МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра медицинской физики

ТЕРАГЕРЦЕВЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ МАГНИТОПЛАЗМЕННЫЕ ВОЛНЫ В ГРАФЕНЕ С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

АВТОРЕФЕРАТ
ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ БАКАЛАВРА

студентки 4 курса 4021 группы
направления 03.03.02 «Физика» (профиль - Компьютерные технологии в медицинской физике)
института физики
Шамариной Алины Алексеевны

Научный руководитель:

к.ф.-.м.н., доцент — должность, уч. ст., уч. зв.
16.06.25 — личная подпись, дата
Д.В. Фатеев — инициалы, фамилия

Зав.кафедрой медицинской физики

д.ф.-.м.н., профессор — должность, уч. ст., уч. зв.
16.06.25 — личная подпись, дата
Ан.В. Скрипаль — инициалы, фамилия

Саратов 2025

Введение. Терагерцовое (ТГц) излучение перспективно для связи, спектроскопии, диагностики и безопасности, но требует компактных и эффективных компонентов. Графен, благодаря высокой подвижности носителей и регулируемой проводимости, позволяет возбуждать плазмоны — коллективные колебания электронов, сильно локализованные на поверхности.

Графеновые плазмоны обладают малой длиной волны, что позволяет создавать миниатюрные ТГц-устройства. Их частоту можно настраивать электрическим смещением или химическим легированием. При добавлении магнитного поля возникают магнитоплазмоны с анизотропными свойствами, включая необратимость распространения и изменение поляризации. Это делает графен перспективным для перестраиваемых ТГц-устройств, управляемых электрически и магнитным полем.

Цель и задачи работы. Целью данной выпускной квалификационной работы является теоретическое исследование поверхностных магнитоплазмонных волн в графене в терагерцовом диапазоне с учётом пространственной дисперсии проводимости. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Проанализировать современное состояние исследований по теме, включая теорию поверхностных плазмонных волн в графене и влияние внешнего магнитного поля на плазмонные возбуждения.
2. Разработать физико-математическую модель распространения электромагнитных волн вдоль графенового слоя в присутствии постоянного магнитного поля, учитывая нелокальный характер проводимости графена.
3. Получить дисперсионное уравнение для поверхностных магнитоплазмонных волн графена с учётом пространственной дисперсии и исследовать его решения в терагерцовом диапазоне частот.

4. Проанализировать влияние пространственной дисперсии на свойства магнитоплазмонных волн сравнивая результаты с классической локальной моделью проводимости.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования являются электромагнитные поверхностные волны в графеновых структурах терагерцового диапазона, распространяющиеся при наличии внешнего магнитного поля. Предмет исследования — закономерности распространения терагерцовых поверхностных магнитоплазмонных волн в графене с учётом пространственной дисперсии, прежде всего влияние нелокальной проводимости графена на их дисперсионные характеристики и условия существования.

Методы исследования. В работе использованы методы теоретического анализа, включая аналитические подходы классической электродинамики, а также численные расчёты. Построение дисперсионных уравнений выполнено на основе уравнений Максвелла с граничными условиями для поверхностного тока в графене. Поверхностная проводимость графена моделируется с использованием кинетической теории с учётом зависимости проводимости от частоты и волнового числа, а также влияния магнитного поля. Полученные уравнения дисперсии решались итерационными численными методами с использованием современных программных средств компьютерной математики.

Научная новизна. Научная новизна работы заключается в развитии теории поверхностных плазмонных волн в графене с учётом пространственной дисперсии в условиях внешнего магнитного поля. Впервые получено полное дисперсионное уравнение, описывающее поверхностные магнитоплазмонные моды графена и учитывающее как зависимость проводимости от волнового вектора, так и циклотронный эффект, связанный с магнитным полем. На основе этого уравнения проведён анализ дисперсионных характеристик графеновых магнитоплазмонных волн в терагерцовом диапазоне при различных значениях магнитной индукции и

параметров графена. Показано, что учёт пространственной дисперсии приводит к существенным количественным и качественным отличиям в поведении плазмонных мод по сравнению с традиционной локальной моделью.

