

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

кафедра математического анализа

**ЭЛЕКТРОННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ КУРС «АРИФМЕТИЧЕСКИЙ
КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ»**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

Студента(ки) 3 курса 322 группы

направления **44.04.01 – Педагогическое образование**

механико-математического факультета

Чугуровой Натальи Николаевны

Научный руководитель
зав.кафедрой, к.ф.-м.н.,
доцент

Е.В.Разумовская

Заведующий кафедрой
зав.кафедрой, к.ф.-м.н.,
доцент

Е.В.Разумовская

Саратов 2025

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

Актуальность исследования темы «Арифметический квадратный корень» обусловлена высокой значимостью данной математической концепции в системе школьного образования, а также в рамках подготовки к государственной итоговой аттестации, где данный раздел занимает важное место.

Согласно данным ФИПИ [1], в 2024 году лишь 62% участников Единого государственного экзамена (ЕГЭ) по математике базового уровня верно выполнили задание на вычисление выражения $\sqrt{2,5} \cdot \sqrt{10}$. Помимо этого, для задания Единого государственного экзамена по математике профильного уровня, где встречается арифметический квадратный корень:

Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x| + |y| = a \\ y = \sqrt{x+4} \end{cases},$$

имеет ровно два различных решения.

Успешность составила всего 5%. Несмотря на то, что задание довольно стандартное, многие учащиеся не уделяют достаточно внимания простейшим функциям (в данном случае функция квадратного корня), что влечет за собой ошибки в подобных заданиях.

Также стоит отметить, что арифметический квадратный корень часто встречается и в олимпиадных задачах. Рассмотрим математический флеш-моб MathCat [2]. В 2024 году присутствовало задание по упрощению данного выражения: $\sqrt{7 - \sqrt{48}} + \sqrt{5 - \sqrt{24}} + \sqrt{3 - \sqrt{8}}$.

Эти факты подчеркивают необходимость глубокого изучения и эффективной методики преподавания темы, позволяющей учащимся не только успешно справляться с заданиями экзамена, но и формировать устойчивые математические навыки, необходимые в дальнейшей учебной и профессиональной деятельности.

Цель и задачи работы

Цель работы – разработка и обоснование эффективной методики преподавания арифметического квадратного корня в школьной программе, способствующей повышению качества усвоения материала, развитию умений и

навыков учащихся, а также формированию у них системного и практического подхода к работе с выражениями, содержащими корни.

В рамках реализации цели поставлены следующие задачи:

- Изучить историю возникновения и развития понятия квадратного корня;
- Обзор методик и подходов к преподаванию темы «Арифметический квадратный корень» в современной школе;
- Разработка методов и приемов формирования у учащихся навыков преобразования выражений с корнями, использования свойств и правил для решения уравнений и неравенств;
- Исследование особенностей восприятия и практического применения знаний о квадратных корнях в рамках учебных занятий.

Практическая значимость работы

Практическая значимость работы заключается в том, что собранный материал может быть использован учителями математики для подготовки уроков, учащимися для самостоятельного изучения темы, а также студентами при углублённом изучении алгебры. Четвертый раздел может быть использован для подготовки к различным математическим соревнованиям, он не только развивает скорость вычисления, но и формирует логическое мышление и стратегический подход к решению задач. Задачи, приведённые в приложениях, помогут закрепить теоретические знания и подготовиться к экзаменам.

Научная новизна работы

Новизна работы заключается не только в синтезе классических методик с цифровыми технологиями, но и в адаптации методов преподавания данной темы под требования к освоению современных образовательных компетенций, а также в целостном подходе к формированию у учащихся навыков работы с квадратными корнями – от базовых определений до решения нестандартных задач уровней ОГЭ и ЕГЭ.

