

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа и
автоматического управления

**ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ КОЛЛ-ЦЕНТРА С УЧЁТОМ
НАВЫКОВ ОПЕРАТОРОВ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 481 группы
направления 27.03.03 — Системный анализ и управление
факультета КНиИТ
Турчина Вадима Александровича

Научный руководитель
доцент, к. ф.-м. н.

Е. С. Рогачко

Заведующий кафедрой
к. ф.-м. н., доцент

И. Е. Тананко

Саратов 2025

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Колл-центры играют ключевую роль в современной экономике, обеспечивая взаимодействие между компаниями и их клиентами. Эффективность работы колл-центра напрямую влияет на уровень удовлетворенности клиентов, качество обслуживания и финансовые результаты организации. В последние годы увеличивается количество исследований, посвященных проблемам функционирования колл-центров, однако к системам, учитывающим различные навыки операторов, относится небольшое число работ.

Для исследования таких систем применяются модели теории массового обслуживания, позволяющие описывать процессы обработки вызовов, оценивать загруженность операторов и определять вероятность потерь вызовов. Одним из подходов к анализу колл-центров с учетом навыков операторов является представление их в виде сетей массового обслуживания и последующее построение алгоритмов численного анализа, учитывающих маршрутизацию и отказы в обслуживании вызовов.

Цель бакалаврской работы — исследование модели колл-центра с учетом навыков операторов и разработка методов для минимизации потерь вызовов.

Поставленная цель определила **следующие задачи**:

1. Изучение принципов работы колл-центров, включая типовые архитектуры и особенности маршрутизации вызовов;
2. Анализ моделей колл-центров в терминах систем массового обслуживания и формулировка подходящей математической модели;
3. Разработка модели маршрутизации вызовов с учётом навыков операторов и ограниченного числа операторов;
4. Реализация алгоритма метода анализа модели с помощью программных средств;
5. Проведение численных экспериментов и анализ влияния параметров на эффективность функционирования колл-центра.

Методологические основы исследования колл-центров с применением моделей массового обслуживания представлены в работах А.К. Эрланга[1], И.В. Киселева[2], А.А. Попова[3], С.А. Баркалова, Е.А. Серебряковой[4], М.Г. Носовой[5], В.А. Дудиной, А.М. Журко, М.С. Степанова[6].

Практическая значимость бакалаврской работы. Разработанная программа может применяться для анализа и оптимизации функционирования колл-центра при различных конфигурациях системы. Полученные результаты позволяют оценивать эффективность распределения ресурсов и разрабатывать рекомендации по повышению качества обслуживания за счёт изменения маршрутизации вызовов и состава групп операторов.

Структура и объем работы. Бакалаврская работа состоит из введения, 5 разделов, заключения, списка использованных источников и приложения. Общий объем работы — 50 страниц, из них 45 страниц — основное содержание, включая 15 рисунков и 3 таблицы, список использованных источников информации — 22 наименования.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Описание работы колл-центра с учётом навыков операторов» посвящен описанию особенностей работы колл-центра с учётом навыков операторов.

В этом разделе описаны основные принципы работы колл-центра. Колл-центр представляет собой сложную организационно-техническую систему, предназначенную для обеспечения эффективной двусторонней коммуникации между компанией и её клиентами. В современном бизнес-пространстве это не просто телефонная служба, а многофункциональный центр управления клиентскими взаимодействиями, играющий стратегическую роль в построении долгосрочных отношений с потребителями.

Также приведено описание современных колл-центров, которые существуют в трёх основных организационных формах:

1. Операторская линия обработки вызовов — классическая модель, ориентированная преимущественно на телефонные коммуникации;
2. Программно-аппаратный комплекс управления вызовами — современная система, объединяющая различные каналы связи;
3. Контакт-центр — эволюционное развитие традиционного колл-центра, расширяющее каналы коммуникации далеко за пределы телефонных звонков.

Рассматривается также процесс обработки входящего вызова с учётом навыков оператора. Схема работы такого колл-центра представлена на рисунке 1.

