

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

кафедра математического анализа

**ЭЛЕКТРОННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ КУРС «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ
ПАКЕТОВ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ В ПРЕПОДАВАНИИ
МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ»**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

Студента(ки) 3 курса 322 группы

направления **44.04.01 – Педагогическое образование**

механико-математического факультета

Вайцуля Александра Николаевича

Научный руководитель
доцент, к.ф.-м. н.

М.А.Осипцев

Заведующий кафедрой
зав.кафедрой, к.ф.-м.н.,
доцент

Е.В.Разумовская

Саратов 2025

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

Традиционные методы преподавания математики в школе нередко ограничиваются использованием статических изображений и текстовых объяснений, что затрудняет понимание сложных абстрактных понятий. Использование таких инструментов, как GeoGebra, способствует повышению уровня вовлеченности учащихся, улучшает визуализацию математических концепций и стимулирует их творческую активность. В условиях внедрения цифровых технологий в школьное образование, исследование возможности применения GeoGebra в преподавании математики приобретает особую значимость.

Цель работы

Цель данной работы заключается в изучении возможности использования пакета прикладных программ GeoGebra для создания наглядных визуализаций, способствующих более глубокому пониманию математических понятий и методов при графическом решении задач с параметрами в школьном курсе математики.

Практическая значимость работы

Практическая значимость данного исследования заключается в том, что его результаты и разработанные материалы могут быть непосредственно использованы в реальном образовательном процессе для модернизации и повышения эффективности преподавания математики в школе.

Научная новизна работы

Научная новизна работы заключается в следующем:

- систематизация и адаптация возможностей GeoGebra применительно к специфическому классу задач — графическому решению задач с параметрами в школьном курсе. В отличие от общего описания функций программы, в данном исследовании выявлен и классифицирован комплекс инструментов GeoGebra, наиболее эффективных именно для визуализации и анализа уравнений и неравенств с параметрами;
- выявлен и апробирован педагогический потенциал среды GeoGebra в формировании у школьников целостного представления о параметре как о ключевом объекте, управляющем свойствами всего семейства ма-

тематических объектов (графиков). Это обеспечивает переход от формально-логического к визуально-интуитивному и деятельностному освоению одной из наиболее сложных тем школьной математики;

- Спроектирована и реализована входящая (начальная) часть методики обучения, включающая подобранный теоретический минимум и специально сформированный комплекс вводных задач. Данный комплекс обеспечивает эффективное первичное ознакомление учащихся как с базовыми понятиями задач с параметрами, так и с интерфейсом и основными приемами работы в среде GeoGebra, создавая прочную основу для дальнейшего углубленного изучения темы.

Основное содержание работы

Данная работа состоит из введения, 4 разделов, заключения. В первом разделе рассмотрены современные подходы к интеграции цифровых технологий в образовательный процесс. Проведён анализ современных требований к преподаванию математики в школе, выявленных в Федеральных государственных образовательных стандартах (ФГОС) и профессиональных стандартах педагога. Также в разделе представлен обзор и проведён сравнительный анализ популярных программных пакетов и платформ (таких как GeoGebra, Desmos, Wolfram Alpha и др.), используемых в математическом образовании. В результате анализа обоснован выбор среды динамической математики GeoGebra в качестве основного инструмента для исследования в силу её доступности, интерактивности и широкого функционала для визуализации.

Второй раздел посвящен детальному анализу выбранной программной среды как основного инструментария исследования. В разделе проводится всестороннее изучение программы: рассматривается ее структура и основные модули (Геометрия, Алгебра, Таблицы, Графики, 3D-Графика и др.), демонстрируется их взаимосвязь и дидактический потенциал для создания целостной картины математических понятий. Особое внимание уделено функционалу, критически важному для визуализации: работе с ползунками, использованием инструментов «Следование» и «Анимация», а также возможностям динамического изменения свойств объектов.

Третий раздел систематизирует материал по принципу поэтапного услож-

нения: от введения базового понятийного аппарата и аналитических методов через графическую интерпретацию уравнений с параметрами с анализом семейств графиков до методов решения неравенств с параметрами, включая метод областей, служа теоретической основой для последующей практической разработки интерактивных материалов.

