

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
"САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа

**Электронный образовательный курс: «Рациональные уравнения»**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента (ки) 3 курса 322 группы

направления **44.04.01 – Педагогическое образование**

***механико-математического факультета***

**Васильевой Анастасии Вадимовны**

Научный руководитель

зав.кафедрой, к.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_

Е.В. Разумовская

Заведующий кафедрой

зав.кафедрой, к.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_

Е.В. Разумовская

Саратов 2025

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **Актуальность темы исследования**

Рациональные уравнения представляют собой фундаментальный компонент школьного математического образования, занимая ключевую позицию как в базовом курсе алгебры, так и в системе итоговой аттестации различных уровней. Методологическая значимость данного раздела обусловлена универсальностью применяемых алгоритмических подходов, которые служат основой при освоении более сложных математических концепций, включая иррациональные, показательные и логарифмические уравнения.

Выпускная квалификационная работа представляет собой материалы для разработки электронного образовательного курса «Рациональные уравнения». Разработанный образовательный курс, интегрирующий элементы базовой и профильной подготовки, ориентирован на обучающихся старшего и среднего звена общеобразовательных учреждений, осваивающих программы 7-11 классов.

Комплексный учебно-методический ресурс «Рациональные уравнения», интегрирует систематизированные материалы по данному разделу математики, обеспечивая полноценное освоение тематического содержания в соответствии с требованиями образовательной программы. Структура курса охватывает теоретический базис, практический инструментарий, диагностический аппарат оценки результатов обучения и методологические рекомендации по самостоятельному изучению материала.

Разработка электронного образовательного курса направлена на совершенствование качества обучения посредством внедрения дистанционных технологий, рационализацию педагогической деятельности и формирование адаптивной информационно-образовательной среды, обеспечивающей персонализированный подход к каждому обучающемуся.

## **Цель и задачи работы**

Цель работы – разработать дидактические материалы по теме «Рациональные уравнения» трёх уровней сложности, по пять вариантов каждого уровня сложности.

Для достижения поставленной цели были выдвинуты следующие задачи:

- Провести анализ методической литературы по изучаемой тематике;
- Комплексно проанализировать методологии решения рациональных уравнений;
- Осуществить систематизацию типологии рациональных уравнений с последующим детальным рассмотрением алгоритмических подходов к их решению;
- Подобрать и адаптировать комплекс тестовых заданий, обеспечивающий постепенное наращивание уровня сложности.

## **Практическая значимость работы**

Практическая значимость работы заключается в том, что разработанный комплекс тестовых заданий и методические материалы могут быть использованы учителями математики в общеобразовательных школах, лицеях и гимназиях, а также применяться в работе математических кружков, подготовке к олимпиадам, к ОГЭ и ЕГЭ.

Данный образовательный курс направлен на формирование фундаментальных компетенций в области решения рациональных уравнений посредством освоения ключевых методов рассуждений и технических приемов на тщательно отобранном практическом материале. В основу курса положен анализ экзаменационных материалов прошлых лет, включая задания Единого государственного экзамена.

Структура курса интегрирует теоретический базис, разноуровневый комплекс задач и блок самостоятельной работы, обеспечивающий глубокое

усвоение материала и развитие практических навыков. Программа существенно расширяет и углубляет отдельные аспекты школьного курса математики, формируя компетенции, необходимые как для успешной сдачи конкурсных испытаний, так и результативного участия в математических олимпиадах.

Дидактическое наполнение курса варьируется от базовых упражнений до олимпиадных задач повышенной сложности, что позволяет реализовать дифференцированный подход к обучению с учетом индивидуального уровня подготовки учащихся. Методическая концепция направлена на стимулирование познавательной активности, формирование устойчивой мотивации к изучению предмета и развитие социально-значимых компетенций через погружение в насыщенную интеллектуальную среду.

Модифицируемый электронный образовательный ресурс характеризуется гибкой структурой, допускающей интеграцию новых компонентов, тематическое расширение и модульную замену разделов при соблюдении принципов компактности, доступности и релевантности для обучающихся. Адаптивность программного обеспечения позволяет варьировать объем учебных задач в зависимости от достигнутых результатов освоения материала.