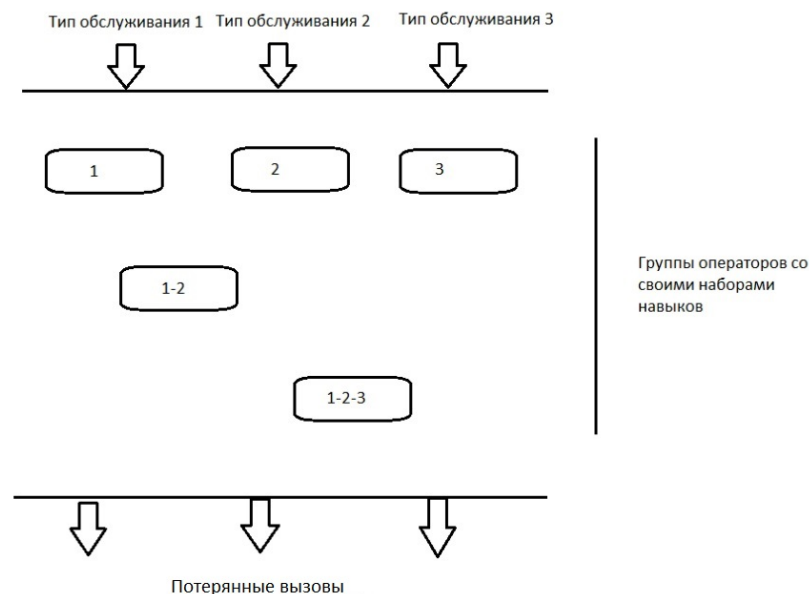


Рисунок 1 – Схема работы колл-центра с учётом навыков операторов

Как видно из рисунка 1, процесс обработки входящего вызова организован следующим образом: при поступлении вызова система определяет, к какому из нескольких типов обслуживания относится клиент. На основании этой классификации вызов направляется в соответствующую группу операторов, специализирующихся на данном типе вызовов.

Если все операторы в нужной группе заняты, вызов автоматически перенаправляется в следующую подходящую группу, чьи навыки соответствуют запросу клиента. В случае, когда все соответствующие группы операторов перегружены и не могут принять вызов, он остаётся необслуженным [7].

Второй раздел «Модели колл-центров в виде систем массового обслуживания» посвящён описанию примеров применения моделей массового обслуживания для исследования колл-центров, а также рассмотрению модели Эрланга.

В подразделе 2.1 приводятся несколько из последних опубликованных примеров применения моделей массового обслуживания при исследовании колл-центров.

Подраздел 2.2 посвящён описанию модели Эрланга или системы массового обслуживания (СМО) типа $M/M/r/0$, представляющей собой систему массового обслуживания с r параллельными обслуживающими приборами, пуассоновским потоком заявок и экспоненциальным временем обслуживания. В этой модели отсутствует очередь — если все приборы заняты, поступающая

заявка теряется. Подобные системы широко применяются для анализа телефонных сетей, колл-центров, радиоканалов и других систем с ограниченными ресурсами [8].

Третий раздел «Модель колл-центра с учётом навыков операторов» посвящен описанию модели колл-центра с учётом навыков операторов в виде открытой сети массового обслуживания и методу анализа модели колл-центра.

В подразделе 3.1 описывается модель колл-центра, учитывающая навыки операторов. Основные предположения модели следующие.

Каждый клиентский вызов требует один тип обслуживания (Type of Service или ToS), предоставляемый оператором с соответствующим навыком.

Статистические характеристики вызовов включают время между поступлениями и время обслуживания, зависящие только от запрашиваемого ToS.

Набор навыков операторов (Skill Set или SS) разделяет всех операторов на G групп. Каждая группа $j = 1, \dots, G$ характеризуется своим $SS(j)$. Существует частичный порядок: группа j «более универсальна», чем k , если $SS(k) \subset SS(j)$.