Структура работы. Дипломная работа изложена на 65 страницах машинописного текста и включает введение, четыре главы, заключение, список использованных источников. Во **введении** отражены актуальность темы, степень разработанности проблемы, цель и задачи исследования, объект и предмет, методы, научная новизна, практическая значимость и структура работы. **Первая глава** содержит теоретический обзор по теме исследования. **Во второй главе** проводится вывод тензора гидродинамической проводимости графена с учётом внешнего магнитного поля и пространственной дисперсии. **Третья глава** посвящена получению дисперсионного уравнения для поверхностных магнитоплазмонных волн на основе уравнений Максвелла и гидродинамической модели проводимости графена. **В четвёртой главе** выполняется исследование полученного дисперсионного уравнения: представлены методы численного решения, проведён анализ влияния пространственной дисперсии, вкладов звуковых эффектов и параметров системы на характер дисперсионных кривых. В **заключении** подводятся итоги работы, формулируются основные выводы и намечаются возможные направления дальнейших исследований.

Основное содержание. Первая глава «Теоретический обзор по теме исследования» представляет систематический анализ современного состояния исследований терагерцевых магнитоплазмонов в графене. Основное внимание уделено фундаментальным аспектам возникновения, распространения и свойств коллективных электронных возбуждений в условиях внешнего магнитного поля.

Ключевые направления анализа:

1. **Теория магнитоплазмонов:** Рассмотрены основы формирования магнитоплазмонных мод в графене как гибридных состояний,

сочетающих плазмонные колебания и циклотронное движение носителей. Особое внимание уделено роли тензора проводимости и граничных условий. Показано, что в слабых магнитных полях или при высоких уровнях Ферми ($n \gg 1$) система демонстрирует классическое поведение, описываемое моделью Друде.

2. **Экспериментальные наблюдения:** Обобщены ключевые эксперименты, подтверждающие уникальные свойства графена: гигантский эффект Фарадея (до 6° в монослое при 7 Тл), прямое наблюдение краевых и объемных магнитоплазмонов в ТГц-диапазоне (2.5–5 ТГц), а также циклотронного резонанса с регулируемой частотой посредством допирования.
3. **Влияние уровней Ландау:** Проанализированы особенности неэквидистантного спектра уровней Ландау в графене $E_n \sim sign(n)\sqrt{e\hbar v_F^2 B\lfloor n \rfloor}$. Показано, что переходы между уровнями генерируют множественные резонансы, а их гибридизация с плазмонами формирует *моды Бернштейна*, экспериментально обнаруженные в виде обертонов циклотронного резонанса.
4. **Гидродинамический режим:** Описаны условия перехода электронного газа в режим "вязкой жидкости", приводящий к ламинарному течению, визуализированному методами сканирующей зондовой микроскопии. Теоретические модели предсказывают возникновение магнитогидродинамических волн и специфические особенности проводимости.
5. **Звуковые моды:** Обосновано существование в графене акустических коллективных возбуждений:
    - *Амбиполярный звук* ("демон") — нейтральные колебания электрон-дырочных пар вблизи точки Дирака.
    - *Электронный звук* — волны давления в вырожденном ферми-газе ($\omega_s \propto q$), обусловленные квантовой жесткостью.

6. **Пространственная дисперсия:** Выявлена роль нелокальных эффектов и межзонных переходов, искажающих классическую дисперсию плазмонов ($\omega \propto q$) и приводящих к линейному закону ($\omega \propto q$) при больших q. Учет пространственной дисперсии критичен для интерпретации экспериментов (напр., мод Бернштейна).

Выводы по главе: Графен является уникальной платформой для магнитоплазмоники ТГц-диапазона благодаря сочетанию безмассовости носителей, высокой подвижности, электрической перестраиваемости и сильных магнитооптических эффектов. Ключевыми факторами, определяющими свойства магнитоплазмонов, выступают: квантование уровней Ландау, коллективные взаимодействия, гидродинамические явления и пространственная дисперсия. Теоретические модели и экспериментальные данные подтверждают перспективность графена для создания магнитоуправляемых ТГц-устройств (модуляторов, изоляторов, сенсоров).

