МИНОБРНАУКИ РОССИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

Моделирование работы энергосети ансамблем фазовых осцилляторов первого и второго порядка в присутствии шума

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса 2232 группы направления 03.04.03 Радиофизика Института физики Куприянова Владислава Дмитриевича

Научный руководитель профессор, д.ф.-м.н., профессор ______ Т.Е. Вадивасова Зав. кафедрой радиофизики и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент Г.И. Стрелкова

Саратов 2025 г.

Введение

Современные энергосистемы представляют собой сложные осцилляторные сети, состоящие из синхронных генераторов, двигателей и инверторов. Рост энергопотребления приводит к усложнению структуры сетей, формированию крупных гиперсетей, например, единой энергетической системе России (ЕЭС).

Для обеспечения устойчивости необходимо моделировать работу сети с учетом неоднородности параметров, повреждений линий и внешних воздействий, что требует применения численных методов. Важной проблемой энергосистем, остается обеспечение синхронизации при шумовых воздействиях от оборудования ВИЭ (возобновляемых источников энергии), двигателей и осветительных приборов, включая как фоновый шум, так и импульсные помехи.

Цель настоящей выпускной квалификационной работы магистра состоит в том, чтобы исследовать режимы функционирования энергосети на примере модели энергосети с кольцевой топологией и однородными параметрами, моделируемую ансамблем взаимодействующих ротаторов и фазовых осцилляторов первого порядка в присутствии источников шума, таких как гауссовский шум и шум Леви, выявить порог устойчивости синхронного режима энергосети при изменении различных характеристик шума и оценить возможные изменения пространственно-временных структур под влиянием шумовых воздействий.

Первый раздел посвящён исследованию динамики режимов ансамбля фазовых Курамото-подобных осцилляторов, описывающего поведение простой модели энергосети с кольцевой топологией и определению области синхронного и несинхронного режимов в зависимости от дисперсии начальных значений фаз и частот осцилляторов при выбранных параметрах. Второй раздел посвящён рассмотрению устойчивости динамических режимов ансамбля при внешнем воздействии гауссовского шума и шума Леви и определению пороговых значений шума, при которых рассмотренная динамическая модель является наиболее чувствительной к шумовому воздействию и демонстрирует смену установившегося режима.

Основное содержание работы

В данной работе исследовалась энергосеть из 30 элементов сети, среди которых: генераторы, трансформаторы и потребители энергии (рис. 1).



Рисунок 1. Исходная сеть с кольцевой топологией.

В качестве численной модели используется модель с динамическими потребителями в энергосети. Такая модель представляет собой ансамбль фазовых осцилляторов первого и второго порядка. Генераторы представляются фазовыми осцилляторами с инерцией (ротаторами) и описываются уравнениями второго порядка:

$$\frac{2H_i}{\omega_R}\ddot{\delta}_i + \frac{D_i}{\omega_R}\dot{\delta}_i = A_i^g - K_{i,i+n_g}^g \sin\left(\delta_i - \delta_{i+n_g}\right) + \sigma\xi_i(t), \ i = 1, \dots, n_g,$$

Здесь для осциллятора с номером і: δ_i - мгновенная фаза (угол поворота ротора), $\xi_i(t)$ - нормированный источник шума, σ - интенсивность источника шума.

Параметры:

H_i – момент инерции,

D_i-коэффициент потерь,

*ω*_R – опорная частота

$$\begin{split} A_i^g &= P'_{g(active),i}, \quad \text{- мощность генератора} \\ K_{i,i+n_g}^g &= |E_i V_i / x'_i|, \quad \text{- коэффициент связи с соседним осциллятором} \\ |E_i|^2 &= \left(\frac{P_{g(active),i}^* x'_i}{|V_i^*|}\right)^2 + \left(|V_i^*| + \frac{P_{(reactive),i} x'_i}{|V_i^*|}\right)^2 \quad \text{- напряжение генератора} \end{split}$$

