

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра математического и компьютерного моделирования

Гиперзвуковое обтекание треугольного крыла

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 411 группы

направление 01.03.02 — Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета

Майорова Кирилла Александровича

Научный руководитель
старший преподаватель

В.С. Кожанов

Зав. кафедрой
зав. каф., д.ф.-м.н., доцент

Ю.А. Блинков

Саратов 2025

Введение. Гиперзвуковая аэродинамика треугольного крыла представляет собой ключевое направление исследований в области высокоскоростных летательных аппаратов. Такие крылья широко применяются в гиперзвуковых крылатых ракетах, космических системах и перспективных летательных аппаратах благодаря их аэродинамической эффективности и устойчивости в условиях интенсивных тепловых и механических нагрузок.

Актуальность темы обусловлена возрастающим интересом к гиперзвуковым технологиям, которые играют ключевую роль в развитии современных аэрокосмических систем, перспективных летательных аппаратов и средств доставки. Исследование аэродинамических характеристик треугольного крыла в гиперзвуковом потоке представляет значительный научный и практический интерес, поскольку такая конфигурация обладает рядом преимуществ, включая высокую устойчивость на больших скоростях, эффективное распределение тепловых нагрузок и оптимальное соотношение подъемной силы и лобового сопротивления.

Целью исследования является анализ особенностей гиперзвуковой аэродинамики треугольного крыла, включая исследование распределения давления, ударно-волновой структуры, тепловых потоков и аэродинамических коэффициентов. Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

- рассмотреть теоретические основы гиперзвукового обтекания тонких тел;
- изучить специфику аэродинамики треугольного крыла при высоких числах Маха;
- проанализировать влияние геометрических параметров крыла (угла стреловидности, удлинения, профиля) на его аэродинамические характеристики;
- провести сравнительный анализ с другими конфигурациями крыльев в гиперзвуковом режиме.

Объектом исследования является треугольное крыло в гиперзвуковом потоке, предметом исследования – его аэродинамические характеристики и особенности обтекания.

Методологическую основу работы составляют теоретические методы аэродинамики гиперзвуковых скоростей, включая уравнения Навье-Стокса и Эйлера, методы локально-линеаризованных решений, а также численное моделирование.

Практическая значимость работы заключается в возможности применения полученных результатов при проектировании гиперзвуковых летательных аппаратов, включая крылатые ракеты, космические системы и перспективные авиационные комплексы.

Структура работы включает введение, теоретическую часть, аналитическое исследование, результаты моделирования и заключение.

В первом разделе описывается теория гиперзвуковой аэродинамики и его основные определения, например скачок уплотнения, что возникает в сверхзвуковом потоке из-за угла атаки. Сжатый воздух течёт снизу поверхностей и давит на них, что создаёт подъёмную силу аппарата. Скачок уплотнения может быть присоединённым к острой передней кромке крыла, присоединённым только к заострённой вершине или полностью отсоединённым. Изменение характера обтекания. Набегающий гиперзвуковой поток, проходя через скачок уплотнения большой интенсивности вблизи наветренной поверхности крыла, становится умеренно сверхзвуковым или даже дозвуковым. Образование областей закритического течения. На треугольных крыльях с температурой поверхности малой по сравнению с температурой торможения могут образовываться такие области, в которых происходит «запирание» распространения возмущений. Характер течения в трёхмерном ламинарном пограничном слое на треугольном крыле, обтекаемом гиперзвуковым потоком вязкого газа, зависит от многих определяющих параметров.

Во втором разделе описывается физическое явление в гиперзвуковом обтекании крыла под конечным углом атаки, и картина течения близка к "ньютоновской": на верхней поверхности давление почти равно нулю, а к нижней поверхности прилегает тонкая область течения сильно сжатого газа. Для исследования обтекания нижней поверхности можно применить теорию тонкого ударного слоя, т. е. использовать разложение по малому параметру ε , равному отношению значений плоскости на сильном скачке уплотнения. Рассмотрим течение около крыла малого удлинения, характерного для полета с

большей скоростью. Предположим, что отношение в полуразмаха b крыла к его корневой хорде (для треугольного крыла - полуугол при вершине) является величиной того же порядка малости, что и угол Маха в сжатом слое. Тогда при осуществлении предельного перехода $\varepsilon \rightarrow 0$ параметр $\Omega = b\varepsilon^{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \alpha$ остается величиной порядка единицы.

