

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра физики открытых систем

**Флуктуационный анализ коррелированных и анти-коррелированных
процессов**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 4041 группы
направления 09.03.02 «Информационные системы и технологии»
код и наименование направления
института физики
наименование факультета, института, колледжа
Кузьменко Андрея Сергеевича
фамилия, имя, отчество

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор

должность, ученая степень, уч. звание

подпись, дата

А.Н. Павлов

Инициалы Фамилия

Заведующий кафедрой физики открытых систем

полное наименование кафедры

д.ф.-м.н., профессор

должность, ученая степень, уч. звание

подпись, дата

А.А. Короновский

Инициалы Фамилия

Саратов 2025 г.

ВВЕДЕНИЕ

Анализ сигналов (временных рядов) представляет собой одну из ключевых задач современной статистики и прикладной математики [1]. Он находит широкое применение в самых разнообразных сферах: от экономики и финансов до экологии, физики, биологии и даже социальных наук. Временные ряды позволяют отслеживать динамику процессов, выявлять закономерности и строить прогнозы на основе исторических данных. Однако сложность многих реальных систем требует разработки более тонких и эффективных методов анализа, способных учитывать не только общие тренды, но и скрытые взаимосвязи между рядами.

В последние десятилетия особый интерес исследователей вызывает флуктуационный анализ [2], который дает возможность изучать не только глобальные тенденции, но и локальные колебания, шумы и скрытые корреляции. Этот метод особенно важен при работе с данными, демонстрирующими сложное поведение, например, в финансовых рынках, климатических системах или биологических процессах.

Одним из ключевых аспектов флуктуационного анализа является исследование коррелированных и анти-коррелированных временных рядов. Корреляция указывает на наличие статистической связи между рядами, в то время как анти-корреляция свидетельствует о противоположной динамике. Понимание этих взаимосвязей критически важно для построения точных моделей, прогнозирования и принятия решений в условиях неопределенности.

Целью данной выпускной квалификационной работы является изучение влияния типа корреляций анализируемого процесса на надежность оценок его характеристик по регистрируемым временным рядам.

Материалы исследования. Расчеты проводились по тестовым сигналам (шумам) с разными типами корреляций. Для этого в программе Python были реализованы генерация случайных процессов с заданными характеристиками, а также методы вычислений – DFA и его расширенный

вариант (EDFA) [3]. С использованием этих методов были вычислены значения показателей скейлинга флуктуационного анализа.

Выпускная квалификационная работа содержит введение, четыре раздела основной части ВКР (1. Основные концепции, необходимые для применения DFA; 2. Примеры использования флуктуационного анализа; 3. Метод EDFA; 4. Практическая часть), заключение и список использованных источников. Общий объем работы 51 стр.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

1. Основные концепции, необходимые для применения DFA. Метод детрендированного флуктуационного анализа (DFA) представляет собой важный инструмент для изучения временных рядов, сохраняющих свои свойства при изменении масштаба. Особую ценность он имеет при работе с физиологическими данными, в частности, с электроэнцефалограммой (ЭЭГ). Главное преимущество DFA заключается в его способности выявлять долгосрочные взаимосвязи в данных, одновременно минимизируя воздействие локальных изменений и шумов. Это делает метод особенно эффективным при анализе сигналов с непостоянными характеристиками.

В современной нейронауке DFA активно применяется для решения различных задач: от исследования закономерностей мозговой активности до диагностики неврологических нарушений и изучения когнитивных функций. Однако успешное использование этого метода требует четкого понимания его основных принципов. К ним относятся: интерпретация показателя Хёрста, правильное устранение трендов, оптимальный подбор параметров исследования и корректный анализ полученных результатов.

Характеристика сложных систем на основе экспериментальных данных часто осложняется наличием артефактов, шума и динамики, изменяющейся во времени, которая может включать изменения параметров управления и переходы между различными типами колебаний. Аддитивные флуктуации во временном ряду могут быть полностью или частично устранены на этапе