Основное содержание работы

Структура работы соответствует поставленным задачам. Работа состоит из введения, семи разделов, заключения, списка использованных источников и приложений. Каждый раздел посвящён отдельному аспекту изучения квад-

ратного корня: истории, начальным сведениям, преобразованию выражений, методам извлечения корня, функции квадратного корня, а также уравнениям и неравенствам, содержащим квадратные корни. В приложениях представлены тесты и задачи для самостоятельной работы.

1 История возникновения квадратного корня

Прослежена эволюция понятия квадратного корня от Древнего Вавилона до наших дней. Рассмотрены вклад Герона Александрийского, Леонардо Пизанского (Фибоначчи), Луки Пачоли и Рене Декарта в развитие символики и методов извлечения корня.

2 Начальные сведения об арифметическом квадратном корне

Данный раздел формирует фундаментальную теоретическую базу исследования через строгое определение арифметического квадратного корня с указанием области определения. Представлено классическое доказательство иррациональности $\sqrt{2}$ методом от противного, а также введена классификация числовых множеств с иллюстрацией соотношений между ними с помощью кругов Эйлера. Сформулированные свойства квадратных корней, включая свойства корня из произведения и частного, проиллюстрированы подробно разобранными примерами различного уровня сложности, демонстрирующими как прямое, так и обратное применение свойств.

3 Преобразование выражений, содержащих корни

Следующий раздел систематизирует алгоритмы работы с иррациональными выражениями через разработку пошаговых инструкций для вынесения множителя за знак корня, внесения множителя под знак корня и освобождения от иррациональности в знаменателе. Особое внимание уделено приемам выделения полного квадрата под знаком радикала и методам упрощения вложенных радикалов. Все алгоритмы сопровождаются примерами с постепенным нарастанием сложности, что обеспечивает поэтапное формирование вычислительных навыков.

4 Методы извлечения квадратного корня из числа

После предлагается сравнительный анализ девяти методов извлечения квадратных корней, разделенных на приближенные и точные. Для каждого метода дана пошаговая инструкция с оценкой точности, области применения и трудоемкости, подкрепленная подробными вычислительными примерами.

5 Функция квадратного корня

Затем реализуется функциональный подход к изучению квадратного корня через исследование функции $y = \sqrt{x}$. Построение графика по точкам сопровождается доказательством его эквивалентности ветви параболы $y = x^2$ при $x \geq 0$. Изучены аналитические свойства функции, включая область определения и значений, монотонное возрастание и непрерывность, с введением и иллюстрацией понятия выпуклости. Материал обогащен качественными графическими иллюстрациями и примерами применения функциональных свойств при решении задач.

6 Уравнения, содержащие квадратный корень

Классифицированы иррациональные уравнения. Подробно разобраны методы их решения: возведение в степень, уединение радикала, замена переменной, разложение на множители, использование свойств функций (монотонность, ограниченность). Каждый метод проиллюстрирован примерами.

7 Неравенства, содержащие квадратный корень

Систематизированы типы иррациональных неравенств. Для каждого типа приведены схемы решения, основанные на переходе к равносильным системам или совокупностям. Рассмотрены методы: интервалов, замены переменной, домножения на сопряженное выражение, использования монотонности функций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Магистерская работа, посвященная методике преподавания темы «Арифметический квадратный корень», подошла апробацию в МОУ «СОШ № 102» в 10 «А» классе с 11 марта по 7 апреля 2025 года, что позволило не только систематизировать теоретические знания, но и проверить их эффективность в реальных педагогических условиях.

Для начала было принято решение провести опрос о выборе учеников сдавать базовый или профильный вариант математики в 11 классе (ЕГЭ). В соответствии с рисунком 7.2, на котором представлены результаты опроса, более половины учеников выбирают сдавать профильный вариант Единого государственного экзамена по математике.