В третьем разделе описывается симметричное обтекание плоского треугольного крыла малого удлинения с присоединенным скачком уплотнения. Крыло лежит в плоскости $y = 0$. Вектор скорости набегающего гиперзвукового потока с числом M_∞ составляет угол атаки $\alpha = O(1)$ с этой плоскостью. Газ будем считать идеальным и совершенным. Введение малого параметра

$$\varepsilon = \frac{x-1}{x+1} + \frac{2}{(x+1)M_\infty^2 \sin^2 \alpha} \quad (1)$$

(x - отношение теплоемкостей) связано с предельным переходом (теория ударного слоя)

$$M_\infty^2 \sin^2 \alpha \rightarrow \infty, x \rightarrow 1 \quad (2)$$

Предположим, что при $\varepsilon \rightarrow 0$

$$(x-1)M_\infty^2 \sin^2 \alpha = \text{const} = O(1), \quad \frac{\phi}{\varepsilon^{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \alpha} = \Omega = \text{const} \quad (3)$$

1. Воспользуемся работой гиперзвукового закона плоских сечений для тонких тел при больших углах атаки в совокупности с предельным переходом (1) получены уравнения и граничные условия для поправок следующего порядка к исходным ньютоновским значениям газодинамических функций в поперечной плоскости $x = 1$, в которой введены деформированные конические переменные:

$$\eta = \frac{y}{x\varepsilon^{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \alpha}; \quad \zeta = \frac{z}{x\varepsilon^{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \alpha}$$

В силу симметрии обтекания ограничимся рассмотрением правой половины крыла ($\zeta \geq 0$), предположим, что при $0 \geq \zeta \geq \zeta_*$ функция тока на

поверхности крыла переменна и форма скачка уплотнения здесь находится из системы уравнений

$$\eta''[1 - \frac{1}{(\eta'_s + \zeta)^2}] = \frac{\psi'_\omega}{(\psi_\omega - \zeta)^2}; \quad (4)$$

$$-\eta[\psi_\omega(\zeta)] = \zeta, \quad (5)$$

где ψ_ω функция тока на поверхности крыла, а на интервале поверхность крыла совпадает с некоторой поверхностью тока. Форма проекций поверхностей тока (4) связана с формой скачка уплотнения уравнением

$$\eta''_s = \eta''_s[1 - \frac{1}{(\eta'_s + \zeta)^2}] \quad (6)$$

Распределение давления по поверхности крыла дается выражением

$$p_\omega(\zeta) = p_s(\zeta) + \eta_t \int_{\zeta}^{\psi_\omega(\zeta)} \frac{[\eta'_s(\zeta_1) + \zeta]^3}{[\eta'_s(\zeta) + \zeta_1]^2} d\zeta_1 \quad (7)$$

Начнем построение решения от передней кромки крыла. В интервале $\zeta_* \leq \zeta \leq \Omega$ поверхность крыла совпадает с некоторой поверхностью тока, поэтому скачок уплотнения описывается уравнением

$$\eta''_s[1 - \frac{1}{(\eta'_s + \zeta)^2}] = 0 \quad (8)$$

Очевидно, что это уравнение имеет два решения

$$\eta'_s = const \quad (9)$$

$$\eta'_s = 1 - \zeta \quad (10)$$

При условии $\Omega > 2$ кромки крыла являются сверхзвуковыми и присоединенный скачок уплотнения будет в некотором диапазоне плоским, причем наклон его $\eta'_s = -T$, где $T = \frac{1}{2}(\Omega - \sqrt{\Omega^2 - 4})$. Плоский скачок уплотнения соответствует решению (9). Однако на всем протяжении от передней кромки до плоскости симметрии скачок плоским быть не может, так как в

этом случае не выполнялось бы условие симметрии $\eta'_s(0) = 0$. Воспользуемся решением (10), которое дает скачок уплотнения, плавно стыкующийся с плоским в сечении $\zeta_0 = 1 + T$. Оказывается, что в этом сечении поперечная скорость потока $(\zeta - \omega)$ равна скорости звука. Таким образом, в области $I(\zeta_* < \zeta \leq \Omega, \zeta_0 \leq \psi \leq \Omega)$ (в соотв. с рис.1)

$$\eta_s = T(\Omega - \zeta), \eta(\zeta) = \frac{(\zeta - T)(\Omega - \psi)}{(\psi - T)(\Omega - T)} \quad (11)$$

При $\zeta = \zeta_0$ произведем стыковку решений (10) и (11) с обеспечением непрерывности наклона поверхности скачка уплотнения. Пусть решение (10) соответствует отрезку $\zeta_1 \leq \zeta \leq \zeta_0$, где скачок уплотнения будет иметь параболическую форму. Значение координаты ζ_1 конца параболической зоны заранее неизвестно. Его нужно подобрать так, чтобы в конечном счете удовлетворить условию симметрии скачка уплотнения. Обозначим длину этой зоны через $\Delta = \zeta_0 - \zeta_1$. Тогда форма параболического скачка уплотнения, непрерывно и гладко переходящего в плоский скачок при $\zeta = \zeta_0$, определяется выражением

$$\eta_s(\zeta) = -\frac{\zeta^2}{2} + \zeta - \frac{1}{2}(T^2 + 1) + T(\Omega - 1). \quad (12)$$

