

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра теории функций и стохастического анализа

**РАСЧЕТ СТРАХОВЫХ ТАРИФОВ ПРИ СТРАХОВАНИИ  
ОБЪЕКТОВ, ПОДВЕРЖЕННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЮ  
КАТАСТРОФИЧЕСКИХ РИСКОВ, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
НАКОПИТЕЛЬНЫХ МЕХАНИЗМОВ**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

Студентки 4 курса 412 группы  
направления 01.03.02 — Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета  
Жировой Марии Романовны

Научный руководитель  
доцент, к. ф.-м. н., доцент

\_\_\_\_\_

С. В. Тышкевич

Заведующий кафедрой  
д. ф.-м. н., доцент

\_\_\_\_\_

С. П. Сидоров

Саратов 2026

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** Различные промышленные объекты – металлургические комбинаты, нефтеперерабатывающие и химические заводы, объекты атомной энергетики – подвержены катастрофическим рискам, обусловленным природно-техногенными факторами. Вследствие особенностей технологического процесса на таких объектах накапливаются значительные массы пожаро- и взрывоопасных веществ, а при возникновении аварийной ситуации высвобождается энергия, способная привести к уничтожению всего предприятия. Указанные риски характеризуются малой частотой наступления при крайне высокой тяжести последствий: экономический ущерб от единичного события может достигать десятков и сотен миллионов рублей. Эти особенности делают неприменимыми классические методы массового страхования, опирающиеся на закон больших чисел, и требуют разработки специальных подходов, основанных на накопительном механизме страхования. При этом для длительных сроков накопления резервов существенное значение приобретает учёт временной стоимости денежных средств, а для практического применения методики специалистами страховых компаний – представление расчётной модели в виде удобного программного инструмента, не требующего навыков программирования.

**Цель работы** – привести методику расчёта страховых тарифов для объектов, подверженных катастрофическим рискам, с применением накопительных механизмов, реализовать её средствами языка программирования Python и определить оптимальные параметры накопительного механизма (длительность накопления  $T$ , число застрахованных объектов  $N$ , норму дисконтирования  $\delta$ ), обеспечивающие финансовую устойчивость страховой компании.

**Задачи работы:** изучить особенности страхования объектов, подверженных воздействию катастрофических рисков, и принципы работы накопительного механизма; изложить вероятностный аппарат, лежащий в основе модели аккумуляции страховых рисков; рассмотреть две математические модели расчёта страховых тарифов – не учитывающую и учитывающую разновременность финансовых потоков по программе страхования; реализовать обе модели средствами языка программирования Python и провести их сопоставительный анализ при различных значениях параметров; оценить условия

финансовой устойчивости страховой программы, включая расчёт необходимого начального капитала; разработать интерактивное веб-приложение, объединяющее обе расчётные модели в едином программном комплексе.

**Материалы исследования.** Работа опирается на теоретические и практические наработки в области рискованного страхования, актуарной математики, теории вероятностей и теории случайных процессов, а также на расчётную модель страхования группы предприятий, подверженных катастрофическим рискам. Программная реализация выполнена средствами языка Python с использованием научных библиотек NumPy, SciPy, pandas и библиотек визуализации Matplotlib и Plotly.

**Структура работы.** Выпускная квалификационная работа состоит из введения, трёх глав, заключения, списка использованных источников и четырёх приложений. Первая глава – «Теоретические основы страхования объектов, подверженных воздействию катастрофических рисков» – включает описание особенностей страхования катастрофических рисков, вероятностного аппарата модели аккумуляции, двух расчётных моделей и методов оценки параметров аппроксимирующего распределения. Вторая глава – «Реализация расчётной модели страхования с помощью языка программирования Python» – посвящена программной реализации обеих моделей и их сравнительному анализу. Третья глава – «Разработка веб-приложения для актуарного анализа катастрофических рисков» – содержит теоретическое обоснование и описание практической реализации разработанного программного комплекса. В приложениях приведены листинги программ, графики и скриншоты разработанного веб-приложения.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Первая глава** посвящена теоретическим основам страхования объектов, подверженных воздействию катастрофических рисков. Особенностью данного вида страхования является промежуточное положение страхуемых объектов между уникальными объектами и массовыми рисками. Это требует применения специальных механизмов, сочетающих коллективный и временной баланс для распределения рисков как между застрахованными предприятиями, так и во времени. Таким механизмом является накопительный

механизм, который позволяет страховой компании аккумулировать средства для покрытия потенциальных убытков, снижая нагрузку на страхователей. Основные задачи при организации такого механизма включают определение размера страхового тарифа, установление оптимальной длительности интервала накопления и обеспечение финансово-экономической устойчивости страховой компании.

