

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа и
автоматического управления

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА НА
МНОГОПОЛОСНОЙ МАГИСТРАЛИ СЕТЬЮ МАССОВОГО
ОБСЛУЖИВАНИЯ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 481 группы
направления 27.03.03 — Системный анализ и управление
факультета КНиИТ
Чувашова Эдуарда Эдуардовича

Научный руководитель
старший преподаватель

И. А. Люкшин

Заведующий кафедрой
к. ф.-м. н., доцент

И. Е. Тананко

Саратов 2025

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Современные мегаполисы сталкиваются с растущими проблемами в организации транспортных систем, обусловленными стремительной урбанизацией и увеличением числа автомобилей. Пробки, задержки в движении, повышенный расход топлива и негативное воздействие на экологию стали неотъемлемой частью повседневной жизни городов. Многополосные магистрали, как ключевые элементы транспортной инфраструктуры, играют критическую роль в обеспечении пропускной способности дорожной сети. Однако их эффективность снижается из-за сложных динамических процессов: неоднородности потока, частых перестроений, вариативности скоростей и стохастических задержек.

Традиционно, транспортный поток и дорожные сети моделируются имитационными моделями. Имитационные модели хорошо помогают в моделировании транспортных потоков, но они требовательны к вычислительным мощностям, а также к навыкам аналитика, разрабатывающего имитационную модель.

Актуальность аналитического моделирования для транспортных потоков на дорожных сетях обусловлена тем, что может дать возможности для быстрого получения результатов при использовании аналитической модели. При помощи аналитической модели можно получить различные метрики для определения качества работы изучаемой модели транспортного потока. Таким образом, при развитии аналитических моделей для анализа транспортных потоков в дорожных сетях, появится возможность избежать построения сложных в разработке и требовательных к вычислительным ресурсам имитационных моделей.

Таким образом, актуальной является задача, связанная с построением математических моделей транспортного потока в дорожных сетях и разработкой методов анализа и оптимизации данных сетей массового обслуживания.

Целью данной бакалаврской работы является изучение и исследование моделей сетей массового обслуживания, а также заключается в применении математической модели сетей массового обслуживания для анализа транспортного потока в дорожных сетях. Поставленная цель определила следующие задачи:

1. Исследование математических методов для анализа сетей массового об-

служивания.

2. Создание способа моделирования транспортного потока в дорожной сети при помощи сети массового обслуживания.
3. Создание программы, реализующей алгоритм анализа сети массового обслуживания.
4. Проведение экспериментов с программой для изучения поведения разработанной модели.

Методологические основы исследования сетей массового обслуживания представлены в работах В. М. Вишне夫斯基 [1-2], Ю. И. Митрофанов [3].

Теоретическая значимость бакалаврской работы. Рассмотренная модель системы массового обслуживания расширяет круг задач, решаемых в теории массового обслуживания, поскольку позволяет рассмотреть особенности структуры и создания аналитических моделей для моделирования транспортного потока в дорожных сетях.

Практическая значимость бакалаврской работы. Представленные в работе результаты могут быть применены для математического моделирования транспортного потока в дорожных сетях. Дорожную сеть можно смоделировать как открытую, однородную экспоненциальную сеть, для решения задач анализа и оптимизации.

Структура и объём работы. Бакалаврская работа состоит из введения, 5 разделов, заключения, списка использованных источников и приложения. Общий объём работы — 51 страница, из них 40 страниц — основное содержание, включая 13 рисунков, список использованных источников информации — 20 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Системы массового обслуживания» посвящен описанию систем массового обслуживания в теории массового обслуживания.

Теория массового обслуживания является прикладной частью теории вероятностей. Теория массового обслуживания занимается изучением или анализом процессов в системах обслуживания, производства и управления, в которых однотипные события повторяются много раз [4].

Система массового обслуживания — это абстрактная система, математический объект, который производит обслуживание требований, поступаю-

щих в нее из источника требований. Требования возвращаются в источник после обслуживания.

В подразделе 1.1 представлена классификация систем массового обслуживания. Классификация систем массового обслуживания производится по следующим основным признакам [5]:

- 1) по модели построения,
- 2) по количеству обслуживающих приборов,
- 3) по наличию и размеру очереди,
- 4) по дисциплине обслуживания,
- 5) по структуре каналов,
- 6) по расположению каналов,
- 7) по наличию внешних требований.

