### МИНОБРНАУКИ РОССИИ

## ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра электроники, колебаний и волн

## Когерентный резонанс в одиночных и многосвязанных хаотических осцилляторах при наличии и в отсутствие внешнего шумового воздействия. Численное моделирование и натурный эксперимент

### АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента <u>2</u> курса <u>2231</u> группы

направления 03.04.03 «Радиофизика»

института физики

Комкова Павла Сергеевича

Научный руководитель заведующий кафедрой электроники, колебаний и волн к.ф.-м.н., доцент

подпись, дата

Подпись, дата 09.06.2025 г. С.В. Гришин

Заведующий кафедрой электроники, колебаний и волн к.ф.-м.н., доцент

подпись, дата

09.06.2025r.

С.В. Гришин

Саратов 2025 г.

Оглавление	
Зведение	3
Глава 1. Когерентный резонанс в спин-волновых кольцевых генераторах каоса под внешним шумовым воздействием	5
Глава 2. Детерминированный когерентный резонанс в многосвязанных каотических параметрических осцилляторах Вышкинд-Рабиновича в отсутствие внешнего шумового воздействия	9
Глава 3. Детерминированный когерентный резонанс в многосвязанных каотических осцилляторах Лоренца в отсутствие внешнего шумового	
зоздействия	1
Заключение1	4
Список литературы 1	6

### Введение

*Актуальность* исследования обусловлена высоким интересом к фундаментальному нелинейному явлению (когерентному резонансу), которое наблюдается в возбудимых шумом системах. Когерентный резонанс впервые обнаружен в моделях нейрона [1, 2] и позднее данный эффект наблюдался в хаотических динамических системах (цепь Чуа, два связанных хаотических осциллятора Лоренца) под внешним шумовым воздействием. Позже было обнаружено явление детерминированного когерентного резонанса [3, 4] в многосвязанных хаотических системах (связанных системах Ресслера) в отсутствие шума. Однако на данный момент существует сравнительно небольшое количество работ, в которых это явление исследовалось бы на других нелинейных системах.

Целью настоящей работы является экспериментальная демонстрация явления когерентного резонанса в микроволновых спин-волновых кольцевых генераторах хаоса, работающих либо в одномодовом (узкополосном), либо в многомодовом (широкополосном) режимах хаотической генерации, и теоретическое подтверждение данного эффекта на модифицированной модели Вышкинд-Рабиновича. Также в рамках данной работы демонстрируется явление детерминированного когерентного резонанса в многосвязанных хаотических осцилляторах Вышкинд-Рабиновича и Лоренца в отсутствие шумового воздействия. В последнем случае полученные результаты численного моделирования подтверждаются экспериментами на низкочастотной электронной схеме. **Предмет исследования** – экспериментальные схемы микроволновых и низкочастотных хаотических генераторов в присутствии и в отсутствие шумового воздействия, а также эталонные модели хаотических осцилляторов (модель Вышкинд-Рабиновича и система Лоренца).

Для достижения поставленных целей необходимо провести ряд экспериментов и вычислений: экспериментальное исследование явления когерентного резонанса в микроволновых спин-волновых генераторах хаоса под внешним шумовым воздействием; численное моделирование данного эффекта на моди-

3

фицированной модели Вышкинд-Рабиновича; численное моделирование явления детерминированного когерентного резонанса в многосвязанных хаотических параметрических осцилляторах Вышкинд-Рабиновича и Лоренца; экспериментальное наблюдение явления детерминированного когерентного резонанса в многосвязанных хаотических осцилляторах Лоренца.

# Глава 1. Когерентный резонанс в спин-волновых кольцевых генераторах хаоса под внешним шумовым воздействием

На протяжении долгого времени не ослабевает интерес к исследованиям сложной динамики кольцевых автоколебательных систем микроволнового диапазона с запаздывающей обратной связью (ЗОС) в связи с возможностью их использования в системах передачи информации, радиолокации и радиопротиводействия[5, 6, 7]. Однако на данный момент динамика спин-волновых генераторов хаоса, находящихся под внешним шумовым воздействием, не исследовалась на предмет наличия в них явления когерентного резонанса. В данной работе исследуется возможность наблюдения данного нелинейного эффекта в спин-волновом генераторе хаоса под внешним шумовым воздействием.

