

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра математики и методики её преподавания

**Тема «Содержательно-методическая линия «Множества и логика»  
в подготовке бакалавров направления «Педагогическое образование»  
(профиль «Математическое образование»))»**

АВТОРЕФЕРАТ

студента 3 курса 323 группы

направления 44.04.01 Педагогическое образование

механико-математического факультета

Федоренко Ольги Григорьевны

Научный руководитель

доцент, к.п.н., доцент

\_\_\_\_\_

подпись, дата

Т. А. Капитонова

Зав. кафедрой

к.п.н., доцент

\_\_\_\_\_

подпись, дата

И. К. Кондаурова

Саратов 2024

**Введение.** Современный этап развития системы образования в Российской Федерации характеризуется кардинальными преобразованиями на всех уровнях образования, реализуемыми введением в действие Федеральных государственных образовательных стандартов.

Согласно Федеральному закону «Об образовании в РФ» одним из принципов государственной политики в сфере образования является единство образовательного пространства на территории Российской Федерации, что определяет важность целостного подхода к системе образования, при котором будет учтено взаимное влияние элементов, ее составляющих.

В условиях модернизации отечественного образования, в частности, развития системы профильного обучения, возрастает актуальность проблемы совершенствования математической подготовки выпускников педагогических вузов.

Совершенствование системы обучения элементам множества и логики будет способствовать как созданию целостной развивающей среды, так и обеспечению единства образовательного пространства и преемственности всех уровней образования.

Цель магистерской работы: теоретически описать содержание линии «Множества и логика», практически разработать и апробировать тесты по теме «Содержательно-методическая линия «Множества и логика»» для подготовки бакалавров направления «Педагогическое образование» (профиль «Математическое образование»).

Задачи магистерской работы:

1. Рассмотреть основные понятия раздела «Элементы теории множеств и логики».

2. Провести анализ рабочих программ ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского» по обучению бакалавров направления «Педагогическое образование» (профиль «Математическое образование») элементам теории множеств и логики.

3. Разработать и апробировать обучающие тесты и тесты для итогового контроля по дисциплине «Основные линии школьного курса математики» для подготовки бакалавров направления «Педагогическое образование» (профиль «Математическое образование») по теме «Содержательно-методическая линия «Множества и логика»».

Структура работы: введение, два раздела («Содержательно-методическая линия «Множества и логика» в подготовке бакалавров направления «Педагогическое образование» (профиль «Математическое образование»): теоретические аспекты»; «Содержательно-методическая линия «Множества и логика» в подготовке бакалавров направления «Педагогическое образование» (профиль «Математическое образование»): практические аспекты»), заключение, список использованных источников.

**Основное содержание работы.** Первый раздел работы посвящен решению первых двух задач исследования. Рассмотрено основное содержание раздела «Элементы теории множеств и логики» в подготовке бакалавров направления «Педагогическое образование» (профиль «Математическое образование»). Проведен анализ раздела «Элементы теории множеств и логики» рабочих программ, используемых для подготовки бакалавров ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского» направления «Педагогическое образование» (профиль подготовки «Математическое образование»).

Определение 1. Два множества называются равными, если они состоят из одних и тех же элементов.

Определение 2. Пусть  $a \in A$ . Тогда если любой элемент  $a$ , принадлежащий  $A$ , принадлежит множеству  $B$ , то говорят, что множество  $A$  включено в множество  $B$ , или что множество  $A$  является подмножеством множества  $B$ , или что множество  $A$  является частью множества  $B$ .

Определение 3. Два множества называются равными, если они являются взаимными подмножествами, т.е. если  $A \subset B$  и  $B \subset A$ .

Определение 4. Объединением множеств  $A$  и  $B$  называется множество  $C$ , образованное всеми элементами, которые принадлежат хотя бы одному из

множеств  $A$  или  $B$ . Записывается это так:  $A \cup B = C$ , где  $C = \{c | c \in A \text{ или } c \in B\}$  (в соответствии с рисунком 1).

Определение 5. Пересечением множеств  $A$  и  $B$  называется множество  $C$ , образованное всеми элементами, которые принадлежат одновременно и множеству  $A$ , и множеству  $B$ . Записывается это так:  $A \cap B = C$ , где  $C = \{c | c \in A \text{ и } c \in B\}$  (в соответствии с рисунком 2).