Изложены вероятностные основы модели аккумуляции. Число страховых событий моделируется пуассоновским процессом, обладающим свойствами независимости и стационарности приращений. Для группы из  $N$  предприятий за период накопления  $T$  общее число страховых событий описывается распределением Пуассона с параметром

$$n = N\lambda T,$$

где  $\lambda$  – интенсивность потока страховых событий в расчёте на один договор, а вероятность наступления ровно  $k$  событий равна  $p_k(n) = e^{-n}n^k/k!$ . Совокупный страховой ущерб по группе предприятий представляет собой случайную сумму и подчиняется составному пуассоновскому распределению. Функция распределения совокупного ущерба определяется моделью аккумуляции

$$R(x) = p_0(n) h(x) + \sum_{k=1}^{\infty} p_k(n) F_0^{(k)}(x),$$

где  $h(x)$  – функция Хевисайда, а  $F_0^{(k)}(x)$  –  $k$ -кратная свёртка функции распределения единичного ущерба.

Поскольку прямое вычисление свёрток является вычислительно трудоёмким, в работе используется аппарат характеристических функций. Характеристическая функция случайной величины определяется как  $f_0(u) = \int_0^{\infty} e^{iux} dF_0(x)$  и обладает ключевым свойством: характеристическая функция суммы независимых случайных величин равна произведению их характеристических функций. Это позволяет получить характеристическую функцию совокупного ущерба в замкнутом виде

$$f_{X_{\Sigma}}(u) = \exp\{n(f_0(u) - 1)\}.$$

Для идентификации параметров аппроксимирующего распределения применяются семиинварианты (кумулянты), обладающие свойством аддитивности. Показано, что  $m$ -й семиинвариант совокупного ущерба равен  $\chi_m = n \cdot m_m$ , где  $m_m$  —  $m$ -й начальный момент единичного ущерба. Обоснован выбор гамма-распределения для описания страхового ущерба: оно сосредоточено на положительной полуоси, что соответствует неотрицательности ущерба, обладает выраженной правосторонней асимметрией и замкнуто относительно операции свёртки — сумма независимых гамма-распределённых величин с общим параметром масштаба вновь подчиняется гамма-распределению. Последнее свойство является решающим для практической применимости модели аккумуляции, так как  $k$ -кратная свёртка вычисляется в явном виде.

Рассмотрены две расчётные модели. *Модель, не учитывающая разновременность финансовых потоков*, считает страховые взносы и выплаты равноценными независимо от момента их возникновения. В этой модели семиинварианты совокупного ущерба определяются формулами

$$\chi_1 = N\lambda T m_0, \quad \chi_2 = N\lambda T (m_0^2 + D_0),$$

где  $m_0$  и  $D_0$  — математическое ожидание и дисперсия единичного ущерба. Недостатком модели является то, что при длительных сроках накопления (20 и более лет) неучёт временной стоимости денежных средств приводит к существенному искажению результатов.