В подразделе 1.2 рассматривается символика Кендалла для обозначения систем массового обслуживания. Обозначение системы массового обслуживания в символике Кендалла очень удобно, так как в очень краткой записи содержится много информации о системе массового обслуживания.

Системы массового обслуживания характеризуются пятью величинами: A , S , κ , B , Z . Обозначение системы массового обслуживания по Кендаллу записывается в таком виде : $A|S|\kappa|B|Z$ [6].

В подразделе 1.3 описываются марковские случайные процессы и их частный случай — процессы гибели и размножения. Эти случайные процессы играют важную роль при исследовании систем массового обслуживания [7].

Случайный процесс y_t , $t \geq 0$, заданный на некотором вероятностном пространстве и принимающий значения в некотором числовом множестве Y , называется марковским, если для любого натурального числа n , любых $y, u, u_n, \dots, u_1 \in Y$ и любых $\tau, t, t_n, \dots, t_1$, упорядоченных следующим образом: $\tau > t > t_n > \dots > t_1$, выполняется соотношение [8]

$$P\{y_\tau < y \mid y_t = u, y_{t_n} = u_n, \dots, y_{t_1} = u_1\} = P\{y_\tau < y \mid y_t = u\}.$$

В подразделе 1.4 описаны параметры и характеристики системы массового обслуживания $M/M/\kappa$.

Система $M/M/\kappa$ обладает κ обслуживающими приборами и неограниченным числом мест для ожидания в очереди. Поступающий поток требований в систему — пуассоновский с интенсивностью λ . Длительности времени

обслуживания требований одним прибором подчинены экспоненциальному закону распределения с параметром μ , где μ — интенсивность обслуживания требований одним прибором. Дисциплина обслуживания требований в системе FCFS. Поведение данной системы описывается процессом гибели и размножения.

Второй раздел «Сети массового обслуживания» посвящен основным понятиям и описанию сетей массового обслуживания в теории массового обслуживания [9].

Сеть массового обслуживания (СеМО) представляет собой совокупность взаимосвязанных систем массового обслуживания (СМО), обеспечивающих в процессе функционирования сети прием, хранение, обработку и выдачу требований, поступающих в системы обслуживания.

В подразделе 2.1 в общем описываются основные параметры и характеристики сетей массового обслуживания. Определен набор параметров, которыми задается сеть массового обслуживания:

$$\Gamma = \langle L, K, A, W, \Theta, \kappa, \mu, D, \xi, \pi \rangle.$$

Подраздел 2.2 посвящен однородным открытым экспоненциальным сетям массового обслуживания. В подразделе описывается набор параметров, который задает открытую экспоненциальную сеть массового обслуживания:

$$\Gamma = \langle L, 1, \lambda_0, M, \Theta, \kappa, \mu, FCFS, 1, \pi \rangle.$$

Набор Γ определяет открытую сеть обслуживания, содержащую L систем C_i , $i = 1, \dots, L$, обслуживающих требования одного класса, поступающие из внешнего источника C_0 . Входящий в сеть поток требований пуассоновский с интенсивностью λ_0 . Система C_i , $i \in \mathcal{L}$, содержит κ_i параллельно работающих одинаковых приборов, длительность обслуживания требований прибором имеет экспоненциальное распределение с параметром μ_i . Выбор в C_i очередного требования на обслуживание производится из общей очереди неограниченной длины согласно дисциплине *FCFS* [10].

Также приведена теорема Джексона и описан алгоритм анализа сетей данного типа.

Теорема Джексона обеспечивает возможность использования метода

анализа открытых сетей обслуживания, основанного на композиции известных расчетных формул для систем обслуживания C_i типа $M/M/\kappa_i$, в которых $\psi_i = \lambda_i/(\kappa_i\mu_i)$:

$$P_i(0) = \left[\frac{(\kappa_i\psi_i)^{\kappa_i}}{\kappa_i!(1-\psi_i)} + \sum_{n=0}^{\kappa_i-1} \frac{(\kappa_i\psi_i)^n}{n!} \right]^{-1},$$

$$\bar{b}_i = P_i(0) \frac{\kappa_i^{\kappa_i} \psi_i^{\kappa_i+1}}{\kappa_i!(1-\psi_i)^2}, \quad (1)$$

$$\bar{h}_i = \psi_i \kappa_i, \quad \bar{g}_i = (1-\psi_i) \kappa_i, \quad \bar{n}_i = \bar{b}_i + \bar{h}_i,$$

$$\bar{u}_i = \bar{n}_i/\lambda_i, \quad \bar{w}_i = \bar{b}_i/\lambda_i.$$

Среднее время пребывания требования в сети Γ

$$\bar{\tau} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=1}^L \lambda_i \bar{u}_i. \quad (2)$$