Во второй главе «Гидродинамическая проводимость графена» была рассмотрена система уравнений, описывающая гидродинамическую проводимость графена в условиях действия внешнего магнитного поля. В отличие от классической модели проводимости, в данной главе использован гидродинамический подход, основанный на представлении электронов как коллективной квази-жидкости. Это позволило учитывать такие эффекты, как давление электронной жидкости, диссипация импульса и влияние магнитного поля на траектории движения носителей заряда.

Была использована система уравнений, включающая закон сохранения заряда, уравнение баланса импульса и энергии. Особое внимание уделено вкладу давления, возникающего в двумерной электронной среде графена с линейным спектром, что обусловлено высокой скоростью Ферми. Именно давление, связанное с квантовым статистическим поведением электронов, приводит к появлению пространственной дисперсии — зависимости отклика системы от волнового вектора.

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}, & \sigma_{x\gamma} \\ \sigma_{\gamma x} & \sigma_{\gamma\gamma} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \dfrac{e^2 {n_0}^2}{\rho_0} \dfrac{i\omega(\omega + i\gamma)}{(\omega + i\gamma) - \left(\omega(\omega + i\gamma) - \dfrac{(v_F^2 {q_x}^2)}{2}\right) - \omega\omega_c^2}, \\ \sigma_{x\gamma} = \dfrac{e^2 {n_0}^2}{\rho_0} \dfrac{\omega_c\omega}{(\omega + i\gamma)\left(\omega(\omega + i\gamma) - \dfrac{(v_F^2 {q_x}^2)}{2}\right) - \omega\omega_c^2}, \\ \sigma_{\gamma x} = -\dfrac{e^2 {n_0}^2}{\rho_0} \dfrac{\omega_c\omega}{(\omega + i\gamma)\left(\omega(\omega + i\gamma) - \dfrac{(v_F^2 {q_x}^2)}{2}\right) - \omega\omega_c^2}, \\ \sigma_{\gamma\gamma} = \dfrac{e^2 {n_0}^2}{\rho_0} \dfrac{i\omega(\omega + i\gamma) - \dfrac{(v_F^2 {q_x}^2)}{2}}{(\omega + i\gamma)\left(\omega(\omega + i\gamma) - \dfrac{(v_F^2 {q_x}^2)}{2}\right) - \omega\omega_c^2}. \end{cases} \quad (1.1)$$

Для получения тензора проводимости (1.1) уравнения были линеаризованы, а все физические величины представлены в виде гармонических функций. Такой подход позволил перейти от дифференциальной формы уравнений к алгебраическим выражениям, описывающим динамический отклик графена. В результате был получен тензор проводимости, содержащий как диагональные, так и недиагональные компоненты, обусловленные действием магнитного поля, и зависящий от волнового числа, что отражает пространственную дисперсию.

Выведенные выражения представляют собой обобщённую форму гидродинамической проводимости графена и учитывают как магнитные, так и дисперсионные эффекты. Полученные зависимости составляют теоретическую основу для дальнейшего построения дисперсионного уравнения и анализа поверхностных магнитоплазмонных волн, проводимого в последующих главах.

Третья глава «Получение дисперсионного уравнения» посвящена выводу дисперсионного уравнения для поверхностных магнитоплазменных волн в графене с учётом пространственной дисперсии и внешнего

магнитного поля. Основное внимание уделено разработке теоретической модели, описывающей распространение электромагнитных волн вдоль графенового слоя, расположенного на границе двух диэлектрических сред, с использованием гидродинамического подхода и уравнений Максвелла. Полученные результаты представляют собой важный шаг в понимании физики магнитоплазмонных явлений в графене и создают основу для дальнейшего анализа их свойств в терагерцовом диапазоне.

Для решения поставленной задачи графен моделируется как двумерная проводящая поверхность, расположенная в плоскости XOY на границе двух полупространств с различными диэлектрическими проницаемостями (ε_1 и ε_2). Рассматривается случай, когда электромагнитная волна распространяется вдоль оси OX, а внешнее магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости графена (вдоль оси OZ). Однородность системы по оси OY позволяет упростить задачу, исключив зависимость от координаты y, что приводит к одномерному приближению. Важным аспектом является предположение о пренебрежимо малой толщине графена (около 3 нм) по сравнению с длиной волны в терагерцовом диапазоне (порядка микрон), что позволяет рассматривать графен как бесконечно тонкую проводящую плёнку (см. рисунок 1).

