МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

кафедра математического анализа

ЭЛЕКТРОННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ КУРС «ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА И ИХ РЕШЕНИЕ»

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки 3 курса 322 группы

направления **44.04.01 – Педагогическое образование**

механико-математического факультета

Красновой Екатерина Александровны

Научный руководитель
доцент, к.ф.-м.н., доцент ____________ Л.В. Сахно

Заведующий кафедрой
зав.кафедрой, к.ф.-м.н.,
доцент ____________ Е.В. Разумовская

Саратов 2025

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования

В условиях развития современных технологий и изменения задач педагога, актуальным становится создание электронных образовательных ресурсов, способствующих развитию мышления и самостоятельности школьников в изучении сложных тем, таких как "Иррациональные неравенства и методы их решение". Данная тема важна для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ.

Цель магистерской работы

Разработка электронного образовательного ресурса (ЭОР) «Иррациональные неравенства и их решение» для учеников 9-х классов и учителей школ. Раскрыть методические особенности обучения теме «Иррациональные неравенства» в курсе алгебры основной школы и составить учебные задания по теме исследования для организации самостоятельной работы учащихся.

Практическая значимость

Разработаны методические рекомендации по обучению теме «Иррациональные неравенства и их решение» учащихся основной школы и учебные задания для организации их самостоятельной работы, которые могут использоваться на уроках при обучении данной теме в школьном курсе алгебры и студентами педагогических направлений подготовки.

Научная новизна

Научная новизна магистерской работы состоит в разработке дидактических материалов трех уровней сложности: базовый, повышенный и высокий. На базовом уровне разработано пять вариантов по десять заданий; на среднем уровне - 4 варианта по десять заданий; на повышенном уровне – 2 варианта по десять заданий. Для каждого уровня сложности предусмотрены ключи с ответами.

Основное содержание работы. Выпускная квалификационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложения.

Структура электронного образовательного материала в соответствие с рисунком 1.

Для успешного прохождения электронно-образовательного ресурса «Иррациональные неравенства и их решение» рекомендуется следующая последовательность. Сначала рекомендуется ознакомится с модулем 1 «Историческая справка». Учитывая то, что данный модуль носит ознакомительный характер, то можно сразу приступить к ознакомлению с модулем 2 «Простейшие иррациональные неравенства». Этот модуль является ключевым для понимания основ иррациональных неравенств. Здесь рассматриваются базовые типы иррациональных неравенств. Несмотря на достаточно большой объём, данный модуль важен для дальнейшего изучения курса.