Для наглядного представления множеств и операций над ними используются диаграммы Эйлера-Венна. При этом множество изображается частью плоскости, ограниченной замкнутой кривой; элементами множества служат точки.

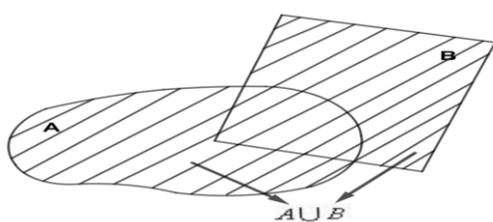


Рисунок 1

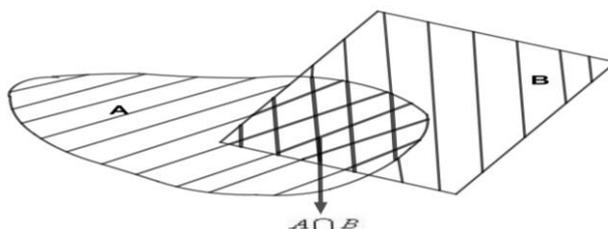


Рисунок 2

Определение 6. Для конечного множества  $A$  через  $m(A)$  обозначим число элементов в множестве  $A$ .

Определение 7. Пусть  $E$  – есть основное или универсальное множество, где  $A \subset E$ , тогда  $\begin{cases} A \cup E = E \\ A \cap E = A \end{cases}$ .

Определение 8. Множество всех элементов универсального множества  $E$ , не принадлежащих множеству  $A$ , называется дополнением множества  $A$  до  $E$  и обозначается  $\bar{A}_E$  или просто  $\bar{A}$ , если известно универсальное множество  $E$ .

Определение 9. Разностью двух множеств  $A$  и  $B$  называется множество, состоящее из всех элементов множества  $A$ , не принадлежащих множеству  $B$ .

Определение 10. Прямым или декартовым произведением множеств  $A$  и  $B$  называется множество, состоящее из всех возможных упорядоченных пар, первый элемент в которых из множества  $A$ , а второй элемент – из множества  $B$ . Произведение множеств  $A$  и  $B$  обозначается как  $A \times B$ .

Определение 11.  $n$ -й декартовой степенью множества  $A$  (где  $n \geq 2$  – натуральное число) называют множество, состоящее из всех возможных упорядоченных наборов из  $n$  элементов, каждый из которых принадлежит множеству  $A$ .  $n$ -декартова степень множества  $A$  обозначается как  $A^n$ .

Определение 12. Множество, элементами которого являются все подмножества множества  $A$ , называется множеством подмножеств (множеством-степенью) множества  $A$  и обозначается  $P(A)$  (или как  $2^A$ ).

Определение 13. Под высказыванием понимается такое предложение, которое либо истинно, либо ложно.

Определение 14. Отрицанием высказывания  $x$  называется новое высказывание, обозначаемое  $\bar{x}$  или  $\neg x$  (читается «не  $x$ »), которое истинно тогда и только тогда, когда  $x$  – ложно.

Определение 15. Конъюнкцией двух высказываний  $x$  и  $y$  называется новое высказывание, обозначаемое  $x \wedge y$  или  $x \& y$  (читается « $x$  и  $y$ »), которое истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания  $x$  и  $y$  одновременно истинны.

Определение 16. Дизъюнкцией двух высказываний  $x$  и  $y$  называется новое высказывание, обозначаемое  $x \vee y$  (читается « $x$  или  $y$ »), которое ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно ложны.

Определение 17. Импликацией двух высказываний  $x$  и  $y$  называется новое высказывание, обозначаемое  $x \rightarrow y$  или  $x \supset y$  (читается: «если  $x$  то  $y$ »; «из  $x$  следует  $y$ »; « $x$  влечет за собой  $y$ »), которое ложно в том и только в том случае, когда высказывание  $x$  истинно и высказывание  $y$  ложно.

Определение 18. Эквиваленцией двух высказываний  $x$  и  $y$  называется новое высказывание, обозначаемое  $x \sim y$  или  $x \equiv y$  или  $x \leftrightarrow y$  (читается « $x$  тогда и только тогда, когда  $y$ »), которое истинно тогда и только тогда, когда  $x$  и  $y$  одновременно истинно или ложно.

Определение 19. Предикатом называется предложение, которое содержит одну или несколько переменных и превращается в высказывание, если переменным придать конкретные значения.