предварительной обработки, например, шумоподавлением, предусмотренным как для локализованных артефактов, так и для нелокализованных флуктуаций, связанных, например, с измерительным шумом. Несмотря на существование множества методов фильтрации, извлечение артефактов из экспериментальных записей по-прежнему остается сложной проблемой, особенно если полосы частот сигнала без шума и артефактов перекрываются в частотной области, и обычно выполняется простое исключение поврежденных сегментов данных. Такой случай имеет место, например, в нейрофизиологических исследованиях, где процент фрагментов без артефактов может составлять около 10% от общего набора данных, и только эти фрагменты выбираются для дальнейшей обработки. Когда оставшиеся части набора данных короткие и не характеризуют надежно состояние системы, они часто объединяются для получения необходимого объема данных. Однако эта процедура разрушает дальние корреляции в исходном наборе данных, что приводит к значительным изменениям количественных показателей. Согласно недавним исследованиям, такие изменения гораздо сильнее для антикоррелированных процессов, где исключение относительно небольшого процента набора данных имеет решающее значение для оценки показателей скейлинга. Коррелированные сигналы, с другой стороны, менее чувствительны к отсутствующим частям записей, и надежная характеристика динамики обеспечивается даже в случае экстремальной потери данных.

2. Примеры использования флуктуационного анализа. Рассмотрены некоторые примеры применения DFA, в частности, в разработке интерфейсов мозг-компьютер. Современные достижения в разработке интерфейсов мозг-компьютер (ИМК) открыли перспективное направление нейронауки, прикладной физики и инженерии. Хотя концепция ИМК имеет давнюю историю, а первые идеи обсуждались около полувека назад, путь от общих гипотез до их практической реализации был осложнен недостаточными возможностями компьютеров и ограничениями существующих знаний о физиологии мозга. За последние два десятилетия были предложены различные

примеры неинвазивных ИМК, обеспечивающих распознавание в реальном времени определенных паттернов электрической (или магнитной) активности мозга, связанных с умственными действиями, и их преобразование в команды управления для аппаратной части нейроинтерфейсов. В частности, был создан неинвазивный ИМК для лиц с тяжелыми двигательными нарушениями для управления движением курсора, в основу которого лег адаптивный алгоритм, осуществляющий анализ многоканальных электроэнцефалограмм (ЭЭГ). По таким критериям, как время и точность движения, представленные результаты сопоставимы с инвазивным ИМК. Эти результаты показывают, что пациенты с тяжелыми двигательными нарушениями могут использовать сигналы от электрической активности мозга для управления нейропротезом без имплантации электродов в мозг. Использование флуктуационного анализа позволило решить ряд задач по распознаванию движений для ИМК. Приведен ряд других примеров применения.

3. Метод EDFA. Алгоритм DFA включает построение одномерного случайного блуждания (профиля сигнала) и его последующий среднеквадратичный анализ. Профиль аппроксимируется кусочно-линейной функцией (после разделения его на сегменты, аппроксимация проводится в пределах каждого сегмента), и стандартная ошибка аппроксимации вычисляется в зависимости от длины сегмента.

Расширенный вариант метода учитывает разброс локальных значений $F_{loc}(n)$ среднеквадратичных отклонений профиля от аппроксимирующей функции, которые вычисляются в рамках одного сегмента. Для стационарных процессов при заданном n разброс значений $F_{loc}(n)$ будет сравнительно небольшим, и величина $dF(n)$ (разность между максимальным и минимальным значением $F_{loc}(n)$) приближается к нулю. При наличии сильной нестационарности $dF(n)$ принимает значения в диапазоне от нуля до $\max[F_{loc}(n)]$. Обычно наблюдается рост $dF(n)$ при увеличении n , и соответствующая степенная зависимость описывается показателем скейлинга β .

4. Практическая часть. Корреляционный анализ является одним из наиболее широко используемых и информативных методов обработки сигналов, который позволяет решать широкий спектр прикладных задач при изучении динамики сложных систем на основе экспериментальных данных. В частности, различные его варианты часто рассматриваются при диагностике состояния систем. Ограничения классического подхода также хорошо известны и касаются как проблем оценки характеристик быстро затухающей корреляционной функции в области далекодействующих корреляций, особенно при наличии шума, так и проблем, связанных с нестационарностью многих процессов, регистрируемых в ходе экспериментальных исследований.

Это объясняет интерес к альтернативным методам выявления долгосрочных корреляций, среди которых метод DFA является самым популярным инструментом. DFA не накладывает формальных ограничений на анализируемые сигналы, но некоторые типы нестационарного поведения приводят к существенному разбросу во времени локальных флуктуаций профиля сигнала от тренда, которые не учитываются в рамках обычного подхода. Более тщательный учет неоднородности анализируемых процессов приводит к расширенной версии DFA – EDFA, который количественно определяет два показателя скейлинга – показатель обычного DFA и показатель, учитывающий разброс значений среднеквадратических отклонений в зависимости от масштаба. Последняя величина принимает положительные значения для нестационарных данных. Однако неожиданным стало обнаружение возможности отрицательных значений показателя скейлинга EDFA для некоторых модельных систем или даже для экспериментальных данных.