В четвертом разделе содержится анализ результатов апробации тестов, включающий описание организации педагогического эксперимента с указанием выборки и условий проведения, подробное представление разработанных шкал и критериев оценивания знаний учащихся, а также систематизированные результаты апробации, демонстрирующие эффективность предложенной методики использования GeoGebra при решении задач с параметрами.

1 Теоретические основы использования ИКТ в обучении математике

1.1 Современные требования к преподаванию математики в школе

В последние десятилетия преподавание математики в общеобразовательной школе претерпевает значительные изменения, обусловленные как научно-техническим прогрессом, так и социально-экономическими вызовами. В условиях цифровой трансформации общества математика приобретает особую значимость как основа инженерного мышления, логического анализа и алгоритмической культуры.

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования (ФГОС ООО, утверждён приказом Минобрнауки России от 17.12.2010 № 1897, в ред. от 11.12.2020), основными целями школьного математического образования являются:

- формирование у обучающихся целостной картины мира на основе математических моделей;
- развитие умений решать учебные и практико-ориентированные задачи;
- овладение основами математической грамотности, критического мышления и самостоятельной деятельности.

ФГОС подчёркивает важность формирования универсальных учебных действий (УУД), в том числе: познавательных, регулятивных, коммуникативных и личностных. Их развитие рассматривается как ключевой компонент

образовательного результата, особенно в контексте применения ИКТ.

1.2 Обзор популярных программных пакетов

Современные цифровые инструменты для визуализации математических понятий можно классифицировать по функциональности и доступности. Microsoft Mathematics предлагает базовые возможности построения графиков с простым интерфейсом, но ограниченным функционалом. WolframAlpha обеспечивает мощные аналитические вычисления, однако не развивает исследовательские навыки учащихся. Desmos выделяется интуитивным интерфейсом для работы с графиками, но специализируется только на этом аспекте. Mathematica представляет профессиональный инструмент с широкими возможностями, требующий серьезной подготовки.

Наиболее сбалансированным решением является GeoGebra, объединяющая геометрию, алгебру, анализ и статистику в единой динамической среде. Ее преимущества включают кроссплатформенность, интерактивность работы с параметрами и соответствие требованиям современного школьного образования, что делает ее оптимальным выбором для формирования исследовательских компетенций учащихся.

2 GeoGebra: структура, возможности и применение в обучении математике

GeoGebra представляет собой кроссплатформенную динамическую математическую среду открытого типа, объединяющую в едином интерфейсе разделы геометрии, алгебры, математического анализа, теории вероятностей и статистики. Программа реализует принцип динамической математики, при котором изменение одного объекта автоматически влечёт обновление всех связанных с ним элементов, что обеспечивает глубокую и наглядную визуализацию абстрактных математических концепций. Эта особенность делает GeoGebra мощным педагогическим инструментом, позволяющим преодолеть разрыв между алгебраической записью и её геометрической интерпретацией.

Структурно среда организована в виде взаимосвязанных модулей, интегрированных в общее рабочее пространство. Модуль геометрии предоставляет инструменты для классических построений, преобразований и исследования свойств фигур. Алгебраическое окно синхронизировано с графическим, автоматически отображая координаты точек и уравнения линий. Каль-

кулятор CAS (Computer Algebra System) позволяет выполнять символьные преобразования, дифференцирование, интегрирование и решение уравнений. Трёхмерная графика открывает возможности для моделирования стереометрических тел и поверхностей, а инструменты статистики и вероятностей — для анализа данных. Ключевым элементом, обеспечивающим динамичность, является инструмент «Ползунок», позволяющий вводить и интерактивно изменять параметры, наблюдая мгновенные изменения на всех связанных представлениях. Такой синтез возможностей поддерживает комплексное, исследовательское изучение математики, где объект может быть рассмотрен одновременно с разных сторон.