Третий раздел «Моделирование транспортного потока на участке дороги системой массового обслуживания» посвящен моделированию транспортного потока на участке дороги системой массового обслуживания.

Для описания процесса обслуживания автомобильной дорогой, поступающего на неё транспортного потока, был рассмотрен участок автомобильной дороги в качестве системы массового обслуживания.

Для моделирования транспортного потока на участке дороги была выбрана система типа $M|M|\kappa$. Также были введены обозначения параметров участка дороги:

- 1) Len — протяженность участка дороги в метрах;
- 2) l — средняя длина всех автомобилей в транспортном потоке;
- 3) v — максимальная разрешенная скорость на данном участке дороги;
- 4) $S = v*t$ — безопасная дистанция между последовательно движущимися автомобилями в транспортном потоке;
- 5) t — константа времени в секундах, которая необходима для определения безопасной дистанции S ;

- 6) $\bar{\nu} = (Len + l)/v$ — средняя длительность обслуживания в секундах одного автомобиля;
- 7) тогда интенсивность обслуживания одной полосой определяется следующим образом: $\mu = 1/\bar{\nu}$. Интенсивность обслуживания измеряется средним числом обслуженных автомобилей за час;
- 8) n — число полос для движения на автомобильной дороге;
- 9) $\kappa = n * \left[\frac{Len}{S+l} \right]$ — число мест для автомобилей на участке дороги. Квадратные скобки в этой формуле означают, что берется целая часть от результата вычислений в них.

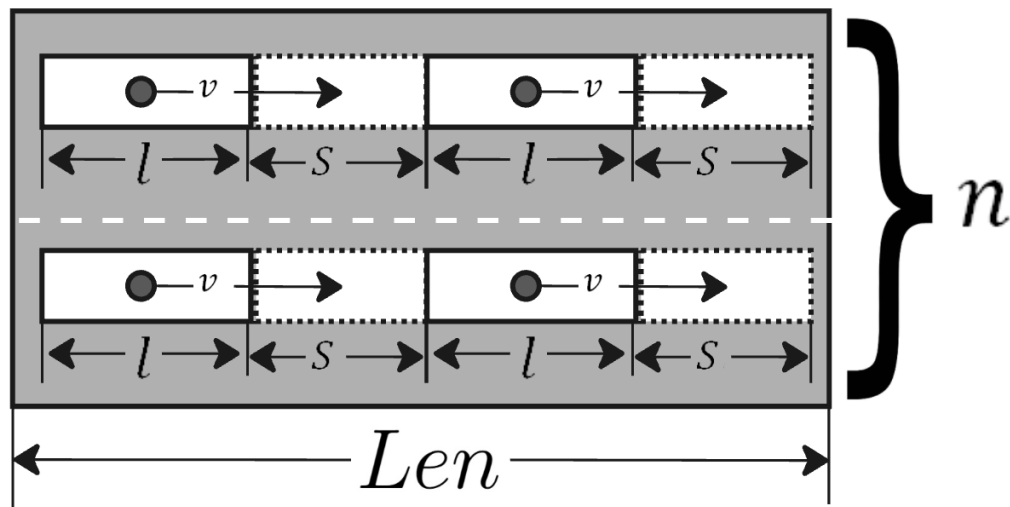


Рисунок 1 – Схема участка дороги

На рисунке 1 изображена схема описанного участка дороги. На схеме наглядно изображен моделируемый транспортный поток. Каждый автомобиль передвигается со скоростью v , держит безопасную дистанцию S перед следующим автомобилем, а сам автомобиль имеет длину l . Участок дороги длиной Len и число полос на нем равно n .

Также для участка дороги были определены два возможных варианта функционирования: стандартный режим работы, режим высокой нагрузки. При режиме высокой нагрузки у участка дороги искусственно изменяются параметры максимальной скорости и константы времени, необходимой для вычисления безопасной дистанции.