В данной работе проводится анализ тестовых сигналов с разными типами корреляций. Для этого в программе Python был реализован метод DFA и его расширенный вариант (EDFA) на базе библиотеки MFDFA. По полученным результатам были вычислены практические значения масштабного показателя α для DFA и β для EDFA. Расчет показателя α

производился следующим образом: вычислялся наклон зависимости (4) в двойном логарифмическом масштабе.

MFDFA – это численный алгоритм, разработанный для определения самоподобия стохастического процесса. Проще говоря, алгоритм исследует связь между диффузией процесса и его распространением во времени или пространстве. Авторегрессионные и стохастические процессы с различным показателем скейлинга степенного закона будут рассеиваться с разной скоростью. На этом программном обеспечении разработан вычислительно эффективный код, ориентированный на скорость вычислений и удобство использования.

Это было достигнуто путем максимального использования Python, переформирования кода для обеспечения многопоточности, особенно полагаясь на полином numpy, который легко масштабируется с современными компьютерами, имеющими больше процессорных ядер. Более того, эта библиотека содержит наиболее часто применяемые методы наряду с DFA и MFDFA: добавлена функция эмпирической модовой декомпозиции для замены полиномиальных подгонок; включено движущееся окно, особенно ценное для более коротких временных рядов. Также был включен метод расширенного DFA (EDFA).

Для начала рассмотрим результаты при исследовании коррелированного шума с различными коэффициентами α (теоретическими) и сравним с результатами, полученными на практике. Использовались сигналы (цветной шум) с показателем α в диапазоне: $\alpha \in [0.6; 1.5]$. Далее к этим сигналам был применен метод DFA и EDFA. С их помощью вычислены практические коэффициенты α и β (для DFA и EDFA, соответственно) – рис. 1.

Случай антикоррелированных ($\alpha \in [0.01; 0.4]$) процессов более сложен (рис. 2). Теперь значения показателей скейлинга не совпадают ($\beta < \alpha$), и, начиная примерно с $\alpha = 0,15$, знак показателя скейлинга метода EDFA меняется, что приводит к отрицательным значениям β . Если расхождение между двумя рассматриваемыми характеристиками в целом можно было бы

ожидать, поскольку они описывают различные особенности профилей сигналов, то появление отрицательных значений β является неожиданным эффектом, который требует более тщательного рассмотрения.

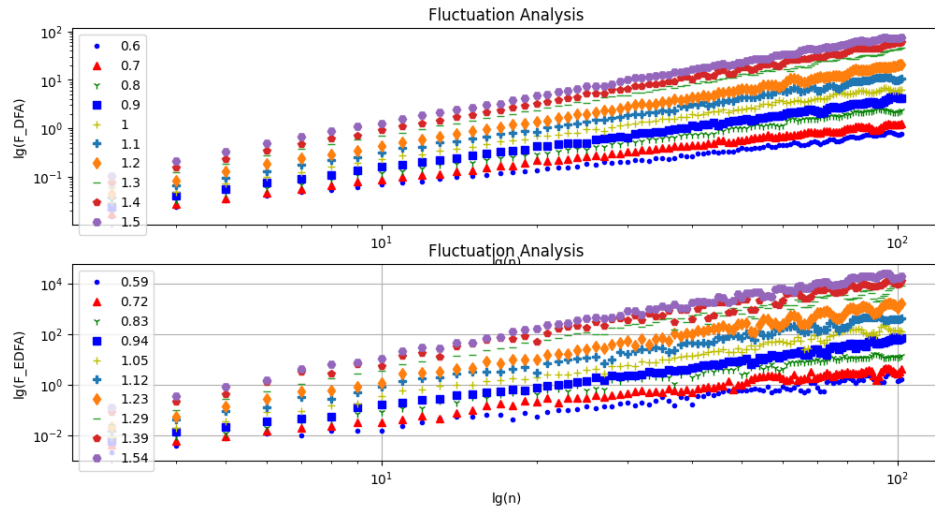


Рисунок 1 – Результаты проведения анализа коррелированных временных рядов (цветного шума) с помощью методов DFA и EDFA. На верхнем графике показан расчет методом DFA, на нижнем – EDFA.

