

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

кафедра математического анализа

**ЭЛЕКТРОННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ КУРС
«ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ»**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

Студента(ки) 3 курса 322 группы

направления **44.04.01 – Педагогическое образование**

механико-математического факультета

Родиной Ярославы Павловны

Научный руководитель
доцент, к.ф.-м. н, доцент

Л.В. Сахно

Заведующий кафедрой
зав.кафедрой, к.ф.-м.н.,
доцент

Е.В.Разумовская

Саратов 2025

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

В современном мире, характеризующемся стремительным развитием технологий и углублением проникновения математических методов в различные сферы деятельности, актуальность темы решения тригонометрических уравнений приобретает особое значение. Тригонометрия, как фундаментальная область математики, является базой для понимания многих физических явлений, инженерных расчетов и компьютерного моделирования.

Решение тригонометрических уравнений – это не просто академическое упражнение, а необходимый навык для специалистов, работающих в области электротехники, радиотехники, оптики, акустики и многих других. В этих отраслях тригонометрические модели используются для описания колебаний, волн, сигналов и других периодических процессов.

Кроме того, тригонометрические уравнения играют важную роль в математическом анализе, геометрии и других разделах математики. Они позволяют решать сложные задачи оптимизации, находить экстремумы функций и анализировать геометрические фигуры.

С точки зрения образования, изучение тригонометрических уравнений способствует развитию логического мышления, аналитических способностей и умения применять математические знания на практике. Освоение методов решения этих уравнений формирует у учащихся математическую культуру и готовит их к дальнейшему изучению более сложных математических дисциплин.

Таким образом, тема: тригонометрические уравнения, остается актуальной и востребованной как в научной и технической сферах, так и в образовательном процессе. Ее изучение позволяет не только освоить важные математические концепции, но и развить навыки, необходимые для успешной деятельности в современном мире.

В образовательном процессе с необходимостью решать тригонометрические уравнения учащиеся встречаются в 10-11 классах, когда начинается тема «Тригонометрия» в курсе алгебры. Особое внимание требует уделить решению (полному) простейших тригонометрических уравнений. Пробелы в знаниях учащихся по этому вопросу порой делают бесполезной всю дальнейшую работу по теме: часто учащиеся уверенно сводят сложные тригонометрические уравнения к совокупности простейших, однако ответа получить не могут, так как не обладают навыком решения простейших уравнений.

Магистерская работа представляет собой материалы для разработки электронного образовательного курса «Тригонометрические уравнения». Данный образовательный курс предназначен для учащихся 10-11 классов основного общего образования.

В эпоху цифровизации образования возрастает потребность в современных, интерактивных учебных материалах, способных эффективно и доступно представлять сложные концепции. Тригонометрические уравнения, являясь важной частью математического образования, зачастую вызывают затруднения у учащихся, обусловленные абстрактностью и многообразием методов решения. В связи с этим, разработка электронного образовательного курса по данной теме представляется крайне актуальной.

Практическая значимость работы

Электронный образовательный курс «Тригонометрические уравнения» призван восполнить пробелы в традиционном обучении, предоставив учащимся возможность осваивать материал в индивидуальном темпе, с использованием визуализаций, интерактивных упражнений и самоконтроля. Актуальность курса обусловлена его способностью адаптироваться к различным уровням подготовки учащихся, предлагая дифференцированные задания и пояснения.

Кроме того, электронный образовательный курс отвечает современным требованиям к образовательным ресурсам, обеспечивая доступность с

различных устройств и возможность обучения в любое удобное время. Интерактивный формат курса способствует повышению мотивации учащихся, вовлечению их в активный процесс обучения и формированию прочных знаний по теме «Тригонометрические уравнения».

Научная новизна работы

Научная новизна работы заключается в следующем:

- в разработке и внедрении электронного образовательного курса «Решение тригонометрических уравнений», который сочетает в себе современные педагогические технологии и методики преподавания математики, а именно, предложен новый подход к структурированию учебного материала, основанный на проблемно-ориентированном обучении. Такой подход способствует развитию аналитического и критического мышления.
- проведении апробации курса в реальном учебном процессе и доказательство его эффективности.