Для потребителей уравнение модели выглядит как уравнение фазового осциллятора первого порядка:

$$\frac{D_l}{\omega_R}\dot{\delta}_l = A_l - \sum_{j=n_c, j\neq i}^N K_{ij} \sin(\delta_l - \delta_j - \gamma_{lj}) + \sigma\xi_l(t), l = n_c, \dots, N,$$

Здесь δ_l - мгновенная фаза (угол поворота ротора), $\xi_l(t)$ - нормированный источник шума, σ - интенсивность источника шума

$$A_{l} = -P'_{c(active),l} - |V_{i}|^{2}G_{ll}$$
 - мощность потребителя
 $K_{lj} = |V_{l}V_{j}Y_{lj}|,$ - коэффициент связи
 $\gamma_{lj} = \alpha_{lj} - \frac{\pi}{2},$ - фазовый сдвиг в цепи связи
 $Y = |Y_{lj}|e^{j\alpha_{lj}},$ - матрица проводимостей

Начальным этапом расчета энергосети является задание набора следующих физических величин:

Характеристики генераторов							Характеристики потребителей		
X'i	H _i	Di	P _{g(active),i}	P _{g(reactive),i}	ωR	Vg,i	P _{c(active),i}	P _{c(reactive),l}	Vc,1
0.0608	4.4 <i>c</i> .	50	2	0	314.15 рад/с	1.04	2	0	1.04

Таблица 1. Входные параметры исходной энергосети

Где H_i является параметром инерционности генератора, D_i - параметр диссипации, x'_i индуктивность обмотки ротора и статора генератора. Каждый генератор характеризуется значениями активной $P_{g(active),i}$, и реактивной

мощности $P_{g(reactive),i}$, тогда как для потребителей энергии эти параметры потребление активной $P_{c(active),i}$, $i = 1, ..., n_c$, и реактивной задают мощности $P_{c(reactive),l}$, $l = 1, ..., n_c$, соответственно. Напряжения на выходе генераторов и потребителей обозначены как V_{g,i} и V_{c,i}, соответственно. Опорная частота энергосети ω_R равна 314.15 рад/с. или 50 Гц. Индексы параметров принимают значения і = 1,2,3... n_g и l = 1,2,3... n_c , для генераторов и потребителей соответственно, где n_g - общее количество генераторов и n_c общее количество потребителей. Параметры x'_i , H_i , D_i , $P_{g(active),i}$, *P*_{g(reactive),i}, *V*_{g,i} выбираются идентичными для всех генераторов, для потребителей, соответственно, идентичными выбираются параметры $P_{c(active),i}, P_{c(reactive),l}, V_{c,l}.$

В работе рассматриваются два ансамбля, моделирующих энергосеть. Первый ансамбль включает 40 элементов: 10 генераторов, 10 выходных узлов генераторов, 10 нулевых потребителей (без потребления мощности) и 10 активных потребителей. Второй ансамбль состоит из 30 элементов: 10 генераторов, 10 выходных узлов и 10 потребителей, где выходные узлы непосредственно соединены с потребителями, также формируя кольцевую структуру. Генераторы в обоих ансамблях описываются уравнением для генератора, а остальные элементы (выходные узлы и потребители) – уравнением для потребителей.

Были рассчитаны карты режимов ансамбля в зависимости от разброса начальных значений фаз и мгновенных частот. Они представлены на рисунке (2) ниже.



Рисунок 2. Карты режимов ансамбля в зависимости от разброса начальных значений фаз и мгновенных частот: a, d — по среднему значению и дисперсии частот осцилляторов (синий цвет — режим синхронизации, желтый — режим сосуществования синхронной и асинхронной динамики), b, e — карты значений параметра порядка r (вид под углом) и c, f (вид сбоку). Карты a, b, c получены для ансамбля из 30 осцилляторов, a карты d, e, f - для ансамбля из 40 осцилляторов

Все приведенные карты режимов строились для случайного разброса начальных условий, где начальные значения переменных являются нормально распределенными величинами с нулевым средним значением и дисперсиями распределений d_{δ} и d_{δ} для мгновенных частот и фаз осцилляторов, соответственно.