Особую ценность GeoGebra представляет для изучения и решения задач с параметрами, традиционно вызывающих затруднения у учащихся. Визуализация с помощью «ползунков» преобразует статическую задачу в динамический эксперимент. Ученик, задавая параметр, может в реальном времени наблюдать, как деформируется график функции, смещается окружность или изменяется наклон прямой. Это позволяет наглядно исследовать критические случаи: определять значения параметра, при которых графики касаются, пересекаются в заданном числе точек или не имеют общих точек. Например, при изучении взаимного расположения прямой и параболы учащийся может перемещением ползунка найти граничное значение параметра, отвечающее касанию, и затем строго обосновать этот факт аналитически через условие равенства дискриминанта нулю. Таким образом, программа выступает не как «чёрный ящик», дающий ответ, а как лаборатория для выдвижения и проверки гипотез, способствующая глубокому пониманию сути явления. Работа в среде GeoGebra формирует у учащихся целостное функциональное мышление, развивает навыки анализа и исследовательской деятельности, что в полной мере соответствует требованиям современного математического образования.

3 Теоретические основы решения задач с параметрами графическим методом

Раздел представляет собой трехуровневую систему изучения задач с параметрами, где каждый уровень последовательно усложняется и расширяет понимание графических методов, формируя целостный и эффективный

подход к решению.

3.1 Первый уровень: аналитическое введение в задачи с параметрами

На первом уровне закладывается аналитический фундамент, необходимый для осмысленного перехода к наглядным методам. Изучение начинается с базовых понятий параметра и стандартных аналитических приёмов. Ключевое внимание уделяется логическому перебору случаев при исследовании линейных уравнений вида $f(a)x = g(a)$ и неравенств, где анализ распадается на рассмотрение условий $f(a) = 0$ и $f(a) \neq 0$, а для неравенств – дополнительно на изучение знака коэффициента. Этот же принцип последовательного анализа применяется к квадратным уравнениям, где число решений определяется знаком дискриминанта D , и к дробно-рациональным уравнениям, сводимым к системе с учётом области определения. Итогом данного уровня является формирование чёткого алгоритмического мышления, основанного на тождественных преобразованиях и полном разборе всех возможных значений параметра, что создаёт прочную базу для их последующей геометрической интерпретации.

3.2 Второй уровень: графическое решение уравнений и систем уравнений

Второй уровень посвящён освоению сущности графического метода. Его ядром является интерпретация уравнения $f(x, a) = 0$ как задачи о пересечении двух объектов на координатной плоскости: неподвижного графика $y = f_1(x)$ и подвижного семейства графиков $y = f_2(x, a)$, зависящего от параметра. Для успешного применения метода формируется арсенал практических навыков: выполняются основные преобразования графиков (сдвиги, растяжения, отражения, построение графиков с модулем), а также осваивается библиотека стандартных геометрических образов (окружность, полуокружность, ромб, ломаная), часто встречающихся в задачах. Схема решения выстраивается последовательно: преобразование уравнения, построение неподвижной части, исследование поведения подвижного семейства при изменении параметра и, наконец, определение критических значений параметра, соответствующих касанию или заданному числу пересечений. На этом уровне графический метод позволяет наглядно и изящно решать задачи, аналити-

ческое решение которых было бы крайне громоздким, например, задачи на взаимное расположение окружностей или анализ уравнений с полуокружностями.

3.3 Третий уровень: графическое решение неравенств и систем неравенств

Третий уровень посвящен универсальному методу областей на плоскости Oxa , где по оси абсцисс откладывается переменная x , а по оси ординат – параметр a . Этот метод является оптимальным для задач вида «при каких a система (неравенство) имеет решения». Его логика заключается в следующем: система неравенств сначала приводится к виду, разрешённому относительно параметра (например, $a \leq f_1(x)$, $a \geq f_2(x)$). Затем в плоскости Oxa строятся кривые $a = f_1(x)$, $a = f_2(x)$ и находится область, все точки которой удовлетворяют всем неравенствам системы. Анализ этой области с помощью горизонтальной «считывающей прямой» $a = \text{const}$ позволяет для любого фиксированного параметра определить множество решений x , а по характеру пересечения прямой с областью – найти все критические значения параметра. Главные преимущества метода – его наглядность, полнота (исключаются пропуски случаев) и универсальность в работе со сложными комбинациями линейных, квадратичных, логарифмических и иных ограничений. Именно метод областей позволяет эффективно решать ключевые задачи, например, находить условия существования решений системы смешанного типа или определять значения параметра, при которых решения неравенства образуют отрезок заданной длины.

