

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа и
автоматического управления

**ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ
БЕСПРОВОДНОЙ ЛОКАЛЬНОЙ СЕТИ
АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студента 4 курса 481 группы
направления 27.03.03 — Системный анализ и управление
факультета КНиИТ
Назарьянца Андрея Вадимовича

Научный руководитель
к. ф.-м. н., доцент

И. Е. Тананко

Заведующий кафедрой
к. ф.-м. н., доцент

И. Е. Тананко

Саратов 2025

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Беспроводные локальные сети (WLAN) стали неотъемлемой частью современных коммуникационных систем, обеспечивая гибкое и удобное подключение в самых разных средах — от офисов и жилых помещений до общественных мест. В отличие от традиционных проводных сетей, WLAN используют радиоволны для передачи данных, что устраняет необходимость в физических кабелях и предоставляет пользователям большую мобильность. Однако беспроводная природа таких сетей порождает уникальные вызовы, включая интерференцию сигналов, ограниченную пропускную способность и вопросы безопасности. Для решения этих проблем и оптимизации работы WLAN необходимо разрабатывать точные математические модели, позволяющие анализировать и улучшать их производительность.

В данной работе была поставлена цель реализовать математическую модель беспроводной локальной сети для проведения исследований и анализа производительности. В качестве языка разработки для данной системы использовался динамически типизированный объектно-ориентированный язык программирования общего назначения Python [5], что упростит использование и позволит в дальнейшем расширять разработанную модель.

Цель бакалаврской работы — исследование математической модели беспроводных локальных сетей с использованием теории массового обслуживания. Применение теории массового обслуживания к WLAN позволяет глубже понять характеристики производительности сети, такие как пропускная способность, задержки и использование ресурсов, а также определить стратегии для повышения её эффективности и надёжности.

Поставленная цель определила **следующие задачи**:

1. Изучить базовые концепции и компоненты WLAN, включая их структуру, функционирование и ключевые метрики производительности;
2. Проанализировать основы теории массового обслуживания и её применимости к моделированию коммуникационных сетей, в частности WLAN;
3. Разработать математическую модель WLAN на основе теории массового обслуживания с учётом топологии сети, характера трафика и механизмов обслуживания;
4. Провести анализ характеристик производительности разработанной модели и исследование влияния различных параметров на поведение сети.

Методологические основы моделирования беспроводных локальных сетей и, в частности, моделирования сетей массового обслуживания представлены в работах П. Беделла [1], А. Н. Берлина [2], В. М. Вишневого, А. И. Ляхова, С. Л. Портного, И. В. Шахновича [3], Ю. И. Митрофанова, А. К. Смирнова, С. И. Дудова [4].

Практическая значимость бакалаврской работы. В ходе выполнения выпускной квалификационной работы была разработана модель беспроводной локальной сети, с помощью которой можно исследовать и анализировать работу реальных сетей, решать задачи их оптимизации.

Структура и объем работы. Бакалаврская работа состоит из введения, 4 разделов, заключения, списка использованных источников и приложения. Общий объем работы — 41 страница, из них 39 страниц — основное содержание, включая 2 рисунка, список использованных источников информации — 20 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Беспроводные локальные сети» посвящен описанию понятия беспроводной локальной сети, принципа ее функционирования, а также рассмотрению структуры сети и ее отдельных элементов.

В подразделе 1.1 приведено определение беспроводной локальной сети, описана задача функционирования таких сетей, рассмотрен всеобщий стандарт беспроводных локальных сетей.

Подраздел 1.2 посвящен структуре беспроводной локальной сети, приводятся описание и предназначение узлов, обработчиков и накопителей данных сети.

В подразделе 1.3 приводятся различные алгоритмы приема, обработки и передачи пакетов данных в сети.

Подраздел 1.4 посвящен характеристикам элементов отдельных узлов сети, описывается функционирование микропроцессора и приемопередатчика узла.

Второй раздел «Теория массового обслуживания» посвящен описанию основных понятий из теории массового обслуживания. Также описаны методы анализа сетей массового обслуживания, которые впоследствии применяются для моделирования беспроводных локальных сетей [6].

В подразделе 2.1 приводится определение системы массового обслуживания, описываются ее параметры и характеристики и приводятся формулы для их вычисления.

Подраздел 2.2 посвящен сетям массового обслуживания: вначале вводятся общие определения и характеристики, затем более подробно рассматриваются открытые сети массового обслуживания, приводится определение сети Джексона и формулируется алгоритм анализа этой сети [7].

Третий раздел «Аналитическая модель беспроводной сети» посвящен описанию используемой в работе модели беспроводной локальной сети, отдельным компонентам сети ставятся в соответствие системы массового обслуживания. Также в данном разделе приведена реализация анализа построенной модели.