Четвертый раздел «Моделирование дорожной сети открытой сетью массового обслуживания» посвящен моделированию транспортного потока в дорожной сети сетью массового обслуживания.

Дальнейшее развитие идеи моделирования транспортного потока при помощи математических моделей теории массового обслуживания заключается в объединении определенных ранее участков автомобильной дороги в некоторую сеть.

Для моделирования дорожной сети была выбрана математическая модель сети Джексона.

Маршрутная матрица Θ определяет топологию дорожной сети, а также её элементы θ_{ij} , $i, j = 1, \dots, L$, — вероятность выбора следующего участка дороги j , когда автомобиль покидает участок дороги i . Элементы θ_{0j} , $j = 1, \dots, L$, отвечают за распределение входящего потока автомобилей по участкам дороги и, также, определяют на какие участки дороги могут попадать автомобили из источника. Элементы θ_{i0} , $i = 1, \dots, L$, отвечают за то, с каких участков дороги автомобили могут покидать дорожную сеть, возвращаясь обратно в источник.

Параметры и характеристики участков дорог в сети рассчитываются по формулам, которые были описаны в третьем разделе, но теперь представлены в виде векторов.

Пятый раздел «Практическая реализация модели дорожной сети» посвящен разработанной программе на языке Python в среде разработки Google Colab, для вычисления стационарных характеристик сети, и анализу результатов, полученных при использовании программы.

В подразделе 5.1 содержится описание разработанной программы, реализующей алгоритм анализа сети Джексона и расчетные формулы для стационарных характеристик систем, с использованием параметров дорожной сети.

Разработанная программа получает параметры через консольный интерфейс. Программа запросит ввести все параметры, исследуемой дорожной сети. Предполагается, что пользователь уже предварительно продумал схему дорожной сети, которую планирует исследовать. Маршрутная матрица считывается из файла. Подаваемая маршрутная матрица должна быть без строки и столбца, отвечающих за источник требований.

После ввода всех параметров, программа сообщит пользователю информацию о том, какие участки дороги функционируют нормально, сильно нагружены и перегружены. Для перегруженных дорог стационарные характе-

ристики не определены, это означает, что перегруженный участок дороги не способен дать достаточную пропускную способность для транспортного потока, что говорит о том, что для нормального функционирования дорожной сети, необходимо увеличить пропускную способность перегруженного участка дороги.

После информации о состояниях участков дорог программой будут построены графики стационарных распределений, а также будут выведены гистограммы основных стационарных характеристик для каждого участка дороги.

Подраздел 5.2 содержит описание и рассмотрение примера дорожной сети с использованием разных параметров, анализ результатов, полученных при вычислении программой, и анализ влияния изменения входных параметров на стационарные характеристики.

Рассмотрим пример представленный в работе. Схема дорожной сети 1 изображена на рисунке 2.