Определение 20. Формула логики – это символическая запись предложения, содержащая буквы, обозначающие высказывания и предикаты, а также логические и математические символы.

Определение 21. Две формулы алгебры логики  $A$  и  $B$  называются равносильными, если они принимают одинаковые логические значения на любом наборе значений входящих в нее переменных.

Определение 22. Формула  $A$  называется тождественно истинной (или тавтологией), если она принимает значение 1 при всех значениях входящих в нее переменных.

Определение 23. Формула  $A$  называется тождественно ложной, если она принимает значение 0 при всех значениях входящих в нее переменных.

Определение 24. Теорема – это математическое предложение, истинность которого устанавливается посредством доказательства.

Определение 25. Теорема, заключение которой содержит квантор существования, называется теоремой существования.

Определение 26. Теорема, в которой утверждается, что некоторым свойством обладает не более чем один объект, называется теоремой единственности.

Определение 27. Теорема, в которой утверждается существование ровно одного объекта, обладающего некоторым свойством, называется теоремой существования и единственности.

Второй раздел работы посвящен решению третьей задачи исследования. Разработаны обучающие тесты (четыре варианта, по 15 заданий каждый) и тесты для итогового контроля (два варианта, по 15 заданий каждый) для подготовки бакалавров направления «Педагогическое образование» (профиль «Математическое образование») по линии «Множества и логика» дисциплины «Основные линии школьного курса математики».

Апробация тестового материала проходила в 461 группе – 12 человек – обучающихся на дневном отделении механико-математического факультета по программе бакалавриата по направлению «Педагогическое образование»

(профиль «Математическое образование») ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского».

Тестирование имеет ряд преимуществ перед традиционными формами и методами контроля. Основными достоинствами данной формы контроля знаний являются: возможность детальной проверки усвоения студентами каждой темы курса; осуществление оперативной диагностики уровня усвоения учебного материала каждым студентом; обеспечение одновременной проверки знаний учащихся всей группы; индивидуализация работы с каждым студентом; экономия учебного времени при контроле знаний и оценке результатов обученности.

Представим один из вариантов обучающих тестов.

### Вариант 1

1. Соотнесите множества с принадлежащими ему элементами.

1) {a, b, c}	а) не содержит ни одного элемента
2) {a}	б) a
3) {{a}}	в) {a, b}, {c}
4) $\emptyset$	г) {a}, a, $\emptyset$
5) { $\emptyset$ }	д) {a, b, c}, a
6) {{a, b}, {c}}	е) {c}
7) {{a, b, c}, a}	ж) $\emptyset$
8) {{a}, a, $\emptyset$ }	з) {a}
	и) a, b, c

1	2	3	4	5	6	7	8

2. Отметьте кружочком равные множества.

а) $X = \emptyset, Y = \{\emptyset\}$ ;	в) $X = \{с, п, р\}, Y = \{\{с, п\}, р\}$ ;	д) $X = \{x   x - \text{слова «урок», «математики»}\}, Y = \{y, р, о, к, м, а, т, е, м, а, т, и, к, и\}$ ;
б) $X = \{x   x - \text{гласный звук слова «математика»}\}, Y = \{a, e, и\}$ ;	г) $X = \{x: x^2 + x - 2 = 0\}, Y = \{-2, 1\}$ ;	е) $X = \{\sqrt{256}, \sqrt{81}, \sqrt{16}, \sqrt{1}\}, Y = \{1^2; 2^2; 3^2; 4^2\}$ .

3. Имеются следующие множества:  $A = \{1, 2\}, B = \{1, 3, 5\}, C = \{1, 2, 7, 9\}, D = \{\{1\}, \{2\}\}, K = \emptyset, L = \emptyset$ . Отметьте кружочком случаи, в которых верно определено отношение включения и принадлежности между множествами.

а)  $A \in C$  б)  $\emptyset \subset A$  в)  $B \subset C$  г)  $A \subset C$  д)  $A \in D$  е)  $1 \in D$  ж)  $K \subset L$  з)  $K \in L$

4. Установите соответствие между аналитическими записями.