Цель работы

Основной целью данной магистерской работы является разработка и апробация электронного образовательного курса по теме «Тригонометрические уравнения», направленного на повышение эффективности обучения и углубление знаний учащихся 10-11 классов по данному разделу математики.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Анализ теоретических основ и методических подходов к обучению решения тригонометрических уравнений, включая изучение существующих учебных материалов и электронных образовательных ресурсов.
2. Определение целевой аудитории и потребностей учащихся в изучении темы «Решение тригонометрических уравнений».

3. Разработка концепции и структуры электронного образовательного курса, определение его содержания.
4. Создание интерактивных учебных материалов, включая теоретические разделы, примеры решения задач и тесты для самоконтроля.
5. Апробация электронного образовательного курса в учебном процессе с целью оценки его эффективности, выявления недостатков и внесения необходимых корректировок. Для этого будут проведены экспериментальные занятия с использованием электронного образовательного курса и контрольные группы, обучающиеся по традиционной методике.
6. Анализ результатов апробации и разработка рекомендаций по использованию электронного образовательного курса в образовательном процессе. Будут оценены такие показатели, как успеваемость учащихся, уровень мотивации и удовлетворенность обучением.

Для решения поставленных задач применялись следующие методы: анализ нормативных документов и литературы: математической, учебно-методической, наблюдение за учебным процессом, педагогический эксперимент, анализ экспериментальных данных.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, пяти разделов, заключения, списка использованных источников и приложения.

Во введении обоснована актуальность работы, кратко описана степень разработанности, сформулированы цели, задачи, методы исследования, практическая значимость, описана структура работы по разделам.

В первом разделе **«История тригонометрии»** – описана история становления тригонометрических знаний.

Во втором разделе **«Основные понятия тригонометрии»** – детально описано понятие градусной и радианной мер углов, связь между ними, а также понятие единичной окружности и ее роль в определении тригонометрических функций. Также, разъясняются определения синуса,

косинуса, тангенса и котангенса, как для острых углов, так и для произвольных углов, с акцентом на геометрическую интерпретацию и знаки функций в различных квадрантах. Рассматриваются основные тригонометрические тождества, включая формулы сложения, вычитания, двойного и половинного углов, а также формулы преобразования суммы в произведение и наоборот.

В третьем разделе **«Тригонометрические функции, их свойства и графики»** - дается строгое определение каждой из тригонометрических функций – синуса, косинуса, тангенса, котангенса. Подробно рассматриваются области определения и области значений каждой функции, что является критически важным для анализа решений тригонометрических уравнений и исключения посторонних корней. Далее, раздел посвящен исследованию свойств тригонометрических функций, таких как периодичность, четность и нечетность. Эти свойства позволяют значительно упростить процесс решения уравнений, используя симметрию и повторяемость функций. Особое внимание уделяется определению периодов каждой из функций и их влиянию на общий вид решения.

В четвертом разделе **«Введение в аркфункции. Связь арксинуса и арккосинуса. Связь арктангенса и арккотангенса»** - представлены обратные тригонометрические функции, раскрыты их свойства и установлены ключевые взаимосвязи, необходимые для уверенного манипулирования этими функциями при решении уравнений и анализе математических моделей.

Пятый раздел **«Тригонометрические уравнения»** магистерской работы занимает центральное место, представляя собой кульминацию теоретических и практических знаний, необходимых для успешного решения задач, связанных с тригонометрическими функциями. Данный раздел концентрируется на методиках решения различных типов тригонометрических уравнений, от простейших до более сложных, требующих нестандартных подходов и преобразований.

В заключении работы сформулированы основные выводы.

Список использованных источников состоит из 22 наименований.

Изучение тригонометрических уравнений [7] в курсе алгебры основной школы является разделом традиционным и достаточно важным во всех периодах школьного образования [8] и [9]. В курсе алгебры 10-го класса данная тема является весьма актуальной, так как задания по теме присутствуют материалах ЕГЭ.

Базовые навыки и умения, которыми должен обладать учащийся перед изучением курса:

Во-первых, необходимо уверенное владение алгебраическим аппаратом. Это включает в себя умение выполнять арифметические операции с действительными числами, преобразовывать алгебраические выражения, решать линейные и квадратные уравнения, а также системы уравнений. Знание свойств степеней и корней, логарифмов и умение работать с ними также является важным элементом математической подготовки.