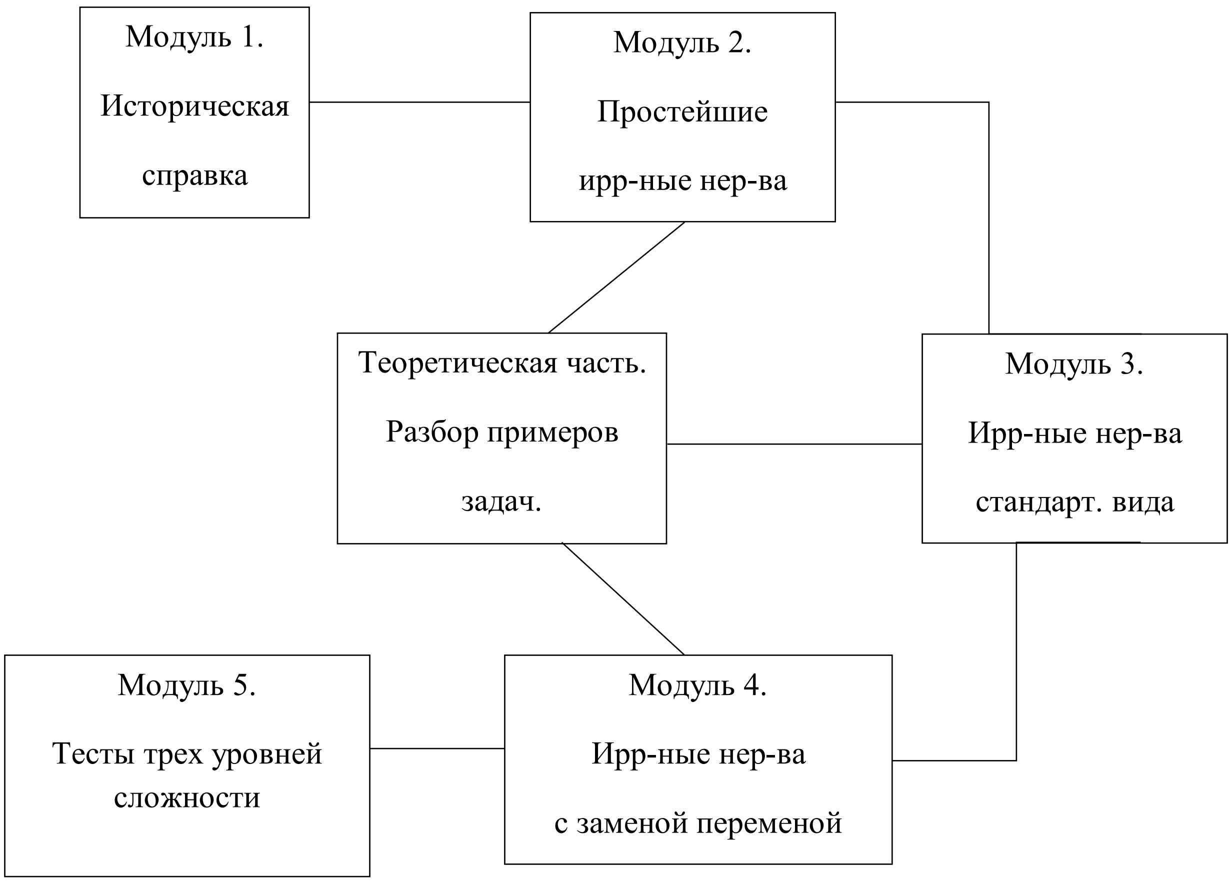

Рисунок 1 – Структура электронного образовательного курса

После изучения данного раздела можно браться за решение задач базового уровня сложности. Первые 7 примеров данного уровня будут оцениваться в 1 балл, последние три задания уже по 2 балла. Модуль считается успешно пройденным, если учащийся набрал 7 баллов. Такое количество баллов можно приравнять к оценке «3». Если учащийся набрал от 7 до 11 баллов, это говорит о более успешном освоении модуля и приравнивается к оценке «4», от 12 до 13 баллов – это оценка «5». Если набрано менее 7 баллов, значит, есть необходимо снова вернуться к изучению теоретической части. Когда задания базового уровня сложности не будут вызывать затруднений, можно приступить к изучению модуля 3, а именно «Иррациональные неравенства стандартного вида». Это раздел средней сложности, которые является ключевым для перехода к следующему этапу. На ознакомление данной главы модно отвести 2-3 дня.

Следующим к ознакомлению предлагается модуль 4 «Иррациональные неравенства с заменой переменной», в котором рассматривается методика, где с помощью равносильных преобразований заменяется каждый множитель. Данный модуль считается с задачами повышенного уровня сложности. Таких задач 2 вариант из 10 заданий, за верное решение 1-8 задачи можно получить 1 балл, а за задачи 9 и 10 по 2 балла, таким образом, максимальное количество баллов по данному модулю – 12. Минимальное количество баллов, которое будет свидетельствовать о прохождении данного модуля – это 2 баллов (2 задачи). Соответственно, 2 - 6 баллов – это оценка «3», 7 – 10 баллов – это оценка «4», 11-12 баллов – это оценка «5». Перевод в оценку необходим для самоконтроля, поэтому, если учащийся набрал менее 2 баллов и получил оценку «2», необходимо снова обратиться к теоретическому материалу.