1) $A \cap (B \cup C) =$	а) $= \emptyset$
2) $A \cup \bar{A} =$	б) $= E$
3) $(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) =$	в) $= A$
4) $\overline{A \cup B} =$	г) $= (A \cap B) \cup (A \cap C)$
5) $A \cap (B \cup C) =$	д) $= (A \cap B) \setminus (A \cap C)$
6) $A \cap \bar{A} =$	е) $= (A \cap B) \cap C$
7) $A \cap (B \cap C) =$	ж) $= \bar{A} \cap \bar{B}$
8) $A \cup (B \cup C) =$	з) $= (A \cup B) \cup C$
	и) $= (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

1	2	3	4	5	6	7	8

5. Решить неравенство  $\frac{x^2}{(x-7)(x+6)} \geq 0$  (отметьте кружочком верный ответ).

- а)  $(-\infty; \infty)$ ; б)  $(-\infty; -6) \cup \{0\} \cup (7; \infty)$ ; в)  $(-\infty; -6) \cup (7; \infty)$ ; г)  $\{0\}$ ;  
 д)  $(-6; 7]$ ; е)  $(-\infty; -6) \cup \{6\} \cup (7; \infty)$ ; ж)  $(-\infty; 6) \cup [7; \infty)$ ; з)  $\{7\}$ .

6. Экзамен по математике сдавали 280 человек. Отметку ниже «5» получили 205 человек. Выдержали экзамен 250 человек. Определите сколько человек получили отметку «3» или «4» (отметьте кружочком правильный ответ).

- а) 45 б) 130 в) 180 г) 210 д) 200 е) 175

7. Установите соответствие между аналитическими записями и графическими иллюстрациями операций над множествами.

1) $A \cup \bar{B}$	
2) $\bar{A} \cap B \cap C$	
3) $\overline{A \cup B}$	
4) $\overline{A \cup B}$	
5) $(\bar{A} \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$	
6) $((B \setminus A) \setminus C) \cup (B \cap C \cap A)$	
7) $A \cap \bar{B} \cap C$	
8) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$	

1	2	3	4	5	6	7	8

8. Пусть в  $R$  заданы множества  $A = \{x: 0 \leq x \leq 1\}$ ,  $B = \{y: 0 \leq y \leq 2\}$ , тогда декартово произведение  $A \times B$  представляет собой (верный ответ отметьте кружочком):

- а) квадрат; б) отрезок; в) прямоугольник; г) трапеция; д) ромб;  
е) совокупность точек, принадлежащих сторонам прямоугольника.

9. Укажите в каких из указанных случаев предложение является высказыванием (верные ответы отметьте кружочком).

- а) число 0,00000001 очень мало; б) тюльпаны бывают красные;  
в)  $2 + 2 = 5$ ; г) 221 – простое число; д)  $13 < 17$ ; е) привет, студент!  
ж) для всех чисел  $x$  и  $y$  верно равенство  $x + y = y + x$ ; з)  $xy = ux$ ;  
и)  $x^2 - 7x + 12$ ; к)  $x^2 - 7x + 12 = 0$ .

10. Установите соответствие между высказыванием и формулой логики высказываний,  $a$  – «Петр любит петь»,  $b$  – «Иван любит танцевать»,  $c$  – «На улице хорошая погода»,  $d$  – «Все пошли гулять»,  $e$  – «Идет дождь».

1) «Все пошли гулять, если на улице хорошая погода и не идет дождь»	а) $(a \wedge b) \rightarrow (d \vee e)$
2) «Либо Иван любит танцевать, либо Петр любит петь, либо на улице плохая погода»	б) $a \vee b \vee \bar{c}$
3) «На улице хорошая погода тогда и только тогда, когда не идет дождь или все пошли гулять»	в) $c \leftrightarrow (\bar{e} \vee d)$
4) «Если Петр любит петь, а Иван любит танцевать, то либо все пошли гулять, либо идет дождь»	г) $(c \wedge \bar{e}) \rightarrow d$
5) «Иван любит танцевать тогда и только тогда, когда Петр не любит петь, а Петр любит петь тогда и только тогда, когда Иван не любит танцевать»	д) $(b \leftrightarrow \bar{a}) \wedge (a \leftrightarrow \bar{b})$
6) «Не верно, что из того, что на улице хорошая погода следует, что Иван не любит танцевать или Петр любит петь»	е) $(c \wedge d) \rightarrow a \vee b$
7) «Петр любит петь тогда и только тогда, когда либо на улице хорошая погода, либо идет дождь»	ж) $a \leftrightarrow (c \vee e)$
8) Если Петр не любит петь, то не верно, что на улице хорошая погода или идет дождь»	з) $\bar{a} \rightarrow \overline{(c \vee e)}$
	и) $c \rightarrow (\bar{b} \vee a)$

1	2	3	4	5	6	7	8

11. Пусть  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Укажите какие из следующих утверждений являются истинными (верные ответы отметьте кружочком).

