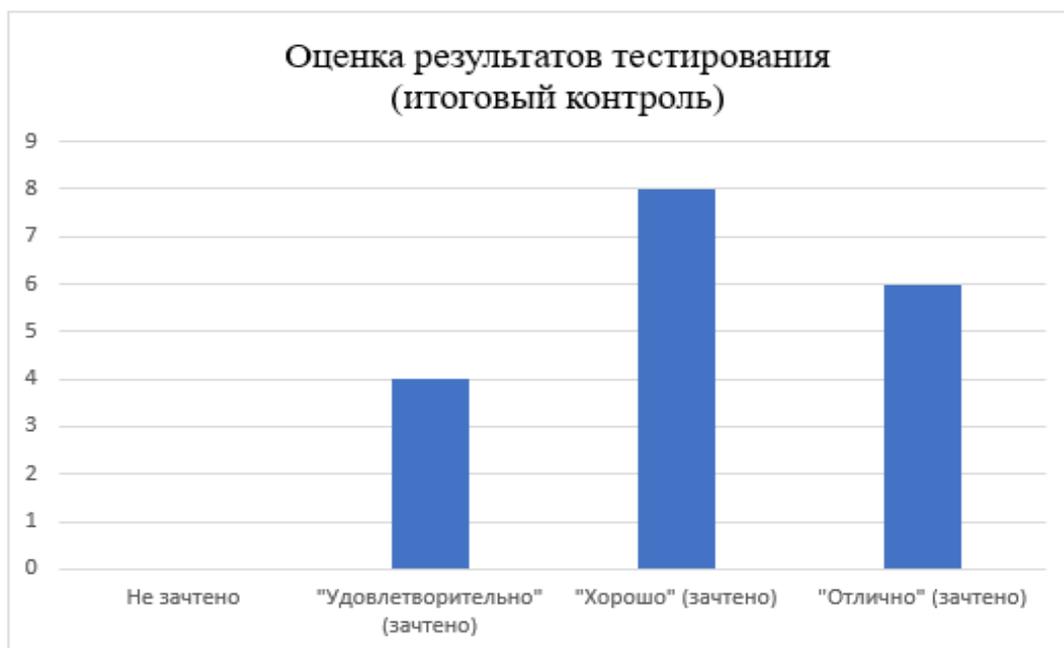


Рисунок 3 – Оценка результатов тестирования

Апробированные тесты позволили выявить слабые места в понимании материала. Проведенная апробация обучающих тестов и теста для итогового контроля подтверждает их эффективность в обучении по теме исследования и подчеркивает важность интеграции современных технологий в образовательную практику.

**Заключение.** В процессе теоретического и практического исследования в соответствии с целью и задачами магистерской работы получены следующие результаты:

1. Рассмотрены подходы различных авторов к описанию содержательно-методической линии школьного курса математики.

2. Охарактеризованы основные содержательно-методические линии курса алгебры: «линия тождественных преобразований», «линия уравнений и неравенств», «функционально-графическая линия».

3. Проведён анализ содержания рабочих программ пяти университетов по обучению бакалавров направления «Педагогическое образование» (профиль

«Математическое образование») основным содержательно-методическим линиям школьного курса алгебры.

4. Разработаны и апробированы обучающие тесты (4 варианта, по 15 заданий каждый) тест для итогового контроля (20 заданий) для подготовки бакалавров направления «Педагогическое образование» (профиль «Математическое образование») по разделу «Основные содержательно-методические линии курса алгебры» дисциплины «Основные линии школьного курса математики».