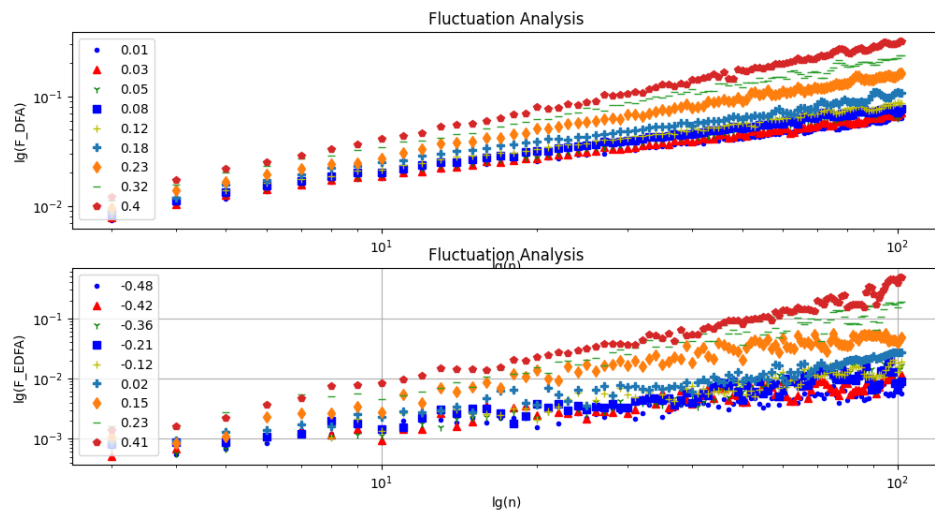


Рисунок 2 – Результаты проведения анализа антикоррелированных ($\alpha \in [0.01; 0.4]$) временных рядов (цветного шума) с помощью методов DFA и EDFA. На верхнем графике показан расчет методом DFA, на нижнем – EDFA.

Следует обратить внимание, что, как и в случае с коррелированным шумом (рис. 1), зависимости, показанные на рис. 2, являются близкими к

линейным (если исключить начальный участок), что позволяет оценить показатели скейлинга при условии использования соответствующего объема данных.

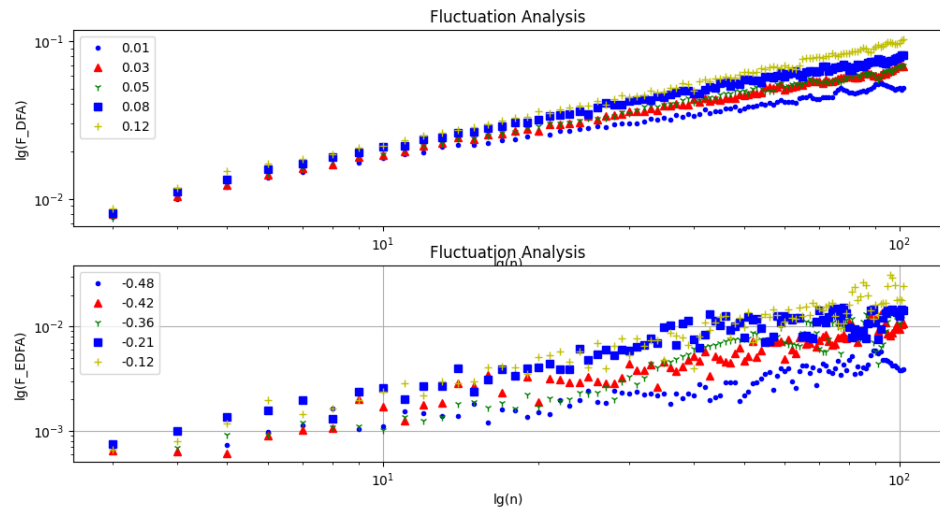


Рисунок 3 – Результаты проведения анализа антикоррелированных ($\alpha \in [0.01; 0.15]$) временных рядов с помощью методов DFA и EDFA. На верхнем графике показан расчет методом DFA, на нижнем – EDFA.