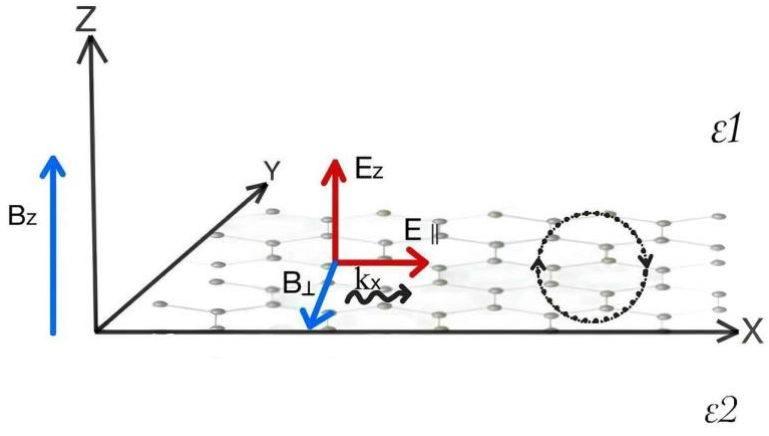

Рисунок – 1. Схематическое изображение структуры

Методика исследования базируется на применении системы уравнений Максвелла, описывающих электромагнитные поля в двух диэлектрических

средах, разделённых графеном. Для учёта проводимости графена используется тензор проводимости, выведенный во второй главе работы (уравнение 1.1), который включает эффекты пространственной дисперсии и влияния внешнего магнитного поля. Этот тензор характеризуется анизотропией, обусловленной как нелокальным откликом (зависимостью проводимости от волнового числа q), так и магнитным полем, вызывающим появление недиагональных компонент. Граничные условия на поверхности графена (z = 0) учитывают непрерывность тангенциальной компоненты электрического поля и скачок тангенциальной компоненты магнитного поля, обусловленный поверхностным током, определяемым тензором проводимости.

В процессе вывода дисперсионного уравнения поля представляются в виде плоских волн вида exp[i(kx - ωt)], где k — волновой вектор, а ω — частота. Это позволяет свести дифференциальные уравнения Максвелла к системе алгебраических уравнений. Применение граничных условий приводит к системе из четырёх уравнений с восемью неизвестными (компонентами электрического и магнитного полей в двух средах). Для сокращения числа неизвестных используются соотношения, вытекающие из уравнений Максвелла, что позволяет выразить компоненты полей через волновые числа kx и kz. В результате получается полное дисперсионное уравнение (1.2), описывающее взаимосвязь между частотой и волновым числом для поверхностных волн.

$$\left(-\varepsilon_0 kz_1 + \varepsilon_0 kz_2 - \varepsilon_0 \mu_0 \sigma_{yy} \omega\right)\left(\omega \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1}{kz_1} - \omega \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2}{kz_2} + \sigma_{xx}\right) = -\omega \varepsilon_0 \mu_0 \sigma_{xy} \sigma_{yx}. \quad (1.2)$$

Для упрощения анализа и выделения физически значимых решений применяется квази-электростатическое приближение, основанное на предположении, что магнитоплазмонные волны являются медленными (их фазовая скорость существенно меньше скорости света). Это позволяет пренебречь эффектами запаздывания электромагнитного поля, упрощая уравнение (1.2) до вида (1.3). Упрощённое уравнение демонстрирует гибридный характер поверхностных волн, объединяющих плазмонные,

циклотронные и звуковые компоненты. Первый член уравнения описывает классическую плазмонную дисперсию, зависящую от концентрации носителей и диэлектрических свойств среды. Второй член связан с циклотронным резонансом, определяемым магнитным полем и концентрацией носителей. Третий член отражает звуковую моду, обусловленную гидродинамическим давлением электронной жидкости, что проявляется в линейной зависимости частоты от волнового числа.

$$\omega = \sqrt{\frac{Aq_x}{2\varepsilon\varepsilon_0} + {\omega_c}^2 + {\omega_s}^2}\,, \qquad (1.3)$$

анализ уравнения показывает, что пространственная дисперсия существенно влияет на дисперсионные характеристики, особенно в области больших волновых чисел, где проявляется переход от плазмонного к звуковому режиму. Этот переход обусловлен усилением роли гидродинамического давления по сравнению с кулоновским взаимодействием.