### **Научная новизна работы**

Научная новизна данной работы заключается в разработке дидактического материала по теме «Рациональные уравнения» трёх уровней сложности, по пять вариантов каждого уровня сложности. Варианты содержат по четыре задания, ответы которых адаптированы к возможности использовать в тестовой форме.

Универсальность применения ресурса в старших классах независимо от исходного уровня подготовки обеспечивает развитие когнитивных способностей и познавательной активности учащихся, способствуя осознанному профессиональному самоопределению и специализации.

Внедрение электронного образовательного инструментария может служить катализатором формирования устойчивого интереса к математическим дисциплинам у обучающихся с изначально невыраженной предметной мотивацией. Несмотря на отсутствие узкоспециализированных педагогических задач, комплексное освоение курса закономерно обеспечивает качественное совершенствование предметной подготовки учащихся.

### **Основное содержание работы**

Структура работы отражает логику исследования и включает введение, три раздела, заключение, списка использованных источников. Первый раздел посвящен мониторингу школьных учебников. Во втором разделе рассматриваются методы, способы и приемы решения рациональных уравнений. Затем идет третий раздел, который раскрывает методику обучения посредством электронного образовательного ресурса, а также включает в себя материалы для практического использования, а конкретно тесты трёх уровней сложности.

#### **1 Мониторинг школьных учебников математики по теме «Рациональные уравнения»**

Проведен анализ представленной темы рациональных уравнений в действующих учебниках алгебры и математического анализа для старшей школы, который выявляет различные методологические подходы к структурированию материала.

Общим элементом для всех изданий выступает использование метода равносильных переходов к системе уравнения с неравенством. Отдельные источники дополнительно включают метод разложения на множители, введение новых переменных и функционально-графический подход. Наиболее полное освещение методики решения рациональных уравнений представлено в профильных учебниках углубленного уровня.

Таким образом, методологические основы изучения рациональных уравнений в школьном математическом образовании характеризуются системным подходом к освоению базовых математических концепций, при этом различные учебно-методические комплексы демонстрируют вариативность дидактических стратегий.

Концептуальная модель, представленная в трудах А.Г. Мордковича, реализует поэтапное усложнение материала: от фундаментальных операций с алгебраическими дробями через квадратные уравнения к комплексным рациональным выражениям. Структурными компонентами выступают освоение дробных вычислений, формульный аппарат сокращенного умножения и функциональный анализ, причем дифференциация учебных задач осуществляется посредством градации их сложности.

Альтернативную методическую концепцию предлагает А.Н. Колмогоров, интегрируя рациональные уравнения в контекст показательных и логарифмических функций. Данный подход акцентирует межпредметные связи различных типов уравнений, способствуя развитию аналитических компетенций учащихся. Отличительными особенностями являются строгая теоретическая база, углубленное исследование корректности полученных решений и систематизированная градация практических заданий.

В концепции М.И. Башмакова рациональные уравнения интегрированы в единый комплекс алгебраических задач, что обеспечивает целостное восприятие математического аппарата. Структура изложения материала, включающая пропедевтический блок, фундаментальные определения и методологию решения, способствует формированию системного понимания равносильности уравнений и техник их преобразования.

Инструментарий преобразования уравнений базируется на принципах алгебраической транспозиции с инверсией знаков, декомпозиции на системы уравнений и графической интерпретации. Данный методологический комплекс обеспечивает овладение техникой решения задач различного уровня сложности.

Дидактические принципы освоения рациональных уравнений в школьной математике реализуются через последовательное формирование компетенций и углубление теоретического базиса. Вариативность современных учебно-методических комплексов позволяет оптимизировать образовательную траекторию, интегрируя теоретический материал и дифференцированные практические задания.

## **2 Методы, способы и приемы решения рациональных уравнений**

Настоящий раздел посвящен комплексному анализу методологии решения рациональных уравнений, составляющих фундаментальную часть математического образования как в средней школе, так и в системе высшего технического образования. В рамках исследования осуществляется систематизация типологии рациональных уравнений с последующим детальным рассмотрением алгоритмических подходов к их решению.