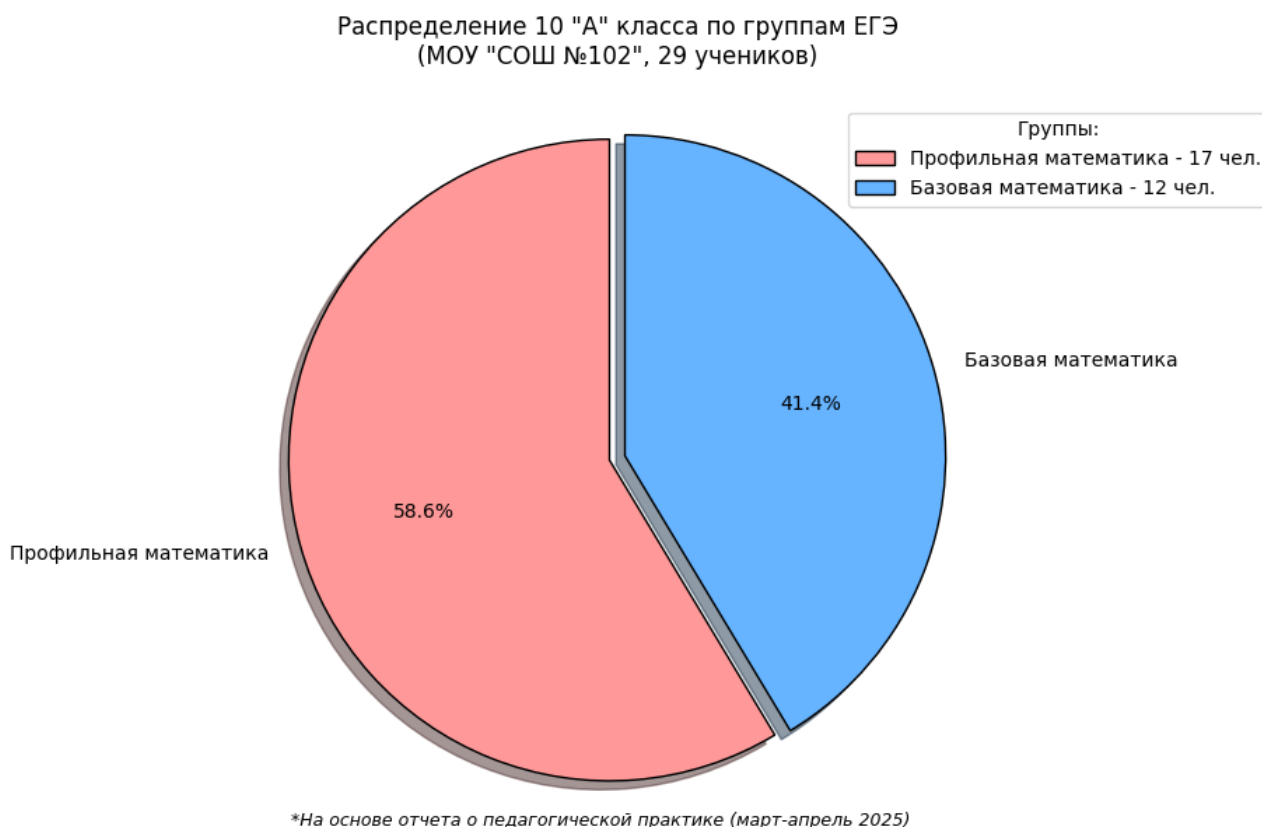


Рисунок 1

Так как изучаемый материал в той или иной мере знаком всем учащимся, было принято решение начать изучать материал с исторической справки, и затем переходить к теоретическому материалу и примерам. По каждому блоку учащимися были написаны самостоятельные работы.

Далее рассмотрим подробно полученные учащимися результаты.