Ключевым результатом главы является демонстрация возможности управления характеристиками магнитоплазмонных волн путём изменения внешнего магнитного поля и концентрации носителей заряда. Это открывает перспективы для создания перестраиваемых терагерцовых устройств, таких как модуляторы и сенсоры, на основе графена. Полученные аналитические выражения для дисперсии волн создают теоретическую основу для численного моделирования и экспериментальной верификации, которые рассматриваются в последующих главах работы.

Четвёртая глава «Исследование дисперсионного уравнения» посвящена систематическому анализу дисперсионного уравнения для поверхностных магнитоплазменных волн в графене, полученного в третьей главе, с акцентом на исследование влияния пространственной дисперсии, внешнего магнитного поля и гидродинамических эффектов. Основная цель главы — изучение решений дисперсионных уравнений (1.2 и 1.3) в различных физических условиях, оценка характера коллективных возбуждений и выявление возможностей управления их частотными

характеристиками. Исследование проводится с использованием численных и аналитических методов, реализованных в программной среде Wolfram Mathematica, что позволяет построить дисперсионные кривые и проанализировать поведение волн в терагерцовом диапазоне.

В первой части раздела описаны методы численного решения дисперсионного уравнения, включая классический метод Ньютона, его модифицированную версию и метод секущих. Метод Ньютона выбран как основной из-за необходимости задания только одного начального приближения, что упрощает вычисления для сложных нелинейных уравнений. Описаны преимущества и ограничения каждого метода, а также их применимость к задаче.

Вторая часть раздела посвящёна анализу электродинамического дисперсионного уравнения (1.2). Численное решение выявило несколько ветвей, из которых только одна соответствует физически реализуемой поверхностной магнитоплазмонной волне. Показано, что квази-электростатическое описание сохраняет точность в области больших волновых чисел, где доминируют кулоновские взаимодействия и гидродинамические эффекты.

Затем были исследованы решения дисперсионного уравнения в квази-электростатическом пределе (1.3). Анализ выявил гибридный характер поверхностных волн, объединяющих плазмонные, циклотронные и звуковые компоненты (см. рисунок 2). Дисперсионные кривые построены для различных значений энергии Ферми (0,1 эВ и 0,2 эВ), что соответствует разным концентрациям носителей заряда. При малых волновых числах дисперсия определяется комбинацией плазмонного вклада и циклотронного резонанса, проявляясь в квадратичной зависимости частоты от волнового числа. При больших волновых числах наблюдается переход к линейной дисперсии ($\omega \sim q$), обусловленный усилением звуковых эффектов, связанных с гидродинамическим давлением электронной жидкости. Этот переход происходит раньше для систем с меньшей концентрацией носителей, так как

гидродинамическое давление начинает доминировать над кулоновским взаимодействием при меньших значениях q. Сравнение с локальной моделью проводимости (без учёта пространственной дисперсии) подчёркивает значимость нелокальных эффектов, особенно в области высоких волновых чисел. Так же был исследован вклад звуковых эффектов. Анализ амплитуд и фаз компонент скоростей носителей заряда показал, что при малых волновых числах движение электронов имеет циклический характер, соответствующий циклотронному резонансу, с круговыми траекториями и равными амплитудами скоростей. При больших волновых числах траектории становятся эллиптическими, с преобладанием одной из компонент скорости, что указывает на доминирование звуковой моды. Векторные диаграммы скоростей подтверждают этот переход, демонстрируя смену характера движения от кругового к линейному. Эти результаты подчёркивают роль гидродинамических эффектов в формировании спектра волн.