*Модель, учитывающая разновременность финансовых потоков*, устраняет данный недостаток путём приведения финансовых потоков к начальному моменту времени с помощью операции дисконтирования

$$\hat{G}(\delta) = \int_0^T e^{-\delta t} g(t) dt,$$

где  $\delta$  — непрерывная норма дисконтирования. Семиинварианты совокупного приведённого ущерба вычисляются с учётом дисконт-фактора:

$$\chi_1 = N\lambda m_0 \cdot \frac{1 - e^{-\delta T}}{\delta}, \quad \chi_2 = N\lambda (m_0^2 + D_0) \cdot \frac{1 - e^{-2\delta T}}{2\delta}.$$

Изложены методы оценки параметров аппроксимирующего распределения. Метод моментов состоит в приравнивании теоретических моментов распределения к выборочным; для гамма-распределения это даёт оценки  $\beta = \chi_1/\chi_2$  и  $\alpha = \chi_1\beta$ . Метод семиинвариантов является модификацией метода моментов, в которой используются кумулянты, обладающие свойством аддитивности. В работе приведён полный вывод формул, связывающих параметры  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\eta$  аппроксимирующего распределения с первыми тремя семиинвариантами:

$$\hat{\beta} = \frac{\chi_1\chi_2}{\chi_1\chi_3 - \chi_2^2}, \quad \hat{\alpha} = \hat{\beta} \left( 2 \frac{\chi_2}{\chi_1} - \frac{\chi_3}{\chi_2} \right), \quad \hat{\eta} = \frac{\chi_1}{\hat{\alpha}} \hat{\beta}.$$

**Вторая глава** посвящена реализации расчётных моделей средствами языка программирования Python. Описана пошаговая реализация модели, не учитывающей разновременность финансовых потоков. На основе статистических данных о страховых выплатах строится эмпирическая функция распределения, по которой вычисляются выборочное математическое ожидание и дисперсия единичного ущерба. По этим характеристикам определяются параметры аппроксимирующего гамма-распределения  $\alpha_{lo} = m_{wo}^2/D_{wo}$  и  $\beta_{lo} = D_{wo}/m_{wo}$ . Далее рассчитываются интенсивность возникновения страховых событий и параметр распределения Пуассона, после чего строится функция распределения совокупного страхового ущерба по модели аккумуляции. Нетто-премия определяется как квантиль заданного порядка надёжности и является решением уравнения  $R(P_r) = P$ , после чего вычисляется брутто-ставка страхового тарифа

$$Tr_{br} = \frac{100 \cdot Pr_G}{(1 - f) S_{ob}},$$

где  $f$  – коэффициент страховой нагрузки. Завершающим этапом является расчёт начального капитала из условия обеспечения нормативного уровня надёжности покрытия совокупных страховых возмещений для всех моментов накопительного интервала, а также оценка увеличения годовой страховой премии, обусловленного платой за использование начального капитала. Аналогичным образом описана реализация модели, учитывающей разновременность финансовых потоков, в которой семиинварианты совокупного ущерба

вычисляются с учётом дисконтирования.

Проведён сравнительный анализ двух моделей в виде серии расчётов при варьировании срока накопления резерва  $T$ , нормы дисконтирования  $\delta$  и числа застрахованных объектов  $N$ . При базовом наборе параметров модель без учёта разновременности даёт брутто-тариф 1,72 %, а модель с учётом разновременности – 0,82 %, что соответствует снижению тарифной нагрузки на 52 % при сохранении заданного уровня надёжности фонда. Результаты расчётов при различных сроках накопления приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Сравнение моделей при различных сроках накопления резерва

$T$ , лет	Тариф, модель 1, %	Тариф, модель 2, %	Экономия, %
5	1,58	1,09	31,0
10	1,72	0,82	52,1
15	2,03	0,68	66,5
20	2,48	0,58	76,4
25	3,07	0,51	83,3
30	3,84	0,45	88,2

Анализ показал, что брутто-тариф модели без учёта разновременности возрастает с увеличением срока накопления, тогда как брутто-тариф модели с учётом разновременности убывает; вследствие этого относительная экономия возрастает с 31 % при сроке накопления 5 лет до 88 % при сроке 30 лет. Установлено также, что величина экономического эффекта возрастает с увеличением нормы дисконтирования, а увеличение числа застрахованных объектов снижает абсолютный уровень тарифов обеих моделей за счёт эффекта диверсификации, практически не изменяя относительного преимущества модели с дисконтированием. Полученные результаты количественно подтверждают, что при длительных сроках действия накопительного механизма учёт временной стоимости денежных средств приобретает определяющее значение.