В области II ($\zeta_* \leq \zeta \leq \zeta_0, \zeta_1 \leq \psi \leq \zeta_0$) проекции поверхностей тока прямолинейны, так же как и в области I:

$$\eta_t(\zeta) = (2 - \psi)\zeta + \frac{1}{2}(T^3 + \psi^2 + 1) - (T + \psi) \quad (13)$$

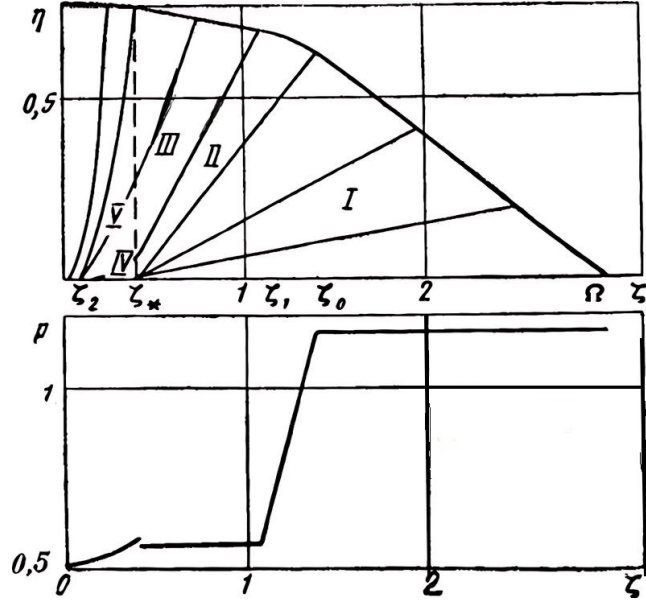


Рисунок 1

Параболический скачок уплотнения при $\zeta = \zeta_*$ должен перейти непрерывно и гладко во вторичный плоский скачок, расположенный в интервале $\zeta_* \leq \zeta \leq \zeta_1$. В области III ($\zeta_* \leq \zeta \leq \zeta_1, \zeta_* \leq \psi \leq \zeta_1$) имеем:

$$\begin{cases} \eta_s(\zeta) = (\Delta - T)\zeta + \frac{\Delta^2}{2} - \Delta + T(\Omega - \Delta); \\ \eta_t(\zeta) = (\Delta - T + \frac{1}{\Delta - T + \psi})\zeta + T^2 + \frac{\Delta^2}{2} + \Delta(T + 1) + \frac{T - \Delta}{T - \Delta - \psi}. \end{cases} \quad (14)$$

Проекции поверхностей тока снова являются прямыми. Слева от сечения $\zeta = \zeta_*$ функция тока на поверхности крыла становится переменной. Рассмотрим интервал значений ζ , в котором оканчиваются проекции поверхностей тока, пересекающие параболическую часть скачка. Для функции $\eta'_s(\zeta) = 1 - \zeta$ обратной, удовлетворяющей уравнению (5), является функция

$$\psi_\omega(\zeta) = \zeta + 1 \quad (15)$$

определенная в интервале $\zeta_2 \leq \zeta \leq \zeta_*$, где $\zeta_* = T, \zeta_2 = T - \Delta$.

В области IV ($\zeta_* \leq \zeta \leq \zeta_1, \zeta_* \leq \psi \leq \zeta_1$) проекции поверхностей тока имеют вид парабол;

$$\eta_t(\zeta) = \frac{1}{2}(\zeta + 1 - \psi)^2 \quad (16)$$

Можно показать, что плоскость крыла является огибающей поверхностей тока. В самом деле, наклон данной проекции поверхности тока $\eta'_t = (\zeta + 1) - \psi$ на поверхности крыла $\psi = \psi_\omega(\zeta)$ в (15) обращается в нуль. Искривленность скачка уплотнения на параболическом участке приводит к тому, что на некоторой части поверхности крыла функция тока становится переменной, т. е. образуется особая поверхность тока. Далее, вдоль характеристик $\zeta = \text{const}$ влияние этой кривизны распространяется на области IV и V. Поэтому скачок уплотнения над областью V будет также искривлен. Проекция поверхностей тока в этой области имеют вид парабол, собирающихся в точку $\zeta = \zeta_2$ на поверхности крыла. Вычисляя распределение давления по крылу по формуле (6); получим вследствие прямолинейности проекций поверхностей тока в областях I-III

$$p_\omega(\zeta) = p_s(\zeta), \zeta_* < \zeta \leq \Omega \quad (17)$$

или

$$p_\omega(\zeta) = \begin{cases} T\Omega, \zeta_0 < \zeta \leq \Omega \\ 2(\zeta - 1) + T(\Omega - 2), \zeta_1 \leq \zeta \leq \zeta_* \\ T\Omega - 2\Delta, \zeta_* < \zeta \leq \zeta_1 \end{cases} \quad (18)$$