4 Анализ результатов апробации тестов

4.1 Организация апробации

Апробация проводилась в ГАОУ СО "СОШ №2 им. В.П. Тихонова" среди 15 учащихся 11Б класса профильного уровня. Тесты выполнялись в формате домашней работы с использованием GeoGebra, с представлением результатов в виде электронных отчетов.

4.2 Система оценивания

Разработаны дифференцированные шкалы оценивания: для теста 1 уровня (аналитические методы) – 3-балльная система за задание; для тестов 2-3 уровней (графические методы в GeoGebra) – 4-балльная система с учетом как

математической корректности, так и качества визуализации.

4.3 Результаты тестирования

Тест 1 уровня: 20% учащихся получили «отлично», 53% - «хорошо». Наибольшие сложности вызвали задания 4-5 (80% ошибок).

Тест 2 уровня: 20% - «отлично», 26,6% - «хорошо». Задания 3-5 вызвали трудности у большинства учащихся.

Тест 3 уровня: 26,6% - "хорошо 60% - "удовлетворительно". Наиболее сложными оказались задания на системы неравенств.

Результаты анкетирования:

- 82% учащихся оценили уровень сложности как высокий;
- 73% ранее не решали задачи с параметрами;
- 64% отметили значительное упрощение решения задач при использовании GeoGebra;
- 45% считают навыки работы с GeoGebra полезными, но не обязательными;
- Основные трудности: построение графиков (46%) и интерпретация результатов (36%).

Апробация подтвердила эффективность разработанных материалов и выявила необходимость дополнительной практики для закрепления графических методов решения задач с параметрами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Апробация результатов исследования, проведённая на базе ГАОУ СО "СОШ №2 им. В.П. Тихонова была направлена на изучение эффективности применения графического метода решения задач с параметрами с использованием программного обеспечения GeoGebra. В рамках исследования были разработаны и апробированы три теста различного уровня сложности, ориентированные на учащихся профильного уровня подготовки к ЕГЭ по математике.

Результаты апробации показали, что использование GeoGebra способствует более глубокому пониманию темы, особенно в аспектах, связанных с визуализацией и анализом графических моделей. Тем не менее, учащиеся

испытывали трудности при выполнении заданий повышенного уровня сложности, особенно в части построения графиков и анализа их свойств. Это подтверждается как результатами тестирования, так и анкетированием.

Анализ выполнения заданий выявил, что наиболее проблемными оказались задания, требующие комплексного подхода: задания 3, 4 и 5 каждого теста вызывали наибольшие затруднения у большинства учащихся. Однако уже на уровне первого теста стало очевидно, что систематическая работа с параметрами позволяет учащимся постепенно адаптироваться к новому для них способу мышления, включающему как аналитический, так и графический подход.

Анкетирование подтвердило, что большинство участников (около 82%) воспринимают задачи с параметрами как высоко сложные. При этом значительная часть учащихся ранее не сталкивалась с подобными заданиями. Тем не менее, визуализация в GeoGebra оказалась полезной для более чем 90% опрошенных, а 64% отметили, что стали более уверенно решать задачи с параметрами после работы с программой. Это указывает на высокую дидактическую ценность использования ИКТ-средств в обучении математике, особенно в контексте сложных тем, таких как параметры.

Также были выявлены предпочтения учащихся в выборе форм учебных материалов: видеоролики, подробные конспекты и интерактивные задания получили наибольшее количество откликов. Эти данные позволяют рекомендовать использование разнообразных мультимедийных и интерактивных ресурсов при обучении решению задач с параметрами.

Таким образом, можно сделать вывод, что применение GeoGebra в образовательном процессе способствует развитию навыков графического анализа, формирует устойчивое представление о параметрах в уравнениях и неравенствах, а также повышает мотивацию и уверенность учащихся в собственных силах. Результаты практики подтверждают целесообразность включения подобных ИКТ-инструментов в процесс подготовки к ЕГЭ по математике на профильном уровне.