Одномодовый спин-волновой генератор хаоса представляет собой последовательно соединенные сверхширокополосный транзисторный усилитель, переменный аттенюатор, объемный резонатор и спин-волновую линию передачи, которые охвачены цепью ЗОС (см. рисунок 1.1*a*). Спин-волновая линия передачи содержит пленку железо-иттриевого граната (ЖИГ), которая размещается на поверхности несимметричной микрополосковой линии передачи.



**Рисунок 1.1.** – Блок схема микроволнового одномодового спин-волнового кольцевого генератора хаоса.

На рисунке 1.2 приведены зависимости времени автокорреляции огибающей хаотического СВЧ-сигнала  $\tau_{autocorr}$  от мощности внешнего шумового СВЧ-сигнала  $P_n$ , полученные на схеме спин-волнового кольцевого генератора хаоса для нескольких значений полосы частот шума  $\Delta f_n$ .Видно, что все зависимости имеют ярко выраженный максимум времени автокорреляции, который наблюдается при определенном уровне мощности шумового СВЧ-сигнала. При этом оптимальный уровень шума, при котором наблюдается максимум времени автокорреляции, уменьшается примерно на 10 дБ с ростом полосы частот шума.



Рисунок 1.2. — Зависимости времени автокорреляции огибающей хаотического СВЧсигнала от мощности внешнего шумового СВЧ-сигнала, рассчитанные по экспериментальным временным рядам одномодового спин-волнового кольцевого генератора хаоса. Результаты получены для различных значений полосы частот шумового СВЧ-сигнала  $\Delta f_n$ : 1 МГц (красные кружки), 10 МГц (голубые крестики), 15 МГц (фиолетовые треугольники) и 30 МГц (зеленые квадратики).

Для теоретического описания эффекта когерентного резонанса, наблюдаемого в эксперименте в одномодовом спин-волновом кольцевом генераторе хаоса, поддерживающем трехволновый параметрический распад, была разработана модифицирована модель Вышкинд-Рабиновича [8].

$$\frac{dm(t)}{dt} = -c_0 b_1(t) b_2(t) \exp(-j\delta t) - \eta m(t) + 
+ \gamma_{inc} [1 - \alpha(|m(t - \tau)|^2 + |A_{ext}(t)|^2)]m(t - \tau), 
\frac{db_1(t)}{dt} = c_1 m(t) b_2^*(t) \exp(j\delta t) - \nu_1 b_1(t), 
\frac{db_2(t)}{dt} = c_2 m(t) b_1^*(t) \exp(j\delta t) - \nu_2 b_2(t),$$
(1)

где m,  $b_1(t)$ , $b_2(t)$  – амплитуды неустойчивой (высокочастотной) и двух параметрически возбуждаемых (низкочастотных) мод, соответственно;  $\gamma_{inc}$  – инкремент нарастания неустойчивой моды;  $\alpha$  – коэффициент нелинейности инкремента нарастания;  $\eta$ ,  $\nu$  – коэффициенты затухания;  $\tau$  – время задержки неустойчивой моды в цепи обратной связи;  $A_{ext}$  – амплитуда внешнего воздействия.

При подаче и последующей вариации интенсивности узкополосного шума с шириной полосы  $\Delta f_n \in 1 \div 80$  МГц были рассчитаны зависимости времени автокорреляции хаотического сигнала, генерируемого на неустойчивой (высокочастотной) моде (см. рисунок 1.3). Из представленных на рисунке 1.3 результатов расчета видно, что все зависимости характеризуются наличием ярко выраженного экстремума (максимума), который наблюдается при определенной величине внешнего шумового воздействия.