Если считать, что давление на подветренной поверхности крыла равно нулю, то закон подобия для коэффициента нормальной силы запишется в виде:

$$\frac{c_N - 2 \sin^2 \alpha - \frac{1}{x} M_\infty^2}{\varepsilon \sin^2 \alpha} = F(\Omega) \quad (19)$$

где функция $F(\Omega) = \frac{2}{\Omega} \int_0^\Omega p_\omega(\zeta) d\zeta$ может быть приближенно вычислена по формулам (18).

2. Как видно из п. 1, проекции поверхностей тока в области I прямолинейны и собираются в точку ζ_* на крыле, причем наклон предельной левой проекции равен $1 - T$. В то же время предельная правая проекция в области II, имеющая тот же наклон, переходит в область IV, касаясь поверхности крыла. Таким образом, данная проекция в пределе терпит излом при переходе из области II в область IV. Вычисляя предельные значения наклонов проекций поверхностей тока слева и справа от сечения ζ_* , можно убедиться, что и все

остальные проекции поверхностей тока претерпевают такой же излом. Это естественное следствие постоянства кривизны проекций поверхностей тока в вертикальном направлении. Излом поверхностей тока сопровождается изломом скачка уплотнения.

Из условия параллельности в области V предельных проекций поверхностей тока, начинающихся с обеих сторон от излома, имеем уравнение для определения наклона скачка слева от излома

$$\eta'_s + \frac{1}{\eta'_s + T} = L(\Delta), \quad (20)$$

из которого получаем

$$\eta'_s(\zeta_* - 0) = \frac{1}{2}[L - T - \sqrt{(L + T)^2 - 4}] \quad (21)$$

Здесь $L(\Delta) = \frac{1}{\Delta} + \Delta - 1$. В сечении $\zeta = \zeta_*$ действуют вертикально направленные сосредоточенные силы, которые и вызывают излом поверхностей тока в ударном слое, где плотность газа очень велика. Распределение давления вблизи $\zeta = \zeta_*$ имеет, следовательно, вид δ -функции. Поэтому в окрестности сечения $\zeta = \zeta_*$ нарушается предположение, сделанное в при выводе уравнения сохранения импульса в проекции на ось ζ , о том, что $p_\zeta = O(1)$. Построив в этой окрестности асимптотическое решение, для которого существен член p_ζ и применив метод асимптотического сращивания, можно получить равномерно пригодное решение для всей области, включая окрестность излома.

Заключение. В ходе проведённого исследования в области гиперзвуковой аэродинамики треугольного крыла были получены важные теоретические и практические результаты, позволяющие углубить понимание физических процессов, возникающих при обтекании подобных конфигураций на высоких скоростях.

Основные выводы работы:

1. Установлены закономерности взаимодействия ударных волн с пограничным слоем на поверхности треугольного крыла, оказывающие значительное влияние на аэродинамические характеристики и тепловые нагрузки.

2. Разработаны математические модели, описывающие распределение давления, температурные поля и силы сопротивления в гиперзвуковом потоке, что подтверждено результатами численного моделирования .

3. Определены оптимальные геометрические параметры треугольного крыла, обеспечивающие баланс между аэродинамической эффективностью и устойчивостью при гиперзвуковых скоростях.

4. Проведён сравнительный анализ различных методов управления пограничным слоем и теплозащиты, что позволило предложить рекомендации по повышению эксплуатационных характеристик летательных аппаратов.

Полученные результаты вносят вклад в развитие гиперзвуковой аэродинамики и могут быть использованы при проектировании перспективных летательных аппаратов, включая гиперзвуковые крылатые ракеты, космические системы и многоразовые носители. Дальнейшие исследования целесообразно направить на экспериментальную верификацию разработанных моделей в аэродинамических трубах, а также на изучение комбинированных аэродинамических схем с применением новых материалов и технологий.

Таким образом, проведённое исследование расширяет научные представления о гиперзвуковых течениях вокруг треугольных крыльев и способствует решению прикладных задач аэрокосмической индустрии.