**Третья глава** посвящена разработке веб-приложения для актуарного анализа катастрофических рисков. Обоснована целесообразность представления расчётной модели в виде интерактивного веб-приложения. Реализация расчётной модели в виде программного скрипта обладает существенным ограничением: каждое изменение входных параметров требует редактирования исходного кода и повторного запуска программы, что неудобно при многова-

риантных расчётах и делает программу труднодоступной для специалистов, не владеющих языками программирования. Решением является разработка веб-приложения, в котором вычислительное ядро отделено от пользовательского интерфейса. В качестве инструментальной среды выбран фреймворк Streamlit, реализующий реактивную модель исполнения, при которой программа полностью выполняется заново при каждом взаимодействии пользователя с элементами управления, что обеспечивает автоматическую согласованность результатов и введённых параметров.

Описана практическая реализация приложения. Интерфейс приложения организован в виде трёх функциональных зон: заголовка, боковой панели с элементами управления для задания входных параметров и центральной зоны, разделённой на пять тематических вкладок. Вычислительное ядро реализовано в виде единой функции, объединяющей обе расчётные модели, что обеспечивает их корректное сопоставление при идентичных исходных данных. Первая вкладка отображает итоговые результаты расчёта по обеим моделям, вторая содержит графики анализа чувствительности тарифа к ключевым параметрам, третья – интерактивную трёхмерную поверхность тарифных решений, четвёртая – методологическое описание расчётных моделей, пятая – результаты в табличной форме и средства экспорта во внешние форматы. Для построения графиков применяются библиотеки `Matplotlib` и `Plotly`. Разработанное приложение представляет собой законченный программный комплекс, объединяющий обе расчётные модели в едином интерактивном интерфейсе и пригодный для практического применения специалистами страховых компаний без специальной программистской подготовки.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы представлена математическая модель расчёта страховых тарифов для промышленных предприятий, подверженных катастрофическим рискам. Основной акцент сделан на применении накопительного механизма страхования, который позволяет распределить финансовую нагрузку во времени и обеспечить устойчивость страховой программы.

Изучены особенности страхования объектов, подверженных воздействию катастрофических рисков, обусловленные высокой концентрацией потенциального ущерба и ограниченной статистикой подобных событий. Изложен вероятностный аппарат модели аккумуляции, включающий пуассоновский процесс, составное распределение, операцию свёртки функций распределения, характеристические функции и семиинварианты; обоснован выбор гамма-распределения для описания страхового ущерба. Приведён полный вывод формул, связывающих параметры аппроксимирующего распределения с семиинвариантами совокупного ущерба.

Рассмотрены и реализованы средствами языка программирования Python две расчётные модели – не учитывающая и учитывающая разновременность финансовых потоков по программе страхования. Выполнен расчёт ключевых параметров страховой программы: определены параметры гамма-распределения, рассчитана интенсивность страховых событий, найдены нетто-премия и брутто-ставка страхового тарифа. Определены условия финансовой устойчивости страховой программы: рассчитан необходимый начальный капитал и учтена плата за его использование.

Проведённый сравнительный анализ двух моделей количественно подтвердил, что учёт временной стоимости денежных средств посредством операции дисконтирования приводит к обоснованному снижению страхового тарифа при сохранении заданного уровня надёжности страхового фонда. Установлено, что величина достигаемого экономического эффекта определяется главным образом сроком накопления резерва и доступной страховщику доходностью размещения средств: при длительных сроках накопления и высокой норме дисконтирования относительная экономия превышает 80 %. Показано, что увеличение числа застрахованных объектов снижает абсолютный уровень тарифов обеих моделей за счёт эффекта диверсификации.

Разработано интерактивное веб-приложение, объединяющее обе расчётные модели в едином программном комплексе и обеспечивающее интерактивный ввод параметров, автоматический пересчёт показателей, наглядное представление результатов в виде графиков и таблиц, а также экспорт результатов во внешние форматы.

Разработанная методика и созданный программный комплекс могут

быть использованы страховыми компаниями для тарифных расчётов, промышленными предприятиями – для оценки страховых программ, регуляторами – для анализа финансовой устойчивости страховщиков. Поставленная цель работы достигнута, все задачи выполнены.