Рисунок 1.3. – Зависимости времени автокорреляции хаотического сигнала на неустойчивой моде от мощности внешнего шумового воздействия. Результаты получены для разных значений полосы частот шумового сигнала  $\Delta f_n$ : 1 МГц (красная линия), 10 МГц (голубая линия), 15 МГц (фиолетовая линия) и 30 МГц (зеленая линия).

Схема многомодового спин-волнового кольцевого генератора хаоса практически полностью повторяет схему одномодового спин-волнового кольцевого генератора хаоса, за исключением одной детали – вместо объемного резонатора используется широкополосный микрополосковый полосно-пропускающий фильтр (ППФ), который имеет в полосе пропускания минимальный уровень ослабления  $A_0$ =-4 дБ на частоте  $f_0$ =3 ГГц, ширину полосы частот по уровню 3 дБ  $\Delta f_{3 \, д5}$ =1.03 ГГц, по уровню 20 дБ  $\Delta f_{20 \, д5}$ =1.3 ГГц и по уровню 40 дБ  $\Delta f_{40 \, д5}$ =1.91 ГГц. На рисунке 1.4 представлены зависимости времени автокорреляции хаотического СВЧ-сигнала от мощности внешнего шумового СВЧ-сигнала, полученные для различных значений ширины полосы частот шума. Из представленных результатов следует, что и в широкополосном спин-волновом кольцевом генераторе хаоса все зависимости, полученные при изменении мощности шумового воздействия и его полосы частот, имеют ярко выраженный экстремум (максимум), который наблюдается при определенном уровне мощности шума. Максимальное значение времени автокорреляции на данных зависимостях практически монотонно спадает с увеличением ширины полосы частот внешнего шумового СВЧ-сигнала, а мощность шума, при которой время автокорреляции максимально, незначительно увеличивается с -4 дБмВт до -2 дБмВт.



Рисунок 1.4. — Зависимости времени автокорреляции огибающей хаотического СВЧсигнала от мощности внешнего шумового СВЧ-сигнала, рассчитанные по экспериментальным временным рядам многомодового спин-волнового кольцевого генератора хаоса. Результаты получены для различных значений полосы частот шумового СВЧ-сигнала  $\Delta f_n$ : 1 МГц (красные квадратики), 10 МГц (зеленые кружочки) и 80 МГц (голубые треугольники).

# Глава 2. Детерминированный когерентный резонанс в многосвязанных хаотических параметрических осцилляторах Вышкинд-Рабиновича в отсутствие внешнего шумового воздействия

Многосвязная система, состоящая из трех однонаправлено связанных кольцевой связью (см. рисунок 2.1) параметрических осцилляторов Вышкинд-Рабиновича, описывается следующей системой ОДУ:

$$\frac{dm_{1}(t)}{dt} = -c_{01}b_{1}(t)b_{2}(t)\exp(-i\delta_{1}t) + \eta_{1}m_{1}(t) + K_{3}m_{3}(t),$$

$$\frac{db_{1}(t)}{dt} = c_{11}m_{1}(t)b_{2}^{*}(t)\exp(i\delta_{1}t) - v_{1}b_{1}(t),$$

$$\frac{db_{2}(t)}{dt} = c_{21}m_{1}(t)b_{1}^{*}(t)\exp(i\delta_{1}t) - v_{1}b_{2}(t),$$

$$\frac{dm_{2}(t)}{dt} = -c_{02}b_{3}(t)b_{4}(t)\exp(-i\delta_{2}t) + \eta_{2}m_{2}(t) + K_{1}m_{1}(t),$$

$$\frac{db_{3}(t)}{dt} = c_{12}m_{2}(t)b_{4}^{*}(t)\exp(i\delta_{2}t) - v_{2}b_{3}(t),$$

$$\frac{db_{4}(t)}{dt} = c_{22}m_{2}(t)b_{3}^{*}(t)\exp(i\delta_{2}t) - v_{2}b_{4}(t),$$