Правила обработки определяют маршрутизацию вызова:

- Вызов направляется в группу j_1 , способную его обслужить;
- При занятости j_1 перенаправляется в j_2 и так далее;
- При полной занятости всех групп вызов теряется.

Качество обслуживания оценивается по времени пребывания вызова в системе и доле потерянных вызовов.

Параметры модели:

- S независимых типов обслуживания (ToS);
- Пуассоновские входящие потоки вызовов с интенсивностью $\lambda_i, i = 1, \dots, S$;
- Экспоненциальное время обслуживания вызовов с параметром $\mu_i, i = 1, \dots, S$;
- Нагрузка $\rho_i := \lambda_i / \mu_i, i = 1, \dots, S$.

Для каждого ToS $_i, i = 1, \dots, S$, множество обслуживающих групп определяется как

$$E_i := \{j = 1, \dots, G \mid i \in SS(j)\}.$$

Используется детерминированная маршрутизация вызовов ToS $_i$, кото-

рая задаётся перестановкой τ_i множества E_i . Вызовы последовательно направляются в группы $\tau_i(1), \dots, \tau_i(n_i)$, при полной занятости групп теряются [9].

Построенная модель позволяет анализировать эффективность распределения операторов по группам и влияние маршрутизации на показатели качества обслуживания колл-центра.

Подраздел 3.2 посвящен описанию математической модели колл-центра в виде открытой сети массового обслуживания.

Данная модель представляет колл-центр как сеть взаимосвязанных систем массового обслуживания типа $M/M/r$ с потерями. Входящие вызовы типа i , $i = 1, \dots, S$, образуют пуассоновский поток с интенсивностью λ_i , а время обслуживания вызовов имеет экспоненциальное распределение с параметром μ_i , что определяет нагрузку $\rho_i = \lambda_i/\mu_i$ для каждого типа вызовов.

Основной задачей использования модели является оценка вероятностей перенаправления между группами операторов и вероятностей потерь вызовов. Для группы из r операторов с нагрузкой ρ вероятность отказа рассчитывается по формуле Эрланга [8]:

$$G(\rho, r) = \frac{\rho^r / r!}{\sum_{k=0}^r \rho^k / k!}. \quad (1)$$

Тогда интенсивность перенаправленного потока равна $\lambda G(\rho, r)$, где λ - интенсивность входящего потока вызовов.

Ключевой особенностью модели является учет каскадного эффекта - перенаправленные вызовы повышают нагрузку на последующие группы операторов. Такой подход обеспечивает анализ сложных взаимозависимостей в сети обслуживания при сохранении вычислительной эффективности.

Подраздел 3.3 посвящён описанию метода анализа модели колл-центра. Основная идея метода заключается в использовании формулы для вычисления элементов матрицы интенсивностей перенаправления вызовов для каждой группы операторов.

Основные вычисления производятся по следующей формуле:

$$\gamma_{i, \tau_i(k)} := \gamma_{i, \tau_i(k-1)} G \left(\sum_{l \in SS(\tau_i(k-1))} \frac{\gamma_{l, \tau_i(k-1)}}{\mu_l}, R_{\tau_i(k-1)} \right), i = 1, \dots, S, \quad (2)$$

где:

- $\gamma_{i,\tau_i(k)}$ - интенсивность перенаправления вызовов типа i в группу $\tau_i(k) \in \{1, \dots, G\}$,
- $G(\cdot)$ - формула Эрланга для вероятности потерь,
- $SS(\tau_i(k-1))$ - набор навыков группы операторов $\tau_i(k-1)$,
- $R_{\tau_i(k-1)}$ - количество операторов в группе $\tau_i(k-1)$.

В подразделе также рассмотрен пример для случая пересекающихся маршрутов перенаправления вызовов и описано вычисление соответствующих интенсивностей перенаправления вызовов.

Четвертый раздел «Описание алгоритма и программы для анализа модели колл-центра с учётом навыков операторов» посвящен описанию программной реализации модели колл-центра с учётом навыков операторов.