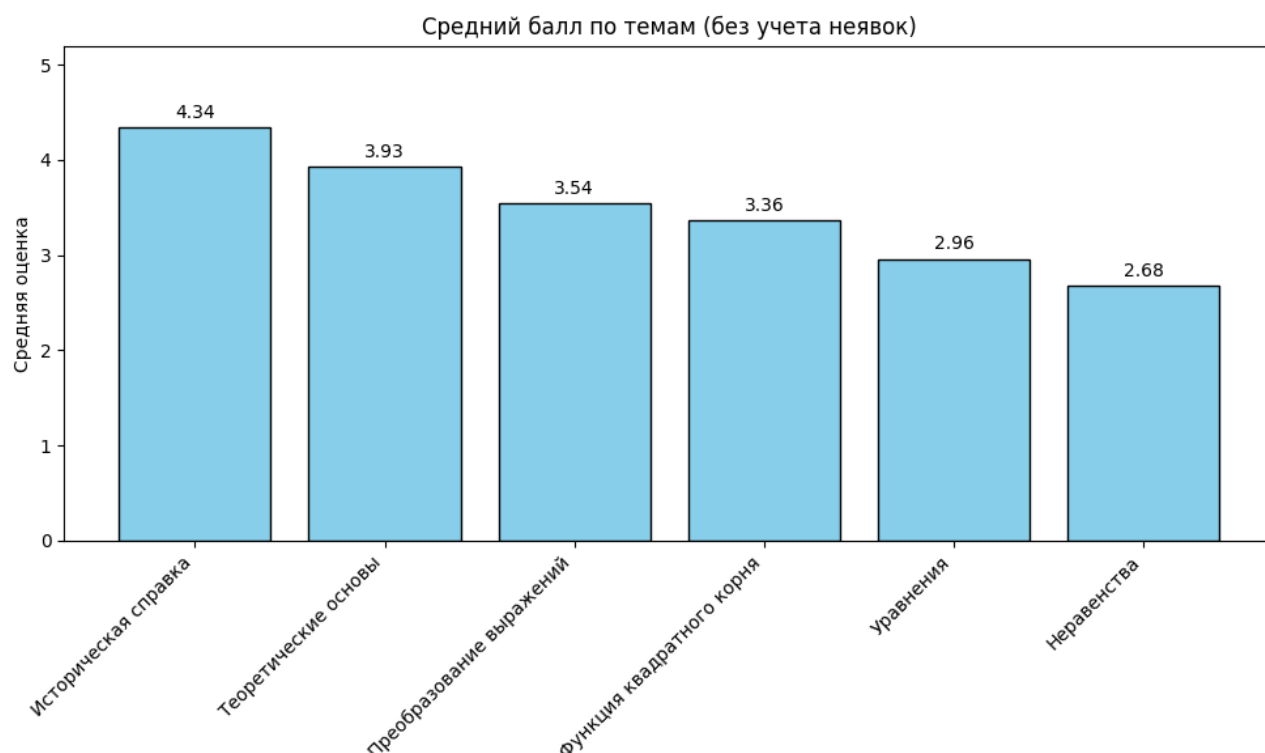


Рисунок 2

Очевидно, что чем сложнее материал, тем хуже его написали ученики. Также стоит учитывать большое количество детей, не сдающих профильную математику в ЕГЭ, что также влияет на результат учащихся.

После проанализируем результаты по каждому из тестов отдельно в соответствии с рисунком 7.3, с рисунком 7.4. Можно заметить, что теоретический блок в целом учащимися был усвоен. Чем сложнее становился материал, тем больше учащихся отсутствовали на занятиях. Также видна тенденция ухудшения оценок по нарастанию сложности материала, что является нормальным.

В целом следует больше уделять внимание более сложным темам, а также повышать уровень интереса к данной теме у учащихся. На занятиях стоит акцентировать внимание на том, что данный материал нужен всем, даже тем, кто не планирует связывать свою профессиональную жизнь с математикой.