В подразделе 3.1 описывается модель беспроводной локальной сети. С помощью понятий из теории массового обслуживания задаются входные параметры сети, а также приводится описание узлов модели сети. Указывается особенность формирования маршрутной матрицы для используемой модели.

Подраздел 3.2 посвящен реализации анализа беспроводной локальной сети как сети Джексона. Приведено описание входных данных, которые получает на вход программа. Показан процесс формирования вектора интенсивностей обслуживания для модели. Рассмотрены и описаны основные функции, используемые для вычисления характеристик модели сети.

- *newMatrix* – функция, используемая для преобразования маршрутной матрицы сети согласно особенностям, описанным в подразделе 3.1:

```
def new_matrix(theta, P):
    L = len(theta) - 1
    tr = np.zeros((2 * L, 2 * L))
    for i in range(L + 1):
        for j in range(L + 1):
            if i == 0 and j > 0:
                tr[0][2 * j - 1] = theta[i][j]
            elif i == L:
                tr[2 * L - 1][0] = theta[i][j]
                break
            elif i > 0 and i < L and j > 0:
                tr[2 * i - 1][2 * j - 1] = theta[i][j] * (1.0 - P)
                tr[2 * i - 1][2 * i] = P
    for i in range(1, L):
        tr[2 * i][2 * i - 1] = 1
    return tr
```

- *calcOmega* – функция, вычисляющая вектор относительных частот прохождений требований через системы сети, которая основана на алгоритме анализа сети Джексона:

```
def calcOmega(Theta):  
    L = len(Theta)  
    I = np.eye(L, L)  
    A = np.transpose(Theta) - I  
    A[L-1, :] = np.ones((1, L))  
    b = np.zeros(L)  
    b[-1] = 1  
    omega = np.linalg.solve(A, b)  
    return omega
```

- *calcLambda* – функция, вычисляющая вектор интенсивностей входящих потоков требований в системы сети, которая использует результат функции *calcOmega* и также базируется на алгоритме анализа сети Джексона:

```
def calcLambda(omega, lam0):  
    L = len(omega)  
    lambd = np.zeros(L - 1)  
    for i in range(1, L):  
        lambd[i - 1] = lam0 * omega[i] / omega[0]  
    return lambd
```

Вычисляется вектор коэффициентов использования систем и проверяется условие существования стационарного режима с помощью функции *isStationary*.

```
def isStationary(lambd, mu, kappa):  
    L = len(lambd)  
    for i in range(L):  
        if (lambd[i] / mu[i] / kappa[i] > 1):  
            return False  
    return True
```

В случае отсутствия стационарного режима дальнейшие вычисления бессмысленны, иначе используется функция *compute_characteristics* для вычисления оставшихся характеристик сети.

```
def compute_characteristics(L, theta, lam0, P, mu_c, mu_pr, mu_tr):  
    kappa = np.ones(2 * L - 1, dtype=int)  
    theta_r = new_matrix(theta, P)  
    Om = calcOmega(theta_r)  
    mu = real_mu(mu_pr, mu_tr, mu_c)  
    Lambd = calcLambda(Om, lam0)  
    psi = Lambd / mu / kappa
```

```

if not isStationary(Lambd, mu, kappa):
    return None

p0 = P0(kappa, psi)
b = np.zeros(2 * L - 1)
for i in range(2 * L - 1):
    first = p0[i] * (kappa[i] ** kappa[i]) * (psi[i] ** (kappa[i] + 1))
    second = math.factorial(kappa[i]) * (1 - psi[i]) * (1 - psi[i])
    b[i] = first / second

h = psi * kappa
g = (np.ones(2 * L - 1) - psi) * kappa
n = b + h
u = n / Lambd
w = b / Lambd
tau = sum(Lambd[i] * u[i] for i in range(2 * L - 1)) / lam0

return {
    'Lambd': Lambd, 'psi': psi, 'p0': p0, 'b': b, 'h': h,
    'g': g, 'n': n, 'u': u, 'w': w, 'tau': tau
}

```

Четвертый раздел «Проведение исследований работы модели беспроводной сети» посвящен детальному анализу характеристик разработанной модели беспроводной сети через серию целенаправленных исследований. Основное внимание уделяется изучению влияния различных параметров на производительность сети, таких как интенсивность поступления требований, структура маршрутной матрицы, топология сети, количество систем и интенсивность их обработки [8]. Каждое исследование сопровождается анализом результатов, что позволяет выявить ключевые зависимости и предложить рекомендации по оптимизации сети.

В подразделе 4.1 исследуется, как математическое ожидание времени пребывания требований в системах сети зависит от интенсивности их поступления. Описываются два исследования, в каждом из которых приводятся исходные параметры сетей, а далее указанная зависимость иллюстрируется с помощью графиков, данные графики представлены на рис. 1 и рис. 2.