В подразделе 4.1 приводится алгоритм метода анализа модели колл-центра, состоящий из четырёх последовательных этапов.

Первый этап включает ввод исходных параметров: интенсивностей входящих потоков λ_i , интенсивностей обслуживания μ_i , количества операторов R_j в группах и правил маршрутизации $\tau_i, i = 1, \dots, S, j = 1, \dots, G$. На этом этапе выполняется первичная проверка формата данных.

На втором этапе осуществляется проверка корректности введённых значений, включая требования положительности всех параметров: $\lambda_i > 0, \mu_i > 0, R_j > 0$ и $\tau_i > 0$. При нарушении условий формируется сообщение об ошибке.

На третьем этапе вычисляется матрица интенсивностей перенаправления вызовов. Для этого используются функции, которые реализуют следующие действия.

1. Вероятность потерь в группе операторов рассчитывается по формуле Эрланга (1).
2. Интенсивности перенаправления вызовов рассчитываются по формуле (2).
3. Итеративный расчёт интенсивностей потоков вызовов $\gamma_{i,j}$ проводится до достижения заданной точности $e = 10^{-10}$.
4. Элементы матрицы $\gamma = (\gamma_{i,j})$ формируются по рекуррентному правилу: начальное значение задаётся как $\gamma_{i,0} = \lambda_i, i = 1, \dots, S$, а последующие элементы вычисляются по формуле (2).

На заключительном этапе алгоритма выводятся результаты расчётов: матрица интенсивностей перенаправления вызовов между группами операторов и среднее число потерянных вызовов для каждого типа обслуживания.

Подраздел 4.2 содержит описание разработанной программы: информацию о языке программирования, используемом для реализации модели, о применяемых библиотеках, об описанных в программе функциях для анализа модели колл-центра с учётом навыков операторов. Приводится перечень идентификаторов, которые используются в программе.

В подразделе 4.3 описывается пример использования программы. Также демонстрируется, как выглядят окно ввода, окно вывода и окно ошибки при введённых некорректных параметрах.

Пятый раздел «Результаты исследования модели колл-центра с учётом навыков операторов» посвящен описанию численных экспериментов с программной реализацией модели колл-центра.

В первом эксперименте рассматривается колл-центр со следующими параметрами. В него поступают пуассоновские потоки входящих вызовов четырёх типов с интенсивностями 40, 35, 50 и 20 вызовов/час соответственно. Интенсивности обслуживания для каждого типа вызовов составляют 4.4, 5, 7 и 1.8 вызовов/час соответственно.

Всего в колл-центре работает 9 групп операторов с разными наборами навыков. Распределение операторов по группам следующее: 2, 3, 1, 2, 3, 2, 1, 3, 2. Вызовы перенаправляются между группами операторов по заданным маршрутам в зависимости от их типа. Для типов 1–4 маршруты имеют вид соответственно: $1 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 9$, $2 \rightarrow 5 \rightarrow 8$, $3 \rightarrow 6 \rightarrow 8$, $4 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 9$.

В результате работы программы получено, что среднее число потерянных вызовов составляет $\gamma_{\text{los}} = 82,6$ вызовов/час.

Во втором эксперименте при исходных данных из эксперимента 1 были проведены вычисления потерь вызовов при изменении интенсивности обслуживания вызовов четвёртого типа, чтобы определить минимальное значение μ_4 , при котором потери вызовов будут наименьшими. В результате было установлено, что при $\mu_4 = 15$ вызовов/час потери достигают минимума.

В третьем эксперименте при исходных данных из эксперимента 1 было проведено исследование влияния размера групп операторов на потери вызовов третьего типа. Целью исследования было определение минимального

количества операторов в группах, обслуживающих вызовы третьего типа, необходимое для снижения потерь вызовов. В результате было установлено, что при размере групп 3, 6 и 8, равном 10 операторам, потери вызовов третьего типа достигают минимального значения.

