МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра теории функций и стохастического анализа

# ПОРТФЕЛИ ЦЕННЫХ БУМАГ

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 412 группы
направления 01.03.02 — Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета
Морозов Сергей Александрович

Научный руководитель
доцент, к. ф.-м. н., доцент ______________ Л. В. Борисова

Заведующий кафедрой
д. ф.-м. н., доцент ______________ С. П. Сидоров

Саратов 2026

# СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ АКЦИЙ МОСБИРЖИ И ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЯ

## Содержание

# ВВЕДЕНИЕ

Современный российский фондовый рынок характеризуется повышенной волатильностью, структурными сдвигами и высокой чувствительностью к макроэкономическим факторам. В условиях роста алгоритмической торговли способность корректно прогнозировать динамику цен активов и формировать сбалансированные портфели приобретает критическую значимость. Традиционные линейные методы часто оказываются недостаточными, что обуславливает необходимость применения гибридных ансамблей, включающих статистические модели, градиентный бустинг и архитектуры глубокого обучения.

**Актуальность исследования** заключается в необходимости перехода от прогнозирования отдельных активов к комплексному управлению рисками портфеля с использованием современных методов машинного обучения. Особую значимость имеет разработка методологии, которая не только минимизирует ошибку предсказания (MAPE), но и обеспечивает диверсификацию капитала, исключая чрезмерную концентрацию на отдельных бумагах.

**Целью работы** является проведение сравнительного анализа эффективности широкого спектра моделей (ARIMAX, ETS, RF, XGBoost, LSTM, GRU, TCN, GCN) при прогнозировании акций Мосбиржи и разработка алгоритма формирования *сбалансированного* инвестиционного портфеля на основе ансамбля прогнозов.

Для достижения цели решались следующие **задачи**:

1. Реализовать и обучить 8 моделей прогнозирования, включая классические статистические (ARIMAX, ETS), ансамбли деревьев (XGBoost, Random Forest) и нейросетевые архитектуры (LSTM, GRU, TCN).

2. Внедрить графовую нейронную сеть (GCN) для уточнения прогнозов с учётом межсекторальных корреляций.

3. Разработать методологию ансамблевого прогнозирования, усредняющую выходы лучших моделей для снижения дисперсии ошибки.

4. Построить алгоритм оптимизации портфеля (Markowitz Mean-Variance) с применением сжатия ковариационной матрицы Ledoit–Wolf и жёсткими ограничениями на веса активов ($w_{\max} \leq 8\%$) для обеспечения диверсификации.

5. Оценить экономическую эффективность стратегий через коэффициент Шарпа и Directional Accuracy.

**Объектом исследования** является ликвидный сегмент российского фондового рынка (30 акций, включая СБЕР, ГАЗП, ЛКОЙЛ и др.).

**Предметом исследования** выступают алгоритмы машинного обучения и методы стохастической оптимизации для краткосрочного прогнозирования и управления портфелем.

# 1 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ МОДЕЛЕЙ

## 1.1 Статистические модели

### 1.1.1 ARIMAX (Autoregressive Integrated Moving Average with Exogenous Variables)

Модель ARIMAX объединяет три компоненты: авторегрессию (AR), интегрирование (I) и скользящее среднее (MA), дополненные экзогенными переменными (X).

*Математическая формулировка:*

Пусть $y_t$ — логарифмическая доходность акции в момент времени $t$. Общий вид модели ARIMAX$(p, d, q)$:

$$\phi_p(B)(1-B)^d y_t = c + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_{t,i} + \theta_q(B)\varepsilon_t, \tag{1}$$

где:

- $B$ — оператор сдвига (backshift): $By_t = y_{t-1}$, $B^2 y_t = y_{t-2}$;
- $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p$ — полином авторегрессии порядка $p$;
- $\theta_q(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \cdots + \theta_q B^q$ — полином скользящего среднего порядка $q$;
- $d$ — порядок дифференцирования (для обеспечения стационарности);
- $x_{t,i}$ — экзогенные переменные (доходность индекса IMOEX, объём торгов);
- $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ — белый шум.