В результате отмечается различное влияние, оказываемое изменением интенсивности поступления на производительность различных систем.

В подразделе 4.2 изучается, как изменения в маршрутной матрице влияют на ключевые характеристики сети.

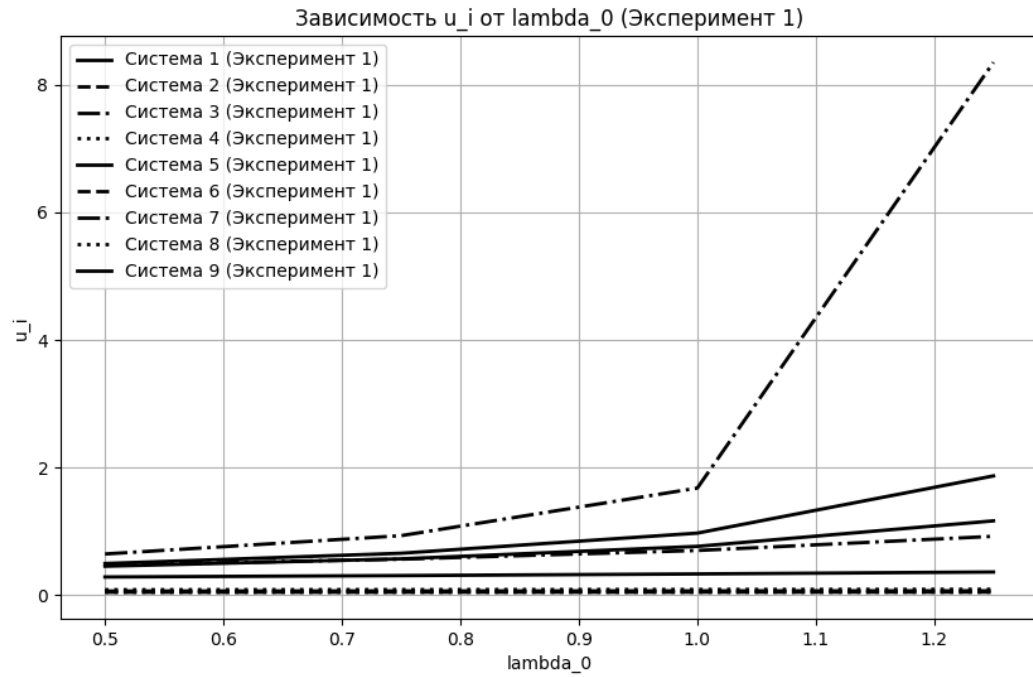


Рисунок 1 – Графики зависимости м.о. длительности пребывания требований в системах от интенсивности поступления требований в сеть - эксперимент 1

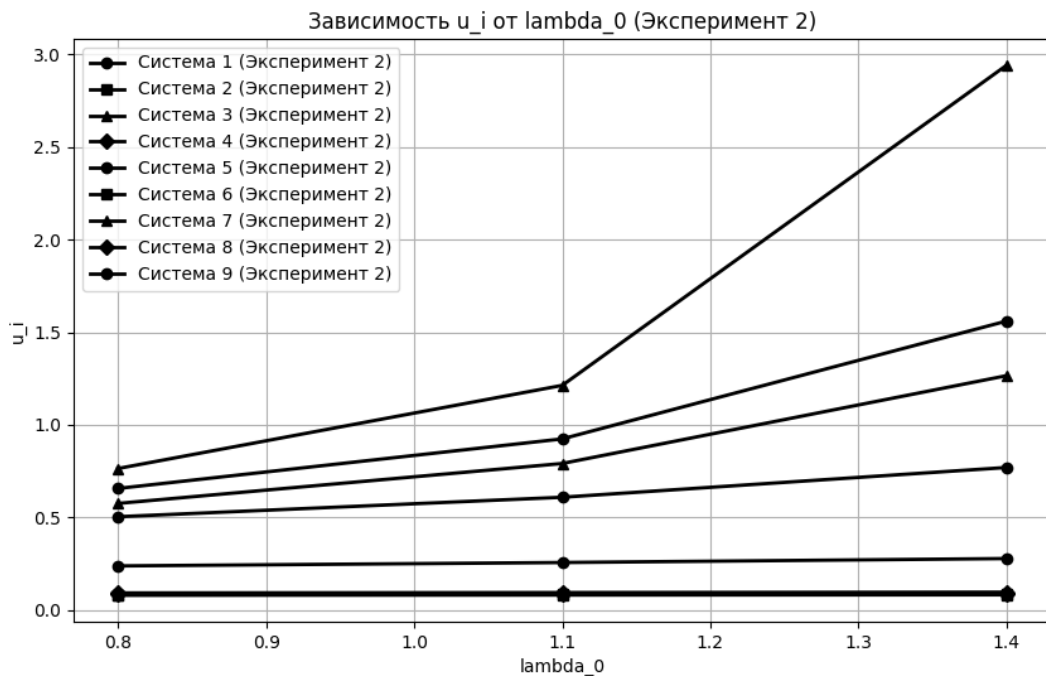


Рисунок 2 – Графики зависимости м.о. длительности пребывания требований в системах от интенсивности поступления требований в сеть - эксперимент 2