Во-вторых, требуется знание элементарной геометрии. Учащиеся должны иметь представление о геометрических фигурах на плоскости и в пространстве, уметь вычислять площади и объемы, а также знать основные теоремы геометрии, такие как теорема Пифагора и теорема косинусов. Понимание концепции координат на плоскости и в пространстве также является необходимым условием.

В-третьих, необходимы базовые знания о тригонометрических функциях. Учащиеся должны знать определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса острого угла в прямоугольном треугольнике, а также уметь вычислять их значения для основных углов. Понимание связи между тригонометрическими функциями и единичной окружностью также является важным фактором успешного освоения курса.

В-четвертых, требуется владение навыками самостоятельной работы с учебным материалом. Учащиеся должны уметь читать и понимать математические тексты, самостоятельно искать информацию, анализировать

ее и применять полученные знания для решения задач. Навыки работы с компьютером и интернетом также являются необходимыми для успешного освоения материала электронного образовательного курса.

В целом, успешное освоение данного электронного образовательного курса окажет помощь при сдаче Единого государственного экзамена (ЕГЭ).

Структура электронного образовательного курса

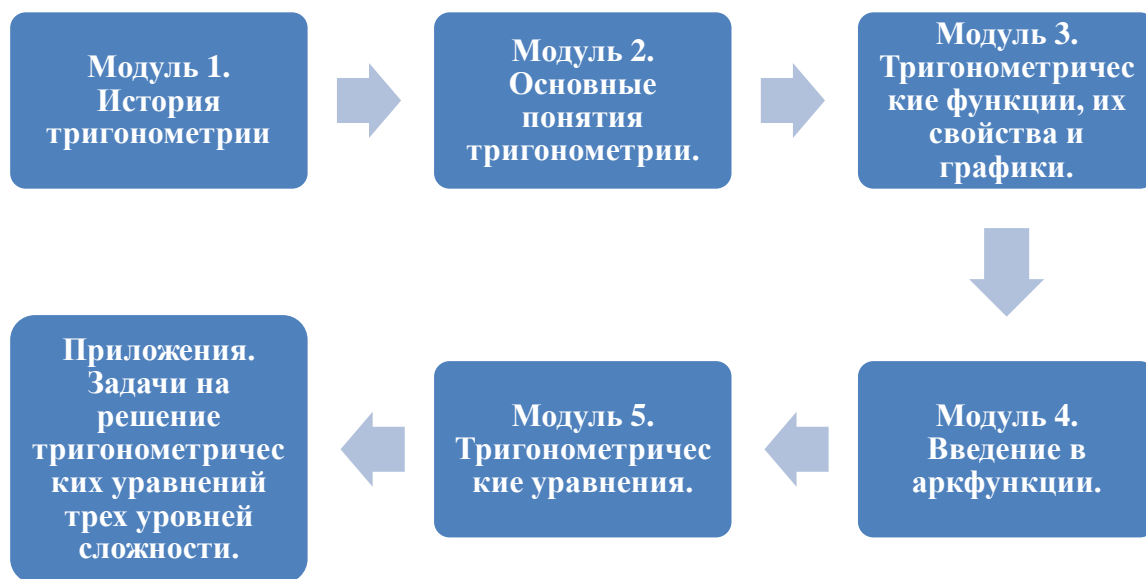


Рисунок 1 – структура электронного образовательного курса

Рекомендуем изучать данный электронный курс по порядку.

После изучения теоретических разделов и разбора примеров, следует приступать к решению задач базового уровня сложности – это приложения от «А» до «З». Каждая задача данного уровня оценивается в 1 балл.

Степень успешности	Количество баллов	Оценка
успешно	8-10	5
менее успешно	5-7	4
удовлетворительно	2-4	3
неудовлетворительно	0-1	2

Рисунок 2 – Таблица критериев оценивания заданий базового уровня сложности

Если набрано менее 2 баллов, значит, есть необходимость снова вернуться к изучению теоретической части.