$$\frac{dm_{3}(t)}{dt} = -c_{03}b_{5}(t)b_{6}(t)\exp(-i\delta_{3}t) + \eta_{3}m_{3}(t) + K_{2}m_{2}(t),$$

$$\frac{db_{5}(t)}{dt} = c_{13}m_{3}(t)b_{5}^{*}(t)\exp(i\delta_{3}t) - v_{2}b_{5}(t),$$

$$\frac{db_{6}(t)}{dt} = c_{23}m_{3}(t)b_{5}^{*}(t)\exp(i\delta_{3}t) - v_{2}b_{6}(t).$$



Расчеты выполнены в предположении равенства комплексных амплитуд огибающей двух низкочастотных мод в каждом параметрическом осцилляторе  $(b_1 = b_2, b_3 = b_4 \text{ и } b_5 = b_6)$ , инкрементов у высокочастотных мод  $(\eta = \eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 0.7 \text{ мкc}^{-1})$ , декрементов низкочастотных мод  $(\nu = \nu_1 = \nu_2 = 9 \text{ мкc}^{-1})$ , частотных отстроек от параметрического резонанса  $(\delta = \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0.01 \text{ мкc}^{-1})$ , а также коэффициентов взаимодействия у высокочастот-

ных $(c_{01} = c_{02} = c_{03} = 1497 \text{ мкc}^{-1})$  и двух низкочастотных  $(c_{11} = c_{12} = c_{13} = 745 \text{ мкc}^{-1} \text{ и} c_{21} = c_{22} = c_{23} = 752 \text{ мкc}^{-1})$  мод. Параметры взяты из [8].

На рисунке 2.2 представлены результаты расчета времени автокорреляции для трех однонаправленно связанных осцилляторов Вышкин-Рабиновича. Из приведенных зависимостей видно, что время автокорреляции хаотического сигнала на неустойчивой и параметрически возбуждаемых модах каждого из трех осцилляторов плавно нарастает, а затем спадает. При этом существует оптимальный коэффициент связи, при котором время автокорреляции хаотического сигнала принимает максимальные значения, т.е. в системе трех однонаправленно связанных параметрических осцилляторов Вышкинд-Рабиновича наблюдается явление детерминированного когерентного резонанса. Провал на анализируемых зависимостях в районе максимального значения времени автокорреляции аналогичен явлению детерминированного когерентного антирезонанса. Его возникновение может быть обусловлено формированием импульсов гигантской амплитуды в узкой области значений коэффициента связи K<sub>3</sub>. Амплитуда и период следования таких импульсов случайно меняются во времени, что приводит к более быстрому спаданию автокорреляционной функции, за счет чего уменьшается и время автокорреляции, а сам сигнал становится более хаотичным.



**Рисунок 2.2.**— Зависимость времен автокорреляции хаотического сигнала для первого и третьего параметрических осцилляторов Вышкинд-Рабиновича для усиливаемой моды (красная кривая) и для параметрически возбуждаемой моды (голубая кривая) при вариации коэффициента связи  $K_3$ . Результаты получены для параметров связи  $K_1 = 0.8$  и  $K_2 = 0.8001$ .

## Глава 3. Детерминированный когерентный резонанс в многосвязанных хаотических осцилляторах Лоренца в отсутствие внешнего шумового воздействия

Рассмотрим систему трех однонаправленно связанных идентичных осцилляторов Лоренца (см. рисунок 2.1), которая задается девятью ОДУ:

$$\begin{aligned} \dot{X}_{1} &= \sigma_{1}(Y_{1} - X_{1}) + K_{3}(X_{3} - X_{1}), \\ \dot{X}_{2} &= \sigma_{2}(Y_{2} - X_{2}) + K_{1}(X_{1} - X_{2}), \\ \dot{X}_{3} &= \sigma_{3}(Y_{3} - X_{3}) + K_{2}(X_{2} - X_{3}), \\ \dot{Y}_{1,2,3} &= \rho_{1,2,3}X_{1,2,3} - Y_{1,2,3} - X_{1,2,3}Z_{1,2,3}, \\ \dot{Z}_{1,2,3} &= -b_{1,2,3}Z_{1,2,3} + X_{1,2,3}Y_{1,2,3} \end{aligned}$$
(5)

Коэффициенты связи второго осциллятора Лоренца с третьим и третьего осциллятора Лоренца с первым выбирались равными друг другу и изменялись в интервале от 0 до 10. Коэффициент связи первого осциллятора со вторым не менялся и был равен  $K_1 = 0.9$ .