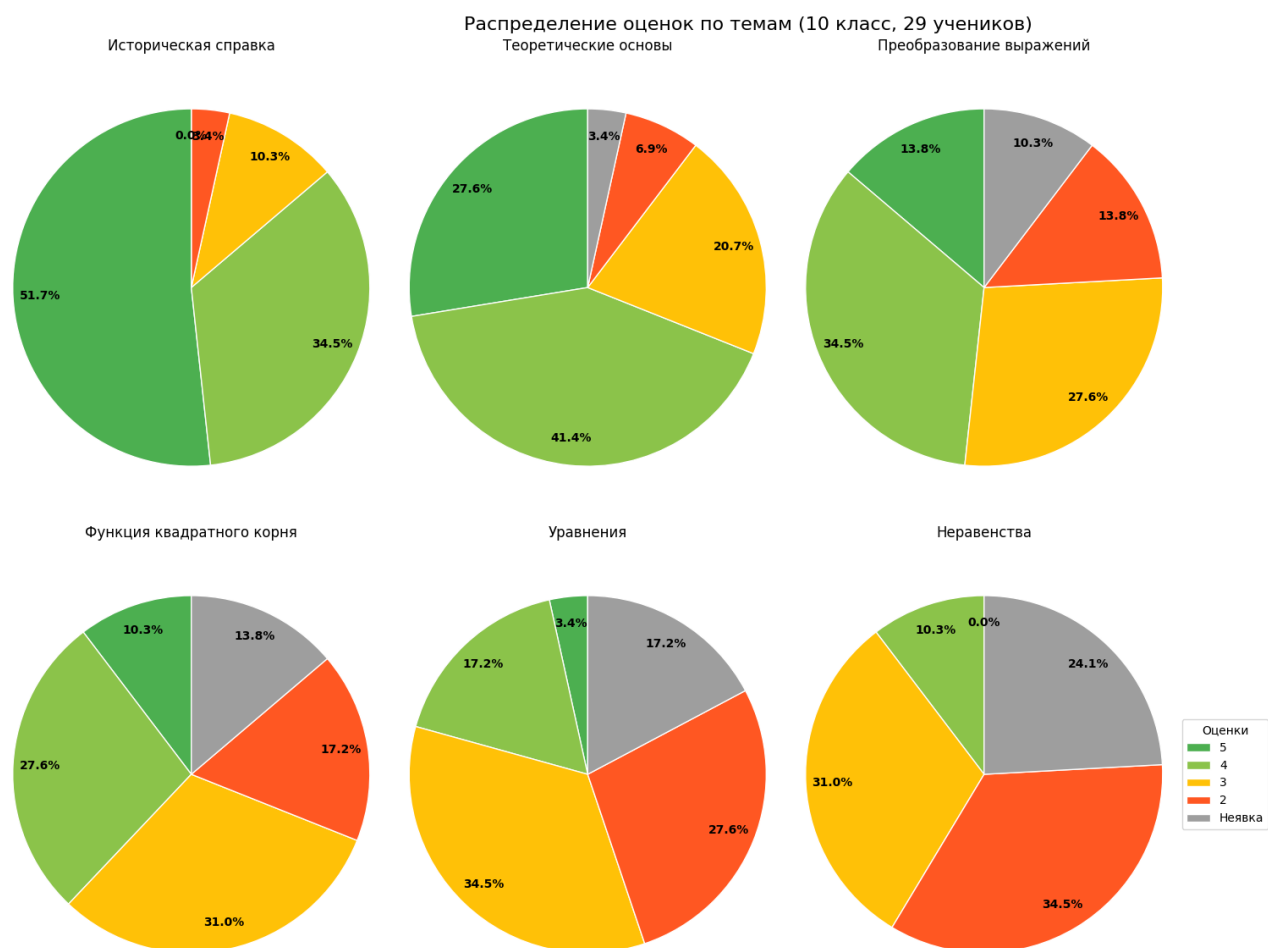


Рисунок 3

После рассмотрим два важных тестирования, которые были составлены для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ.