*Пример для ARIMAX(1,0,1):*

Рассмотрим упрощённый случай с одной экзогенной переменной (индекс IMOEX):

$$(1 - 0.6B)y_t = 0.01 + 0.4x_t + (1 + 0.3B)\varepsilon_t \tag{2}$$

Раскроем операторы:

$$y_t - 0.6y_{t-1} = 0.01 + 0.4x_t + \varepsilon_t + 0.3\varepsilon_{t-1} \tag{3}$$

Отсюда получаем явную формулу прогноза:

$$y_t = 0.01 + 0.6y_{t-1} + 0.4x_t + \varepsilon_t + 0.3\varepsilon_{t-1} \tag{4}$$

**Численный расчёт:**

- Дано: $y_{t-1} = 0.02$ (2% доходность вчера), $x_t = 0.015$ (IMOEX вырос на 1.5%)
- Ошибки: $\varepsilon_{t-1} = 0.001$, $\varepsilon_t = 0$ (ожидаемое значение)
- Подставляем:

$$y_t = 0.01 + 0.6 \cdot 0.02 + 0.4 \cdot 0.015 + 0 + 0.3 \cdot 0.001 = 0.0283 \tag{5}$$

- Прогноз: доходность составит 2.83%

### 1.1.2 ETS (Exponential Smoothing State Space Model)

Модель ETS декомпозирует ряд на три компоненты: Error (ошибка), Trend (тренд) и Seasonality (сезонность). Рассмотрим модель с аддитивным трендом и без сезонности.

*Математическая формулировка:*

Система уравнений состояния:

$$\begin{aligned} \text{Уровень: } l_t &= \alpha y_t + (1-\alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}) \\ \text{Тренд: } b_t &= \beta(l_t - l_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} \\ \text{Прогноз: } \hat{y}_{t+h|t} &= l_t + h \cdot b_t \end{aligned} \tag{6}$$

где $\alpha, \beta \in [0,1]$ — параметры сглаживания.

**Численный пример:**

Пусть $\alpha = 0.3$, $\beta = 0.1$. На момент $t-1$: $l_{t-1} = 100$, $b_{t-1} = 2$ (тренд $+2$ в день).

*Шаг 1:* Наблюдаем $y_t = 103$.

*Шаг 2:* Обновляем уровень:

$$l_t = 0.3 \cdot 103 + (1-0.3)(100+2) = 30.9 + 71.4 = 102.3 \tag{7}$$

*Шаг 3:* Обновляем тренд:

$$b_t = 0.1 \cdot (102.3 - 100) + (1-0.1) \cdot 2 = 0.23 + 1.8 = 2.03 \tag{8}$$

*Шаг 4:* Прогноз на 5 дней вперёд:

$$\hat{y}_{t+5|t} = 102.3 + 5 \cdot 2.03 = 112.45 \tag{9}$$

## 1.2 Ансамбли деревьев решений

### 1.2.1 Random Forest

Модель строит $M$ решающих деревьев на бутстрэп-выборках и усредняет их предсказания.

*Математическая формулировка:*

Для регрессии итоговый прогноз:

$$\hat{y} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} T_m(x) \tag{10}$$

Каждое дерево $T_m$ рекурсивно разбивает пространство признаков. В листе $j$ дерева $m$ прогноз равен среднему значению целевой переменной обучающих примеров, попавших в этот лист:

$$c_{jm} = \frac{1}{N_{jm}} \sum_{i: x_i \in R_{jm}} y_i \tag{11}$$

**Численный пример (3 дерева):**

Предсказываем доходность акции. Признаки: $x = [\text{объём}, \text{изменение цены}]$.

*Дерево 1:* $T_1(x) = 0.025$ (2.5%)

*Дерево 2:* $T_2(x) = 0.018$ (1.8%)

*Дерево 3:* $T_3(x) = 0.022$ (2.2%)

*Итоговый прогноз Random Forest:*

$$\hat{y} = \frac{0.025 + 0.018 + 0.022}{3} = 0.0217 \quad (2.17\%) \tag{12}$$

### 1.2.2 XGBoost (Extreme Gradient Boosting)

Модель строит ансамбль деревьев аддитивно, минимизируя регуляризованную функцию потерь.