1. Теоретический материал для дистанционного изучения темы «иррациональные неравенства и их решение»

1.1. История возникновения понятий неравенство и знаков, иррациональные числа и иррациональные неравенства

История возникновения термина «Неравенство» насчитает тысячелетия. Понятие «больше» и «меньше» так же, как и само определение «равенства» возникли из-за неизбежной потребности в измерении и сравнении разных объектов.

Спустя много столетий ученые пришли к общим формулировкам термина «неравенство». Приведем некоторые определения, связанные с теорией неравенств:

Определение 1.1. Неравенством называется запись, где пара чисел или выражений числа содержащие неизвестное, соединены знаком.

Определение 1.2. Если в неравенстве употребляются символы $>$, $<$, то они называются строгими.

Определение 1.3. Если в неравенстве употребляются символы $\leq$, $\geq$, то они называются нестрогим.

1.2. Иррациональные неравенства и методы их решения

Данный курс рассчитан на учащихся основной школы, поэтому прежде, чем перейти к разбору основных формул, которые нужно знать для успешного решения иррациональных неравенств, вспомним, теорию и что может пригодиться в ходе решения.

Существует несколько основных типов иррациональных неравенств. В разделах приведены алгоритмы их решения и подробно с примерами рассматриваются решение иррациональных неравенств каждого типа.

1.2.1. Простейшие иррациональные неравенства

Описываются алгоритмы решения простейших иррациональных неравенств вида:

$$\sqrt{f(x)} \geq a;$$

где a - некоторое число;

Если $a \geq 0$:

$$\sqrt{f(x)} \geq a \quad \Rightarrow \quad f(x) \geq a^2.$$

Если $a < 0$:

$$f(x) \geq 0;$$

$$\sqrt{f(x)} \leq a$$

где a - некоторое число;

Если $a \geq 0$:

$$\sqrt{f(x)} \leq a; \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} f(x) \leq a^2, \\ f(x) \geq 0. \end{cases}$$

Если $a < 0$: корней нет.

1.2.2. Иррациональные неравенства стандартного вида

Описываются алгоритмы решения иррациональных неравенств стандартного вида:

$$\sqrt{f(x)} \leq g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) \leq g^2(x) \\ f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}; \quad \sqrt{f(x)} < g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) < g^2(x) \\ f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}.$$

$$\sqrt{f(x)} > \sqrt{g(x)} \Rightarrow \begin{cases} f(x) > g(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases}.$$

$$\sqrt{f(x)} < \sqrt{g(x)} \Rightarrow \begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) \geq 0 \end{cases}.$$

$$\sqrt{f(x)} \geq \sqrt{g(x)} \Rightarrow \begin{cases} f(x) \geq g(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases}.$$

$$\sqrt{f(x)} \leq \sqrt{g(x)} \Rightarrow \begin{cases} f(x) \leq g(x) \\ f(x) \geq 0 \end{cases}.$$

$$\sqrt{f(x)} \geq g(x) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x) \geq g^2(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \end{array} \right];$$

$$\sqrt{f(x)} > g(x) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x) > g^2(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \end{array} \right].$$

$$g(x) * \sqrt{f(x)} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) \geq 0; \end{cases} \\ f(x) = 0. \end{array} \right.$$

$$g(x) * \sqrt{f(x)} > 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} g(x) > 0, \\ f(x) > 0; \end{cases}$$

1.2.3. Иррациональные неравенства метод замены множителя (метод рационализации)

Методы замены множителей (МЗМ) один из наиболее эффективных и доступных методов, который применим к широкому классу задач и позволяет достаточно просто рационализировать многие иррациональные неравенства.