В четвёртом эксперименте при исходных данных из эксперимента 1 были проанализированы характеристики работы колл-центра при изменении интенсивности входящего потока для фиксированных значений интенсивности обслуживания и количества операторов в группах. Целью анализа было определение значений интенсивности входящего потока для всех типов вызовов, при которых характеристики колл-центра остаются удовлетворительными. В результате было установлено, что при $\lambda_1 = 14$, $\lambda_2 = 21$, $\lambda_3 = 15$ и $\lambda_4 = 6$ вызовов/час колл-центр успешно справляется с входящим потоком вызовов.

В пятом эксперименте при исходных данных из эксперимента 1 была проведена оптимизация количества операторов в группах. Оптимизация заключается в изменении размера групп, чтобы значения интенсивностей перенаправления вызовов уменьшались. В итоге после оптимизации в среднем из 145 поступающих вызовов в час не обрабатывается 30 вызовов (20%), что соответствует принятым стандартам обслуживания для колл-центров, и итоговое распределение операторов по группам: 5, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 4, 4.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной бакалаврской работе была рассмотрена и исследована математическая модель колл-центра, в которой учитываются навыки операторов и маршрутизация вызовов различных типов в условиях ограниченного числа операторов. Особое внимание уделялось моделированию процессов перенаправления вызовов и оценке вероятности потерь при отсутствии возможности ожидания обслуживания.

Была построена модель колл-центра в виде сети массового обслуживания, основанная на пуассоновских потоках и экспоненциальных распределениях времени обслуживания. Разработан алгоритм численного анализа модели, учитывающий маршрутизацию вызовов по заданному правилу, с применением формулы Эрланга для оценки вероятности отказа.

Реализация алгоритма выполнена в виде программы на языке Python с использованием среды Visual Studio Code. Программа позволяет задавать

параметры системы — интенсивности поступления вызовов, интенсивности обслуживания, количество операторов и маршрутизацию вызовов — и рассчитывать основные характеристики работы колл-центра, включая интенсивности поступления в группах операторов и среднее число потерянных вызовов.

Основные источники информации:

- 1 Erlang, A. K. The Theory of Probabilities and Telephone Conversations / A. K. Erlang // *Nyt Tidsskrift for Matematik. B.* — 1909. — Vol. 20. — P. 33–39.
- 2 Киселев, И.В. Математическая модель функционирования операторской системы центра экстренных служб / И.В. Киселев // *T-Comm.* — 2012. — № 1. — С. 35–37.
- 3 Попов, А.А. Разработка модели медицинского Call-центра города Красноярска на основе системы имитационного моделирования AnyLogic / А.А. Попов // *Образовательные ресурсы и технологии.* — 2014. — № 1(4). — С. 59–61.
- 4 Баркалов, С.А. Модель двухканального колл-центра с обменом заявками и повторными звонками / С.А. Баркалов, Е.А. Серебрякова // *Прикладная математика и вопросы управления.* — 2023. — № 4. — С. 136–145.
- 5 Носова, М.Г. Математическая модель для оптимизации обслуживания вызовов в контакт-центре / М.Г. Носова // *Colloquium-journal.* — 2020. — № 11. — С. 1–3.
- 6 Дудина, В.А. Модель контакт-центра с учетом навыков операторов и нетерпеливости абонентов / В.А. Дудина, А.М. Журко, М.С. Степанов // *T-Comm: Телекоммуникации и транспорт.* — 2017. — Т. 11. — № 12. — С. 43–48.
- 7 Белов, А. В. Call-центр: организация, управление, технологии / А. В. Белов. — СПб. : Питер, 2014. — 288 с.
- 8 Башарин, Г. П. Введение в теорию массового обслуживания / Г. П. Башарин, Г. П. Климов, Г. И. Фалин. — М. : Наука, 1985. — 304 с.
- 9 Koole, G. Exponential approximation of multi-skill call centers architecture / G. Koole, J. Talim // *Proceedings of QNETs 2000, Ilkley (UK).* — 2000. — P.23/1–10.