Когда задания базового уровня сложности не будут вызывать затруднений, необходимо приступить к решению задач второго уровня сложности – это приложения от «И» до «Р». Каждая задача данного уровня состоит из двух пунктов. Первый пункт – решение самого уравнения. Второй – нахождение его корней на некотором отрезке. За каждую правильно решенную задачу данного уровня ученик получает 2 балла (1 балл- первый пункт, 1 балл – 2 пункт). Таких задач 5 и таким образом, максимальное количество баллов по данному уровню сложности – 10. Оценивание задач второго уровня сложности:

Степень успешности	Количество баллов	Оценка
успешно	8-10	5
менее успешно	5-7	4
удовлетворительно	2-4	3
неудовлетворительно	0-1	2

Рисунок 3 – Таблица критериев оценивания второго базового уровня сложности

Минимальное количество баллов, которое будет свидетельствовать о прохождении данного модуля – это 2 балла (1 полностью решенная задача либо 2 задачи, в которых обоснованно получен верный ответ в пункте а или получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б).

Перевод в оценку необходим для самоконтроля, поэтому, если учащийся набрал менее 2 баллов и получил оценку «2», необходимо снова обратиться к теоретическому материалу.

Следующие задания третьего (повышенного) уровня сложности. Таких задач также 5 и правильное решение каждой оценивается в 5 баллов. Задания такого характера можно встретить на ЕГЭ в задании номер 13. Если учащийся сделал правильно 3 задач – это говорит о хорошем уровне знаний по теме «Тригонометрические уравнения», 5 задач – это максимальная степень освоения данной темы.

Степень успешности	Количество баллов	Оценка
успешно	20-25	5
менее успешно	15-19	4
удовлетворительно	10-14	3
неудовлетворительно	0-1	2

Рисунок 4 – Таблица критериев оценивания заданий повышенного уровня сложности

На освоение данного электронного образовательного курса в среднем можно затратить неделю. Необходимо учитывать уровень знаний учащихся, и в каком классе предлагается прохождение данного курса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение проведенного исследования, посвященного разработке и внедрению электронного образовательного курса «Решение тригонометрических уравнений», можно с уверенностью констатировать достижение поставленных целей и задач. Созданный курс представляет собой комплексное, интерактивное и методически обоснованное средство обучения, призванное повысить эффективность освоения сложной темы тригонометрии.

В ходе работы были успешно решены задачи по анализу существующих образовательных ресурсов, выявлению типичных затруднений учащихся при решении тригонометрических уравнений, а также разработке и апробации структуры и содержания электронного курса.

Разработанный электронный курс может быть рекомендован к использованию в образовательном процессе как дополнение к традиционным формам обучения. Он позволяет индивидуализировать процесс обучения, предоставляя возможность ученикам самостоятельно осваивать материал в удобном темпе и формате. Дальнейшие исследования могут быть направлены на расширение функционала курса, включение дополнительных интерактивных элементов и адаптацию к различным уровням подготовки учеников.

Электронный образовательный курс «Тригонометрические уравнения» был апробирован в МОУ «СОШ № 49» города Саратова.

После проведения тестирования по теме «Тригонометрические уравнения» проведена соответствующая корректировка тестов базового, среднего и повышенного уровня сложности. Были получены следующие результаты.

№ задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во выполненных заданий	20	20	16	17	17	15	17	18	16	18
% выполненных заданий	91	91	73	77	77	68	77	82	73	82

Рисунок 1 - Результат апробации тестов базового уровня сложности

№ задачи	1		2		3		4		5	
	а	б	а	б	а	б	а	б	а	б
Кол-во выполненных заданий	11	9	11	8	10	9	8	7	6	5
% выполненных заданий	50	41	50	36	45	41	36	32	27	23

Рисунок 2 - Результат апробации тестов среднего уровня сложности

№ задачи	1	2	3	4	5
Кол-во выполненных заданий	5	4	5	3	3
% выполненных заданий	23	18	23	18	18

Рисунок 3 - Результат апробации тестов повышенного уровня

Ср. вз. = 71,7 %.

После проведение тестирования была проведена соответствующая корректировка курса для более оптимального изучения.

При апробации пришли к выводу: разработанный курс заданий по теме: «Тригонометрические уравнения», предназначенный для уроков математики, а также элективных курсов по математике, послужит хорошей основой для усвоения данной темы на более глубоком уровне.