На рисунке 2(a, d) представлены карты режимов, построенные на основе расчета средних частот осцилляторов. Можно заметить, что разброс начальных фаз осцилляторов существенно влияет на фазовую синхронизацию. В области 1 всегда наблюдается режим фазовой синхронизации вне зависимости от начальных условий. В области 2 реализация синхронного или несинхронного поведения зависит от выбора начальных условий.

На рисунке 2(b, c, e, f) представлены карты значений величины параметра порядка Курамото, который характеризует степень когерентности

фаз осцилляторов. Рассчитывался мгновенный параметр порядка r(t) в соответствии с выражением:

$$r(t)e^{i\chi(t)} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{N}e^{i\theta_j(t)},$$

а также средний по времени параметр порядка $r = \langle r(t) \rangle_t$.

Далее приводятся круговые диаграммы, которые показывают процент значений параметра порядка *r*.

Круговые диаграммы демонстрируют (рис. 3), что полная синхронизация ($r\approx 1$) является преобладающим режимом для обоих ансамблей, однако в системе из 40 осцилляторов наблюдается значительное увеличение доли частично когерентных состояний (r=0.49-0.87), что свидетельствует о снижении общей синхронизации при усложнении структуры сети.

Можно сделать вывод, что добавление нулевых потребителей в ансамбле из 40 элементов, увеличивает разнообразие динамических режимов по сравнению с более простой топологией (N=30), и снижает фазовую когерентность.



Рисунок 3. Количественный подсчет процента значений параметра порядка r в виде круговой диаграммы: для ансамбля из 30 осцилляторов и для ансамбля из 40 осцилляторов. Далее рассматривался режим синхронизации частот и фаз и в каждый осциллятор ансамбля подавалось независимое шумовое воздействие в виде шума Леви с параметром стабильности $\alpha < 2$ или гауссовского шума ($\alpha = 2$).



Рисунок 4. Внешнее воздействие шумом Леви на ансамбль из 40 осцилляторов: а — пространственно-временная диаграмма мгновенных фаз, b — пространственно-временная диаграмма мгновенных частот, с временная реализация параметра порядка Курамото г (оранжевая линия усредненное по времени значение).

На данном рисунке (4) наблюдаются экстремальные всплески значений мгновенных частот осцилляторов, вызванные шумом Леви. Однако мгновенные частоты возвращаются к первоначальным значениям и в среднем сохраняется синхронизация частот. Можно сделать следующий вывод, что Синхронный режим сохраняет устойчивость даже при воздействии тяжелохвостых шумов Леви.

Аналогично ведут себя осцилляторы и под действием гауссовского шума.

Рассмотрим интенсивность шума Леви, при которой наблюдается изменение пространственно-временной динамики в ансамбле осцилляторов в области мультистабильности, при различных значениях параметра стабильности α . Значение $\alpha = 2$ соответствует гауссовскому шуму. Рассчитанные зависимости пороговой интенсивности от параметра α , полученные при различных значениях параметра асимметрии распределения β ,приведены на этом рисунке (5).



Рисунок 5. Величины интенсивности шума Леви при которых наблюдаются изменения пространственновременной динамики в ансамблях из 30 и 40 осцилляторов

Анализ пороговых значений интенсивности шума Леви показал, что при α =1 критическая интенсивность составляет порядка 10⁻⁶ для обоих ансамблей, резко возрастая до ~0.2-0.3 при α =1.9. Наибольшая устойчивость наблюдалась при β =0.5-1, что свидетельствует о меньшей чувствительности системы к положительным высокоамплитудным импульсам по сравнению с симметричным случаем (β =0).

Можно сделать вывод, что устойчивость энергосетей к шуму Леви существенно зависит от характера распределения и, в частности, от значения параметра α. С ростом α от 1 до 2 пороговое значение интенсивности шумам возрастает почти на 6 порядков.