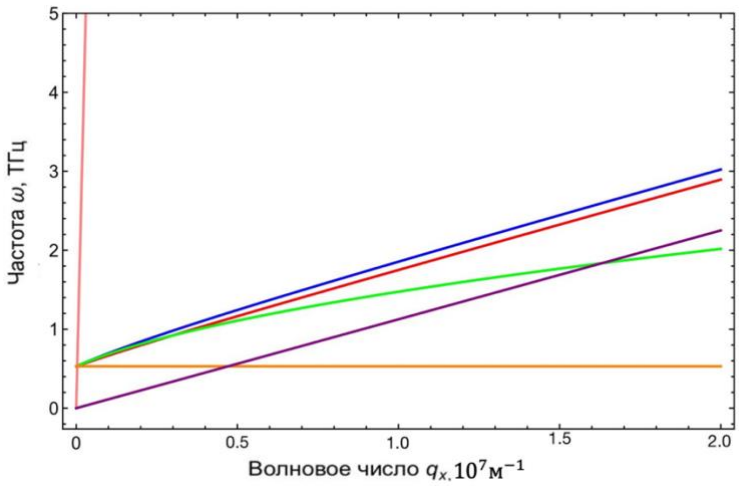

Рисунок – 2. Дисперсия поверхностной ТМ волны в графене. Синяя и красная кривые соответствуют ω с учётом пространственной дисперсии при разных значениях энергии Ферми(ε_F=$9 \times 1.609 \times 10^{-22}$, $\epsilon = 10$ и ε_F=$27 \times 1.609 \times 10^{-22}$, $\epsilon = 8$ соответственно). Зеленая кривая представляет ω без учета пространственной дисперсии. Оранжевая линия обозначает циклотронную частоту ω_c, при $B = 0.03$. Фиолетовой линия соответствует $\omega_s = \frac{vF}{\sqrt{2}}$. Розовая линия представляет собой световой конус $\omega = \frac{cq_x}{\sqrt{\epsilon}}$.

Были рассмотрены возможности управления частотой электронного магнито-звука путём изменения магнитного поля и концентрации носителей заряда. В графене циклотронная частота зависит не только от магнитного

поля, но и от энергии Ферми, что позволяет осуществлять электрическое управление характеристиками волн. Это свойство делает графен перспективным материалом для создания перестраиваемых терагерцовых устройств, таких как сенсоры и модуляторы, где глубокое проникновение магнито-звуковых волн в окружающие среды может быть использовано для повышения чувствительности.

Полученные результаты подтверждают поверхностную природу исследованных волн и подчёркивают ключевую роль пространственной дисперсии в формировании их спектральных характеристик. Гибридная природа магнитоплазмонных волн, объединяющая плазмонные, циклотронные и звуковые моды, открывает новые возможности для управления терагерцовым откликом графена. Эти выводы имеют как теоретическое значение для углубления понимания коллективных возбуждений в двумерных системах, так и практическую значимость для разработки инновационных плазмонных устройств.

Заключение. Выпускная квалификационная работа «Терагерцевые поверхностные магнитоплазменные волны в графене с пространственной дисперсией» посвящена теоретическому изучению магнитоплазмонных волн в графене с учётом нелокальной проводимости и внешнего магнитного поля. Цель исследования достигнута: разработана модель, описывающая распространение волн в терагерцовом диапазоне, решены все поставленные задачи. **Теоретическая значимость**. Работа расширяет теорию плазмонных явлений в графене, впервые учитывая одновременно пространственную дисперсию и магнитные эффекты, что углубляет понимание коллективных возбуждений в двумерных системах. **Практическая значимость**. Результаты применимы для проектирования терагерцовых устройств (сенсоров, модуляторов), управляемых электрически и магнитно, с потенциалом в оптоэлектронике и спектроскопии. **Перспективы.** Дальнейшие исследования могут включать учёт температуры, столкновений носителей и многослойных

структур, а также экспериментальную верификацию с использованием терагерцовой спектроскопии для создания прототипов устройств.

Работа сочетает фундаментальный анализ с прикладным потенциалом, открывая новые направления в графеновой магнитоплазмонике.