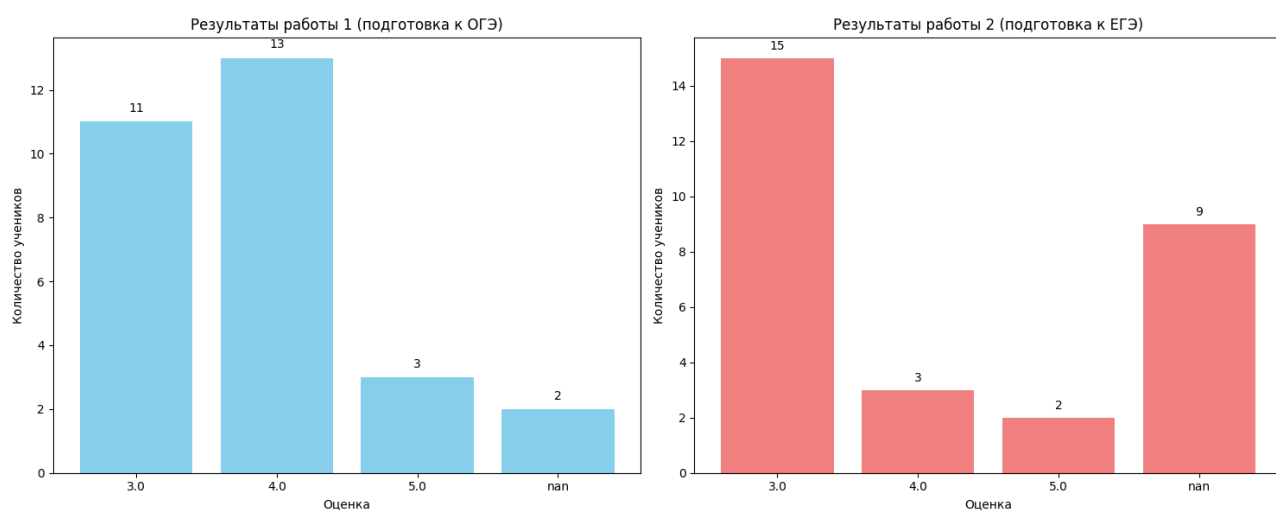


Рисунок 4

Можно заметить, что с уровнем ОГЭ многие справились на 4 и 5, а вот с ЕГЭ ситуация сложнее, что закономерно. Следует уделить особое внимание двум последним темам, тем самым можно будет улучшить показатели по данным тестам.

Анализ всех полученных диаграмм выявил несколько ключевых закономерностей, требующих внимания при преподавании материала. Во-первых, резкий контраст между выбором уровней ЕГЭ свидетельствует о необходимости дифференцированного подхода. Для профильной группы (в основном отличники и 40% хорошистов) следует усилить подготовку к сложным задачам. Базовой группе, куда входят все слабые ученики и большинство хорошистов, нужно уделять особое внимание практико-ориентированным заданиям.

Полученные данные показывают, что исследуемая тема, являясь фундаментальной, требует особого внимания в преподавании, особенно в классах с разнородным уровнем подготовки.

Приобретенный опыт позволил не только закрепить теоретические знания, но и развить важные профессиональные навыки: умение адаптировать материал под разные группы учащихся, анализировать результаты обучения, оперативно корректировать методические подходы.

Полученные результаты свидетельствуют о необходимости продолжения работы по совершенствованию методики преподавания данной темы, с акцентом на развитие концептуального понимания, а не механического запоминания алгоритмов. Это особенно важно в условиях современной школы, где математическое образование должно быть не только фундаментальным, но и практически значимым для всех учащихся, независимо от их дальнейшей профессиональной ориентации.

Перспективы дальнейших исследований видятся в следующих направлениях:

- Адаптация методики для дистанционного обучения с использованием VR-технологий;
- Разработка межпредметных модулей (связь с физикой и экономикой);
- Расширение темы на смежные разделы (комплексные числа или кубические корни);

- Создание диагностического комплекса для автоматизированного выявления пробелов в знаниях.