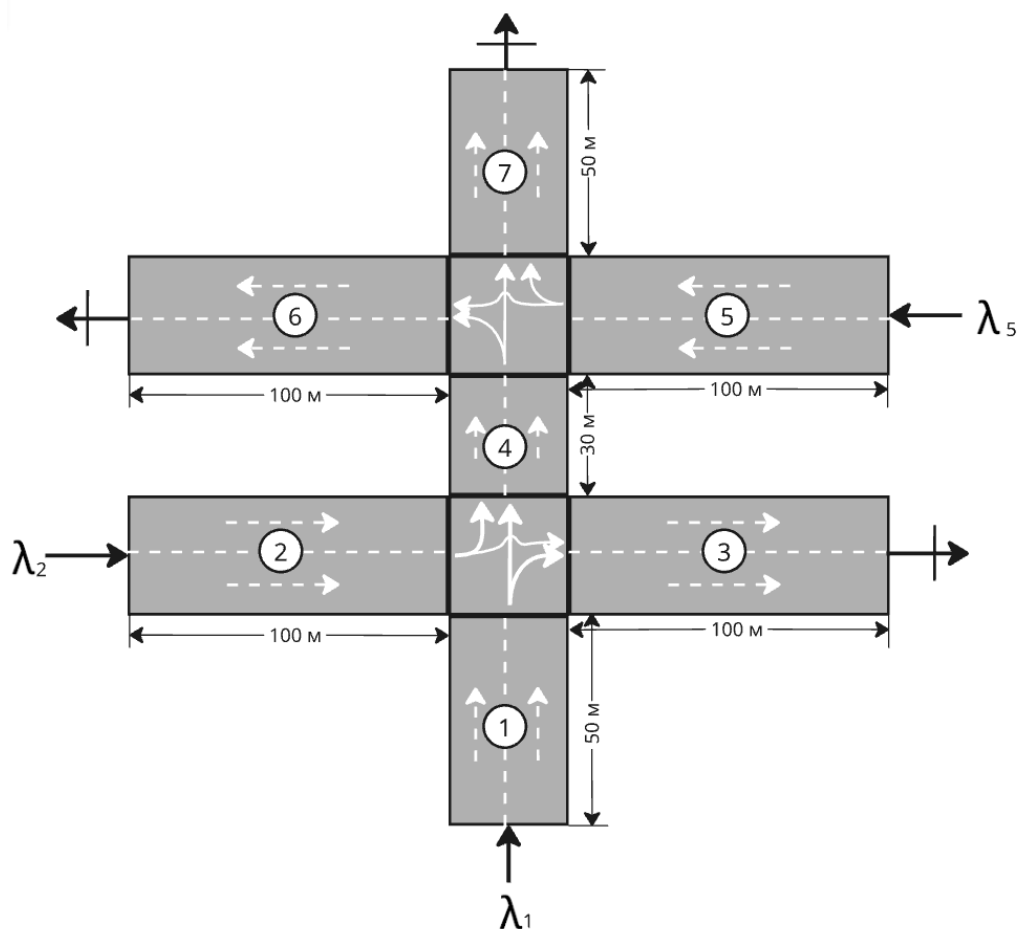


Рисунок 2 – Схема дорожной сети 1

Данная дорожная сеть изображена в виде графа сети массового обслуживания на рисунке 3. На графе указаны вероятности выбора автомобилями из транспортного потока выбора следующего участка дороги, для каждого участка дороги. Также, на графе указаны какие участки дорог связаны с источником, сам источник не указывается, для упрощения графа.

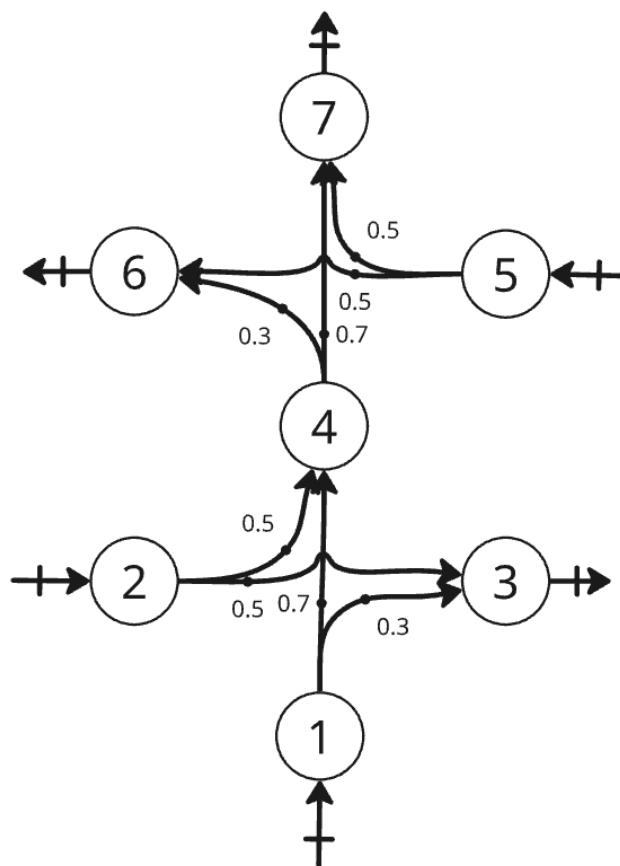


Рисунок 3 – Граф дорожной сети

Из полученных результатов в работе, было замечено, что участок дороги под номером 7 работает под высокой нагрузкой. Был сделан вывод, что путь, пролегающий через этот участок дороги, будут заметно менее комфортным. Ожидаемое число транспортных средств в 2-3 раза больше, чем на первом участке дороги, с аналогичными параметрами, также было замечено то, что м.о. проведенного времени на 7-м участке дороги в 2 раза больше, чем на аналогичном 1-м участке дороги. Это связано со снижением скорости транспортного потока из-за высокой нагрузки.