Методология решения рациональных уравнений выступает фундаментальным компонентом алгебраического образования, детерминируя формирование математического мышления обучающихся. Систематическое овладение алгоритмами работы с данным классом уравнений не только способствует развитию аналитических компетенций, но и закладывает прочную основу для последующего освоения прикладных математических дисциплин и профессиональной реализации в сферах, требующих владения инструментарием математического моделирования.

Методика решения рациональных уравнений базируется на последовательности алгебраических преобразований, позволяющих свести исходное выражение к линейной или квадратичной форме с последующим применением соответствующего математического аппарата.

Освоение представленных методических подходов способствует формированию у обучающихся устойчивых компетенций в области решения рациональных уравнений, что обеспечивает эффективное применение полученных навыков как в академической среде, так и в последующей

профессиональной практике.

### **3 Реализация методики обучения посредством электронного образовательного ресурса**

Данный раздел интегрирует полный спектр дидактических материалов, необходимых для углубленного освоения раздела элементарной математики, посвященного решению рациональных уравнений и их систем.

Ключевыми векторами реализации проекта выступают интенсификация качества образовательного процесса в условиях дистанционного обучения, совершенствование предметных компетенций обучающихся и формирование адаптивной информационно-образовательной среды, обеспечивающей индивидуализацию траектории обучения.

Данный образовательный курс направлен на формирование фундаментальных компетенций в области решения рациональных уравнений посредством освоения ключевых методов рассуждений и технических приемов на тщательно отобранном практическом материале. В основу курса положен анализ экзаменационных материалов прошлых лет, включая задания Единого государственного экзамена.

Методическая составляющая раздела включает исчерпывающие пошаговые разборы решений с акцентом на логику применяемых подходов, что способствует формированию у обучающихся целостного понимания алгоритмов и методов работы с рациональными уравнениями. Градация заданий по уровню сложности обеспечивает последовательное наращивание компетенций в соответствии с современными педагогическими концепциями.

Каждый тематический блок сопровождается методическими рекомендациями по применению универсальных алгоритмов решения, верификации полученных результатов и анализу типичных ошибок. Подобная организация материала формирует системный подход к освоению предмета,



развивая навыки самостоятельного математического мышления и способствуя глубинному пониманию изучаемых концепций.

Методика предполагает поэтапное освоение материала. После изучения теоретического блока и успешного прохождения устного контроля учащиеся приступают к решению задач базового уровня с оценкой в 1 балл. Критерии успешности модуля: 4-5 баллов соответствуют оценке «отлично», 3 балла - «хорошо», 2 балла - «удовлетворительно» с необходимостью повторного изучения теории.

Следующий этап включает задачи среднего уровня сложности стоимостью 2 балла каждая. Система оценивания: 9-10 баллов - «отлично», 7-8 баллов - «хорошо», 5-6 баллов - «удовлетворительно». Результат ниже 5 баллов требует возврата к теоретическому материалу. Балльно-рейтинговая система обеспечивает эффективный самоконтроль усвоения материала.

Осуществлен переход к блоку углубленных тренировочных заданий после успешного освоения базового уровня. Максимальная оценка за выполнение каждой задачи повышенной сложности составляет 3 балла, что в совокупности позволяет набрать до 21 балла за модуль. Критерием успешного прохождения является достижение диапазона 11-21 балл с учетом образовательного уровня и возрастных особенностей обучающихся.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В работе разработан дидактический материал. Представлены разработки электронного образовательного курса «Рациональные уравнения», причем в теоретической части курс предназначен в основном для учителей общеобразовательных школ, так как теоретическая часть сосредоточена на методических аспектах данной темы.

Также работа содержит дидактические материалы по теме «Рациональные уравнения» трёх уровней сложности, по пять вариантов каждого уровня сложности. Варианты содержат по четыре задания, ответы которых адаптированы к возможности использовать в тестовой форме.

В ходе разработки курса осуществлена комплексная методическая работа, включающая анализ теоретических материалов с позиции их актуальности для текущего и итогового контроля, определение дидактических подходов с учетом индивидуализации преподавания, формирование многоуровневой системы заданий и расширение информационного поля за рамки стандартного учебного материала.

Универсальность разработанного электронного образовательного курса обеспечивает возможность его интеграции в учебный процесс различных общеобразовательных учреждений.