На рисунке 3.1 представлены зависимости времен автокорреляции хаотического сигнала первого и третьего осцилляторов Лоренца. Полученные зависимости нормированы на время автокорреляции несвязанных между собой осцилляторов Лоренца. Из представленных результатов видно, что в первом осцилляторе Лоренца явление детерминированного когерентного резонанса не наблюдается. В тоже самое время данный эффект наблюдается для двух переменных третьего и второго осцилляторов Лоренца. Такое поведение, может



Рисунок 3.1.– Зависимости времен автокорреляции хаотического сигнала, рассчитанные для каждой из трех переменных трех однонаправленно связанных осцилляторов Лоренца.

быть связано с тем, что один из коэффициентов связи является постоянным и вводит диссипацию в систему.

Для реализации схемы экспериментального макета трех однонаправленно связанных осцилляторов Лоренца используется переход от классической формы записи уравнений осцилляторов Лоренца к следующей форме:

Экспериментальный макет (см. рисунок 3.2) состоит из операционных усилителей, аналоговых умножителей AD633JN, конденсаторов номиналом  $C = 100 \text{ H}\Phi$  и резисторов номиналом R = 10 кOm. Связь осцилляторов осуществляется через переменный резистор, а в качестве коэффициента связи принимается напряжение на этом резисторе, которое варьировалось в интервале от 0 до 10 В. Максимальное подобие осцилляторов устанавливалось, исходя из максимального визуального сходства фазовых портретов, за счет изменения сопро



Рисунок 3.2. - Схема экспериментальной установки трех однонаправленно связанных ос-

цилляторов Лоренца.

тивления подстроечных резисторов. При таких условиях во всех трех осцилляторах Лоренца происходила генерация хаотического динамического сигнала длительностью 60 секунд с частотой дискретизации 50 кГц.

На рисунке 3.3 представлены результаты расчета времени автокорреляции по экспериментальным временным рядам при изменении значений коэффициентов связи  $K_{2,3}$ . Видно, что в эксперименте для двух переменных третьего осциллятора Лоренца также наблюдается явление детерминированного когерентного резонанса. Полученные результаты качественно совпадают с теоретическими. Время автокорреляции для второго осциллятора совпадает с временем автокорреляции для третьего осциллятора, при этом его максимальное значение на 20% меньше.



**Рисунок 3.3.**– Экспериментальные зависимости времен автокорреляции хаотического сигнала, полученные для каждой из трех переменных трех однонаправленно связанных осцилляторов Лоренца.

#### Заключение

В ходе выполнения дипломной работы были получены следующие основные результаты:

Экспериментально исследовано явление когерентного резонанса в микроволновых спин-волновых кольцевых генераторах хаоса, работающих в условиях трехволнового параметрического распада ПМСВ. Исследования проведены как для одномодовых (узкополосных), так и многомодовых (широкополосных), генераторов хаоса под воздействием шумового сигнала, имеющего ограниченную полосу частот в микроволновом диапазоне. Получены зависимости времени автокорреляции хаотического сигнала от интенсивности внешнего шумового воздействия, имеющего разную ширину полосы частот. Установлено, что явление когерентного резонанса наблюдается в режиме перемежаемости типа "onoff", статистические характеристики которой, полученные на основе обработки экспериментальных временных рядов, качественно совпадают с аналитическими зависимостями, присущими данному типу перемежаемости. Для одномодового спин-волнового кольцевого генератора хаоса построена модифицированная модель Вышкинд-Рабиновича с зависимостью нелинейной части инкремента нарастания неустойчивой моды от амплитуды внешнего шумового воздействия. В результате численного исследования разработанной модели методом Эйлера-Маруямы подтверждено существование явления когерентного резонанса в таком кольцевом генераторе хаоса. Полученные в численном эксперименте зависимости времени автокорреляции хаотического сигнала от интенсивности шума на частоте неустойчивой моды совпадают не только качественно, но и количественно, с аналогичными зависимостями, полученными экспериментально на частоте ПМСВ при изменении полосы частот шумового воздействия.