- а)  $(\forall x \in A)(x + 5 > 12)$ ; б)  $(\forall x \in A)(2x > x - 3)$ ; в)  $(\exists x \in A)(\sqrt{x} = 3)$ ;  
г)  $(\exists x \in A)(\frac{x}{2} = 4)$ ; д)  $(\exists x \in A)(\frac{x}{3} = 2)$ ; е)  $(\exists x \in A)(x^3 - 14x^2 + 49x - 1 < 0)$ .

12. Найдите решения системы логических уравнений

$$\begin{cases} a \rightarrow b \wedge c = 1 \\ a \vee b \leftrightarrow c = 0 \end{cases} \quad (\text{отметьте верный(е) ответ(ы) кружочком}).$$

а)  $a = 0, b = 0, c = 0$ ; б)  $a = 0, b = 0, c = 1$ ; в)  $a = 0, b = 1, c = 0$ ;

г)  $a = 0, b = 1, c = 1$ ; д)  $a = 1, b = 1, c = 1$ ; е)  $a = 1, b = 0, c = 1$ .

13. На вопрос: «Кто из трех студентов изучал математическую логику?» получен верный ответ – «Если изучал первый, то изучал и третий, но неверно, что если изучал второй, то изучал и третий.». Ответьте на вопрос: «Кто из студентов изучал математическую логику?» (отметьте кружочком верный ответ).

а) 1-й; б) 2-й; в) 3-й; г) 1-й и 2-й; д) 1-й и 3-й;

е) 2-й и 3-й; ж) 1-й, 2-й, 3-й; з) никто не изучает.

14. Определите какие из следующих утверждений истинны (отметьте кружочком верные ответы).

а) Для того, чтобы сумма двух положительных чисел была меньше 40, необходимо, но не достаточно, чтобы хотя бы одно из слагаемых было меньше 20;

б) Для того, чтобы четырехугольник был ромбом, достаточно, чтобы его диагонали были взаимно перпендикулярны;

в) Для того, чтобы углы были равны, достаточно, чтобы они были вертикальными;

г) Для того, чтобы каждое из слагаемых делилось на 3, достаточно, чтобы сумма делилась на 3;

д) Для делимости числа  $x$  на 4 необходимо, чтобы его последняя цифра была четной;

е) Для того, чтобы четырехугольник был параллелограммом необходимо и достаточно, чтобы его диагонали делились точкой пересечения пополам.

15. Установите правильную последовательность решаемых дидактических задач при обучении педагогом-математиком обучающихся доказательствам.

а) умение воспроизводить готовые доказательства;

б) изложение доказательств указанным методом или способом;

в) самостоятельный поиск и изложение доказательств математических утверждений;

г) самостоятельное построение доказательства по образцу с изученным;

д) поиск доказательств указанным методом или способом;

е) изучение готовых доказательств.

1	2	3	4	5	6

Обучающие тесты по теме предлагаются в начале ее изучения, а содержащиеся в них задания направлены на закрепление и углубление знаний по учебной дисциплине. Итоговое тестирование по теме проводится по окончании обучения по теме и направлено на систематизацию и обобщение учебного материала, а также является эффективным стимулом к самостоятельной работе студентов над теоретическим материалом.

**Заключение.** В результате написания магистерской работы получены следующие результаты.

1. Рассмотрено основное содержание раздела «Элементы теории множеств и логики» в подготовке бакалавров направления «Педагогическое образование» (профиль «Математическое образование»).

2. Проведен анализ раздела «Элементы теории множеств и логики» рабочих программ, используемых для подготовки бакалавров ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского» направления «Педагогическое образование» (профиль подготовки «Математическое образование»).

3. Разработаны обучающие тесты (4 варианта, по 15 заданий каждый) и тесты для итогового контроля (2 варианта, по 15 заданий каждый) для подготовки бакалавров направления «Педагогическое образование» (профиль «Математическое образование») по линии «Множества и логика» дисциплины «Основные линии школьного курса математики».

Практическая значимость проведенного исследования состоит в том, что разработанные тестовые материалы могут быть использованы в образовательном процессе для подготовки педагогов-математиков.