Сначала проводится пара исследований, в рамках которых изменяются лишь маршрутные вероятности с сохранением топологии сети. В результате лишь в одном из них удастся добиться более равномерного распределения нагрузки по системам сети, в то время как в другом общая производительность сети после изменения вероятностей снижается [9].

Далее исследуется влияние изменения топологии сети на ее производительность. Используются широкораспространенные звездообразная и кольцевая топологии. В результате анализа экспериментов констатируется, что в обоих случаях переход к новой топологии положительно повлиял на производительность сети, однако звездообразная топология оказалась более эффективной.

В подразделе 4.3 анализируется, как изменение количества систем влияет на производительность сети. Рассматриваются конфигурации с $L = 6$ и $L = 5$, где исключение одной из систем сопровождается соответствующим обновлением маршрутной матрицы. Исследование показывает, что уменьшение числа систем способствует более равномерному распределению нагрузки, снижая среднее время пребывания требований, отмечается значительное сокращение нагрузки на сеть ввиду высокого коэффициента использования удаленной системы [10].

Подраздел 4.4 изучает эффект от увеличения интенсивности обслуживания в одной из систем, выбранной на основе максимального коэффициента использования [11]. Описываются два исследования, в одном из которых интенсивность увеличивается в 2 раза, а в другом – в 3 раза. Анализ результатов первого исследования позволяет выдвинуть гипотезу о линейном увеличении производительности сети, однако итоги второго эксперимента опровергают эту гипотезу.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках данной бакалаврской работы была построена и проведено исследование математической модели беспроводных локальных сетей (WLAN) с использованием теории массового обслуживания. В ходе исследования получены следующие ключевые результаты:

— установлено детальное понимание структуры и функционирования WLAN, подчеркнута важность математического моделирования для решения задач их производительности;

— теория массового обслуживания была применена для создания модели WLAN, обеспечив надёжную основу для анализа поведения сети в различных условиях;

— разработанная модель точно описала характеристики производительности сети, включая пропускную способность, задержки и использование ресурсов, а также показала влияние различных параметров на эти показатели.

Разработанная математическая модель может быть использована для решения практических задач анализа и оптимизации беспроводных локальных сетей.

Основные источники информации:

1. Беделл, П. Сети. Беспроводные технологии / П. Беделл; пер. с англ. Р. М. Евтеев — М. : НТ Пресс, 2008. — 441 с.
2. Берлин, А. Н. Цифровые сотовые системы связи / А. Н. Берлин. — М. : Эко-Трендз, 2007. — 296 с.
3. Вишневский, В. М. Широкополосные беспроводные сети передачи информации / В. М. Вишневский, А. И. Ляхов, С. Л. Портной, И. В. Шахнович — М. : Техносфера, 2005. — 592 с.
4. Митрофанов, Ю. И. Анализ сетей массового обслуживания / Ю. И. Митрофанов, А. К. Смирнов, С. И. Дудов. — Саратов : Издательство «Научная книга», 2004. — 172 с.
5. Лутц, М. Изучаем Python : Учебник / М. Лутц; пер. с англ. Ю. М. Артеменко — М. : Диалектика. 2019. — 832 с.
6. Башарин, Г. П. Анализ очередей в вычислительных сетях. Теория и методы расчета / Г. П. Башарин, П. П. Бочаров, Я. А. Коган. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. — 319 с.
7. Гнеденко, Б. В. Введение в теорию массового обслуживания / Б. В. Гнеденко, И. Н. Коваленко. — Москва : Издательство «Наука», ГРФМЛ, 1996. — 432 с.
8. Клейнрок, Л. Теория массового обслуживания : Учебник / Л. Клейнрок. — М. : Машиностроение, 1979. — 432 с.
9. Сущенко, С. П. Математические модели компьютерных сетей / С. П. Сущенко. — Томск: Издательский Дом Томского государственного университета, 2017. — 272 с.

10. Митрофанов, Ю. И. Синтез сетей массового обслуживания / Ю. И. Митрофанов, Н. П. Фокина // Изд-во Саратов. ун-та. — 2007. — №2. — С.27-33.
11. Bitran, G. R. A review of open queueing network models of manufacturing systems / G. R. Bitran, S. A. Dasu // Queueing systems. — 1992. — N. 12. — P. 95-134.