Рассмотрим случай, в котором наблюдается режим сосуществования синхронной и асинхронной динамики. Он проиллюстрирован на графиках ниже (рис 6). На них можно видеть срыв частотной синхронизации. Он наблюдается при очень сильном гауссовом шуме.

С ростом размера ансамбля устойчивость к шуму увеличивается. Так, например, для ансамбля из 30 осцилляторов изменение пространственновременной динамики наблюдалось при интенсивности шума σ = 0.1833 (рис. 6, *a*, *b*, *c*), а для ансамбля из 40 осцилляторов - при σ = 0.2732 (рис. 6, *d*, *e*, *f*).



Рисунок 6. Внешнее воздействие гауссовским шумом на ансамбли из 30 и 40 осцилляторов: a, d — пространственно-временная диаграмма мгновенных фаз, b, e — пространственно-временная диаграмма мгновенных частот, c, f — временная реализация параметра порядка Курамото г (оранжевая линия — усредненное по времени значение), a, b, c — изображения для 30 осцилляторов, d, e, f — изображения для 40 осцилляторов

На представленном ниже рисунке (7) наблюдается явление синхронизации под действием слабого шума Леви.



Рисунок 7. Внешнее воздействие шумом Леви с параметрами α =1.4, β =0, σ =1.42*10-5 на ансамбль из 30 осцилляторов: а пространственно-временная диаграмма мгновенных фаз, b пространственно-временная диаграмма мгновенных частот, с временная реализация мгновенной частоты осциллятора i =25

Заключение

В результате проведенных исследований можно сделать ряд выводов, представленных ниже.

Полученные карты режимов на плоскости величин дисперсий начальных фаз и частот осцилляторов при постоянных параметрах ансамбля демонстрируют большое многообразие пространственно-временных режимов.

При малых величинах дисперсии начальных фаз осцилляторов наблюдается область синхронного режима. С ростом дисперсии начальных фаз наблюдается сосуществование множества синхронных и несинхронных режимов (область мультистабильности).

В ансамбле при одних и тех же параметрах наблюдается многообразие режимов с различной степенью фазовой когерентности. Это связано с наличием в ансамбле осцилляторов, моделирующих потребителей с нулевой активной мощностью, чьи собственные частоты являются отличными от частот генераторов и остальных потребителей в энергосети.

В области синхронного режима ансамбль демонстрировал устойчивость к воздействию шума большой интенсивности, как гауссова, так и шума Леви с параметром стабильности $\alpha < 2$. Устойчивость заключалась в восстановлении режима частотной синхронизации после прекращения воздействия шума. При этом разность фаз между осцилляторами становилась отличной от нуля, то есть полная синхронизация (синфазный режим) после воздействия шума различного типа не наблюдалась.

В области сосуществования синхронной и асинхронной динамики в ансамбле возможны переключения как под действием гауссовского шума, так и шума Леви. Интенсивность шума, необходимая для смены режима, зависела от параметра α . Она имела порядок 10^{-6} при $\alpha = 1$, а при $\alpha = 2$ (гауссовский шум) имела значения порядка 0.2 -0.5. Такие разные пороговые интенсивности связаны с особенностью шума Леви, заключающейся в наличии высокоаплитудных случайных выбросов при $\alpha < 2$, вероятность которых растет при $\alpha \rightarrow 1$.

Результаты работы представлены в следующей публикации:

П.А. Аринушкин, В.Д. Куприянов, Т.Е. Вадивасова. Влияние гауссовского шума и шума Леви на фазовую динамику ансамбля Курамото-подобных осцилляторов // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2025. Т. 33, № 3

DOI: <u>10.18500/0869-6632-003145</u> (ранний доступ), и доложены на следующей конференции: The XXVIII Saratov Fall Meeting 2024, Workshop on Nonlinear Dynamics XV, September 25 – September 26 2024, Saratov, Russia