При анализе полученных результатов было сделано решение добавить одну полосу на участок дороги с номером 7.

После добавления полосы на участок дороги 7 стационарные метрики качества работы этого участка дороги сильно изменились в лучшую сторону. Стационарные характеристики других участков не изменились, что логично, так как в сети Джексона системы функционируют независимо друг от друга в вероятностном смысле при работе в стационарном режиме. При этом у 7-го участка дороги при наличии всего двух полос для движения стояла метка высокой нагрузки, но теперь на этот участок дороги он теперь помечен как нормально функционирующий, что говорит о том, что замедления транспортного потока теперь нет на этом участке дороги. Было получено, что м.о. времени проведенного автомобилем в дорожной сети тоже заметно снизилось, а именно с 21.4 секунд упало до 15.4 секунд.

Также было изучено влияние изменения интенсивности потока автомобилей из источника, поступающих на участок дороги под номером 1, на стационарные характеристики всех участков в дорожной сети. λ_1 изменялось в диапазоне от 100 до 1800 автомобилей в час. Были построены графики зависимости стационарных характеристик от изменяемой величины.

Было замечено, что наиболее сильно увеличение интенсивности поступающего транспортного на участок дороги 1 влияет на стационарные характеристики на участках дорог 1, 4, 7. Это связано с тем, что большинство автомобилей на первом участке дороги выберут 4-й участок дороги, а уже с 4-го участка дороги выберут 7-й. Характеристики участков дорог 3, 6 изменяются совсем немного, так как их выбирает меньшинство поступающих автомобилей. Автомобили попадающие из источника на первый участок дороги не оказывают влияния на стационарные характеристики участков дорог 2, 5, так как из 1-го участка дороги невозможно попасть туда.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполнения данной выпускной квалификационной работы была разработана и реализована модель для анализа транспортного потока в дорожной сети, основанная на математической модели открытой экспоненциальной сети массового обслуживания, в частности, сети Джексона. Модель позволяет переводить параметры участков дороги в параметры системы массового обслуживания, что позволяет анализировать дорожную сеть как совокупность взаимодействующих систем. Для анализа сети Джексона

был использован и адаптирован соответствующий алгоритм. Разработанная программа на Python позволяет анализировать транспортный поток, моделировать различные сценарии изменения параметров дорожной сети и оценивать их влияние на характеристики трафика. Наибольшее внимание было уделено разработке модели дорожной сети, а также исследованию полученных результатов.

Основные источники информации:

1. Вишневский, В. М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей / В. М. Вишневский. — М: Техносфера, 2003. — 512 с.
2. Вишневский, В. М. Сети массового обслуживания. Теория и применение в сетях ЭВМ / В. М. Вишневский. — М.: Радио и связь, 1988. — 192 с.
3. Митрофанов, Ю. И. Анализ сетей массового обслуживания: Учебное пособие / Ю. И. Митрофанов. — Саратов: Издательство «Научная книга», 2005. — 175 с.
4. Гнеденко, Б. В. Введение в теорию массового обслуживания / Б. В. Гнеденко. — Петрозаводск: Издательство ПетрГУ, 2014. — 76 с.
5. Анофин, В. В. Анализ и моделирование типовых систем массового обслуживания / В. В. Анофин. — М: Инфра-Инженерия, 2023. — 232 с.
6. Климов, Г. П. Теория массового обслуживания / Г. П. Климов. — М: Изд-во Московского ун-та, 2011. — 312 с.
7. Ревюз, Д. Цепи Маркова: Учебник / Д. Ревюз. — М.: РФФИ. — 1997. — 411 с.
8. Карлин, С. Основы теории случайных процессов / С. Карлин. — М.: Мир, 1971. — 536 с.
9. Клейнрок, Л. Теория массового обслуживания: Учебник / Л. Клейнрок. — М. : Машиностроение, 1979. — 432 с.
10. Терпугов, А. Ф. Теория массового обслуживания / А. А. Назаров, А. Ф. Терпугов. — Томск: Изд-во НТЛ, 2010. — 228 с.