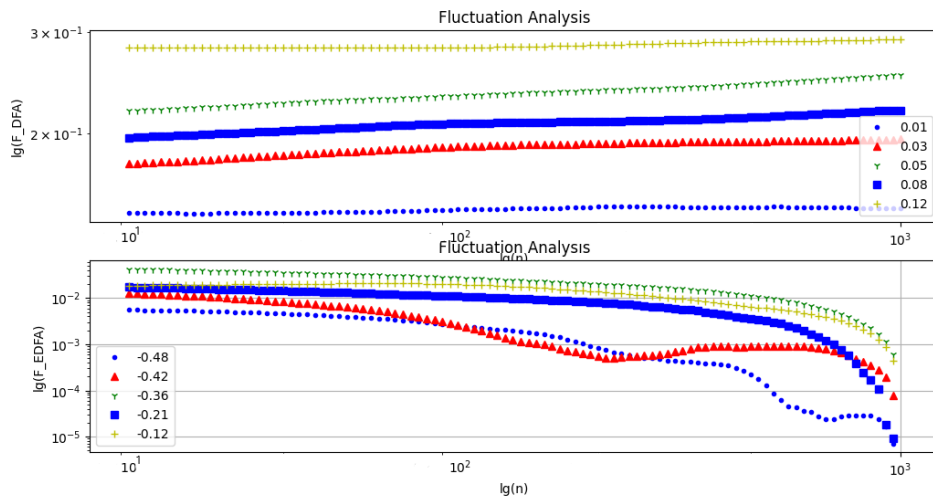


Рисунок 4 – Результаты проведения анализа антикоррелированных ($\alpha \in (0.15; 0.4]$) рядов с помощью методов DFA и EDFA. На верхнем графике показан расчет методом DFA, на нижнем – EDFA.

Для более детального разбора полученных результатов, рассмотрим отдельно ситуации появления отрицательных значений β (рис. 3) и положительных (рис. 4).

Для сопоставления полученных результатов проведено сравнение с расчетами, выполненными по длительным сигналам цветного шума. Увеличение объема выборки позволяет получить более прямолинейные зависимости в двойном логарифмическом масштабе как для DFA, так и для EDFA. При рассмотрении шумов с положительными корреляциями, оба показателя скейлинга принимают близкие значения. Для повышения качества вычислений оценивалось стандартное отклонение локальных флуктуаций для EDFA. Аналогичные расчеты были проведены для анти-коррелированных шумов. Они подтверждают уменьшение значений β переход к отрицательным значениям этого показателя.

Установлено, что ключевым фактором с точки зрения знака β является стационарность профиля сигнала, достижимая только для процессов с антикорреляциями. Анализ шумов различных статистик позволяет наглядно проиллюстрировать соответствующие особенности в поведении $\lg F$ и $\sigma[F_{\text{loc}}]$ в зависимости от $\lg n$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения данной дипломной работы были проведены исследования, направленные на флуктуационный анализ коррелированных и антикоррелированных временных рядов (на примере шумов различной статистики). Исследование охватило как теоретические аспекты, так и практические методы, позволяющие выявлять скрытые закономерности в динамике временных рядов, а также оценивать их применимость в различных научных и прикладных областях.

В работе исследованы причины появления отрицательных значений показателя скейлинга расширенной версии флуктуационного анализа, учитывающей отличия локальных флуктуаций профиля сигнала от аппроксимации тренда. На примере процессов с известными статистическими характеристиками (шум различной статистики) установлены значимые отличия в характеристиках скейлинга метода EDFA для процессов с

положительными корреляциями и антикорреляциями. В частности, тип корреляций влияет на стационарность профилей сигналов, что играет решающую роль при рассмотрении зависимости локальных флуктуаций от масштаба. Если для положительно коррелированных процессов, приводящих к нестационарным случайным блужданиям, результаты ожидаемы, то стационарность профилей некоторых антикоррелированных процессов приводит к неожиданным результатам при оценке показателей скейлинга. Эти особенности проявляются независимо от природы сигнала, и их понимание позволяет сформировать более полное представление о роли типа корреляций при использовании численных инструментов на основе расширений DFA. Результаты данного исследования могут быть применены для разработки более совершенных диагностических инструментов, используемых для мониторинга физиологических состояний.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] Дженкинс, Г. Спектральный анализ и его приложения / Г. Дженкинс, Д. Ваттс. - М.: Мир, 1971. - 317 с.
- [2] Shao, Y. Comparing the performance of FA, DFA and DMA using different synthetic long-range correlated time series / Y. Shao, G. Gu, Z. Jiang, W. Zhou, D. Sornette // Scientific Reports. – 2012. – Vol. 2. – P. 835.
- [3] Pavlov, A. N. Extended detrended fluctuation analysis of electroencephalograms signals during sleep and the opening of the blood-brain barrier / A. N. Pavlov, A. I. Dubrovsky, A. A. Koronovskii Jr, O. N. Pavlova, O. V. Semyachkina-Glushkovskaya, J. Kurths // Chaos. – 2020. – Vol. 30, No. 7.