1. $\sqrt[2n]{f(x)} - \sqrt[2n]{g(x)} \vee 0,\ n \in N \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} f(x) - g(x) \vee 0, \\ f(x) \geq 0, \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$

2. $\sqrt[2n+1]{f(x)} - \sqrt[2n+1]{g(x)} \vee 0,\ n \in N \quad \Leftrightarrow \quad f(x) - g(x) \vee 0.$

3. $\sqrt[2n]{f(x)} - g(x) \geq 0,\ n \in N \quad \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) - g^{2n}(x) \geq 0 \end{cases} \cup \begin{cases} g(x) < 0, \\ f(x) \geq 0, \\ \sqrt[2n]{f(x)} - g(x) > 0 \, \forall x \in D(f) \cap D(g). \end{cases}$$

4. $\sqrt[2n]{f(x)} - g(x) \leq 0,\ n \in N \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) \geq 0, \\ f(x) - g^{2n}(x) \leq 0. \end{cases}$

5. $\sqrt[2n+1]{f(x)} - g(x) \vee 0 \quad \Leftrightarrow \quad f(x) - g^{2n+1}(x) \vee 0.$

6. $\sqrt[2n]{f(x)} - |g(x)| \vee 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} f(x) - g^{2n}(x) \vee 0, \\ f(x) \geq 0. \end{cases}$

7. $\sqrt[2n+1]{f(x)} - |g(x)| \vee 0 \quad \Leftrightarrow \quad f(x) - |g(x)|^{2n+1} \vee 0.$

2. Практические задания к теоретическому материалу для дистанционного изучения темы «иррациональные неравенства и их решение»

Тесты по теоретическому материалу

Представлены тесты для проверки усвоения теоретического материала.

Тесты «Простейшие иррациональные неравенства»

Приводятся практические тесты по решению простейших иррациональных неравенств.

Тесты «Иррациональные неравенства стандартного вида»

Сборник тестовых заданий для решения иррациональных неравенств стандартного вида.

Тесты «Иррациональные неравенства метод замены множителя (метод рационализации)»

Практические тесты по иррациональным неравенствам и методу замены множителя.

3. Анализ применения тестов иррациональных неравенств на школьниках 9-го класса

Электронный образовательный курс «Иррациональные неравенства и их решение» был апробирован в МОУ «СОШ № 5» города Саратова в 9 классе.

Лучше всего ученики усвоили тему «простейших иррациональных неравенств», что говорит о хорошем понимании основ иррациональных неравенств. Наибольшие трудности вызвала тема «Иррациональные неравенства и метод замены множителя (метод рационализации)», где оценки «2» и «3» были у большего числа класса, низкие показатели относительного других могут быть связано с недостатком знаний аспектов затрагивающие другие области знаний учащихся, такие как формулы сокращенного умножения, решение квадратных уравнений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном электронном образовательном курсе реализована тема «Иррациональные неравенства и их решение».

Электронный образовательный курс по теме «Иррациональные неравенства и их решение» предлагает эффективный подход к обучению, основанный на целенаправленной и контролируемой самостоятельной работе учащихся. Такой формат позволяет ученикам заниматься в удобное для них время, по индивидуальному графику, пользуясь специально разработанным набором учебных материалов и поддерживая контакт с преподавателем по мере необходимости.

Электронный образовательный курс «Иррациональные неравенства и их решение» был апробирован в МОУ «СОШ № 5» города Саратова, в результате чего реализованы следующие задачи:

- изучен и проанализирован теоретический материал по данной теме, новизна и значимость данного материала для подготовки к текущему контролю и экзаменам;

- определены методические особенности данной темы, методику её преподавания каждый учитель подбирает для себя самостоятельно, учитывая способности учащихся;

- разработана система задач, дифференцированная по уровню сложности;

- расширен кругозор учащихся, ограниченный информацией учебника.

После проведения тестирования по теме «Иррациональные неравенства и их системы решение» проведена соответствующая корректировка тестов базового, среднего и повышенного уровня сложности. Были получены следующие результаты.

В результате апробации было установлено, что разработанный курс по теме «Иррациональные неравенства и их решение» станет эффективным инструментом как для уроков математики, так и для элективных курсов, способствуя более глубокому пониманию этой темы.

Таким образом, практическую значимость данного электронного образовательного курса определяет его доступность для широкого круга пользователей: учащихся средних школ, студентов колледжей, будущих педагогов

Изучение темы «Иррациональные неравенства и их решение» важно в школьном образование, так как она является базовой ступенью для понимания математики.