Численно исследована нелинейная динамика многосвязанных хаотических систем в отсутствие внешнего шума, состоящих либо из связанных хаотических параметрических осцилляторов Вышкинд-Рабиновича, либо из связанных хаотических осцилляторов Лоренца. Установлено, что в таких многосвязанных хаотических динамических системах наблюдается явление детерминированного когерентного резонанса в режиме перемежаемости типа "on-off" при изменении одного из параметров системы (например, коэффициента связи между осцилляторами). Данный нелинейный эффект наблюдается уже при взаимодействии двух хаотических осцилляторов Лоренца, а для хаотических осцилляторов Вышкинд-Рабиновича их число не должно быть меньше трех.

Проведено экспериментальное исследование явления детерминированного когерентного резонанса в трех однонаправленно связанных осцилляторах Лоренца, собранных на низкочастотных электронных схемах. На основе математической обработки экспериментальных временных рядов получены зависимости времени автокорреляции от коэффициента связи между осцилляторами, которые качественно совпадают с аналогичными зависимостями, полученными в численном эксперименте.

### Списоклитературы

- 1. Hu G., Ditzinger T., Ning C.Z., Haken H. Stochastic resonance without external periodic force // Phys. Rev. Lett. 1993. Vol. 71, No 6. P. 807–810.
- Pikovsky A., Kurths J. Coherence resonance in a noise driven excitable system// Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78, No 5. P. 775–778.
- Garc'ıa-Vellisca M.A., Pisarchik A.N., Jaimes-Re'ategui R. Experimental evidence of deterministic coherence resonance in coupled chaotic systems with frequency mismatch // Phys. Rev. E. 2016. V. 94, No 1. P. 012218.
- Jaimes-Reátegui R., García-López J.H., Gallegos A., Huerta-Cuellar G., Chholak P., Pisarchik A.N. Deterministic coherence and anti-coherence resonances in networks of chaotic oscillators with frequency mismatch // Chaos, Solitons & Fractals. 2021. V. 152(C). P. 111424.
- Wu M., Hagerstrom A.M., Eykholt R., Kondrashov A., Kalinikos B.A. Excitation of Chaotic Spin Waves through Modulational Instability // Phys. Rev. Lett. 2009. Vol. 102, No. 23. P. 237203
- Kolodin P. A., Kabos P., Patton C. E., Kalinikos B. A., Kovshikov N.G., Kostylev M.P. Amplification of microwave magnetic envelope solitons in thin yttrium iron garnet films by parallel pumping // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 80, No. 9. P. 1976–1979.
- Гришин С.В., Голова Т.М., Морозова М.А., Романенко Д.В., Селезнев Е.П., Сысоев И.В., Шараевский Ю.П. Хаотические параметрические солитоноподобные импульсы в активных кольцевых резонаторах с ферромагнитными пленками // ЖЭТФ. 2015. Т. 148, № 4 (10). С. 714-728.
- Демидов В.Е., Ковшиков Н.Г. Механизм возникновения и стохастизации автомодуляции интенсивных спиновых волн // ЖТФ. 1999. Т. 69, № 8. С. 100-103.
- Демидов В.Е., Ковшиков Н.Г. Отображения, приводящие к стохастизации огибающей интенсивных спиновых волн // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24, № 16. С. 54-59.