*Математическая формулировка:*

На шаге $t$ добавляется дерево $f_t$:

$$\hat{y}_i^{(t)} = \hat{y}_i^{(t-1)} + f_t(x_i) \tag{13}$$

Целевая функция с регуляризацией:

$$\mathcal{L}^{(t)} = \sum_{i=1}^{n} l(y_i, \hat{y}_i^{(t-1)} + f_t(x_i)) + \Omega(f_t) \tag{14}$$

где $\Omega(f_t) = \gamma T + \frac{1}{2}\lambda \sum_{j=1}^{T} w_j^2$ штрафует за сложность ($T$ — число листьев, $w_j$ — веса листьев).

Разложение в ряд Тейлора до второго порядка:

$$\mathcal{L}^{(t)} \approx \sum_{i=1}^{n} \left[ g_i f_t(x_i) + \frac{1}{2} h_i f_t^2(x_i) \right] + \Omega(f_t) \tag{15}$$

где $g_i = \partial_{\hat{y}} l(y_i, \hat{y}_i)$ — градиент, $h_i = \partial_{\hat{y}}^2 l(y_i, \hat{y}_i)$ — гессиан.

Оптимальный вес листа $j$:

$$w_j^* = -\frac{\sum_{i \in I_j} g_i}{\sum_{i \in I_j} h_i + \lambda} \tag{16}$$

**Численный пример:**

Рассмотрим упрощённый случай с MSE-потерей $l(y, \hat{y}) = \frac{1}{2}(y - \hat{y})^2$.

*Дано:*

- 3 примера в листе: $y = [0.03, 0.02, 0.04]$
- Текущий прогноз: $\hat{y}^{(0)} = 0.02$ для всех
- $\lambda = 1$ (параметр регуляризации)

*Шаг 1:* Вычисляем градиенты и гессианы для MSE:

$$g_i = \hat{y}_i - y_i, \quad h_i = 1 \tag{17}$$

- $g_1 = 0.02 - 0.03 = -0.01$
- $g_2 = 0.02 - 0.02 = 0$
- $g_3 = 0.02 - 0.04 = -0.02$

*Шаг 2:* Оптимальный вес листа:

$$w^* = -\frac{(-0.01) + 0 + (-0.02)}{1 + 1 + 1 + 1} = \frac{0.03}{4} = 0.0075 \tag{18}$$

*Шаг 3:* Обновлённый прогноз для примеров в листе:

$$\hat{y}^{(1)} = 0.02 + 0.0075 = 0.0275 \quad (2.75\%) \tag{19}$$

## 1.3 Рекуррентные и свёрточные нейронные сети

### 1.3.1 LSTM (Long Short-Term Memory)

Ячейка LSTM решает проблему затухания градиента через механизм гейтов.

*Математическая формулировка:*

Для входа $x_t$ и предыдущего скрытого состояния $h_{t-1}$:

$$\begin{aligned}
\text{Гейт забывания: } f_t &= \sigma(W_f[h_{t-1}, x_t] + b_f) \\
\text{Гейт входа: } i_t &= \sigma(W_i[h_{t-1}, x_t] + b_i) \\
\text{Кандидат: } \tilde{c}_t &= \tanh(W_c[h_{t-1}, x_t] + b_c) \\
\text{Состояние: } c_t &= f_t \odot c_{t-1} + i_t \odot \tilde{c}_t \\
\text{Гейт выхода: } o_t &= \sigma(W_o[h_{t-1}, x_t] + b_o) \\
\text{Выход: } h_t &= o_t \odot \tanh(c_t)
\end{aligned} \tag{20}$$

**Численный пример (упрощённый):**

Пусть размерность $h_t = 1$ (скаляр). Параметры (для примера):

- $W_f = 0.5$, $b_f = 0$; $W_i = 0.4$, $b_i = 0$; $W_c = 0.6$, $b_c = 0$; $W_o = 0.3$, $b_o = 0$
- Дано: $h_{t-1} = 0.5$, $c_{t-1} = 0.8$, $x_t = 0.2$

*Шаг 1:* Гейт забывания:

$$f_t = \sigma(0.5 \cdot [0.5, 0.2]) = \sigma(0.35) \approx 0.59 \tag{21}$$

(забываем 41% старой информации)

*Шаг 2:* Гейт входа:

$$i_t = \sigma(0.4 \cdot 0.7) = \sigma(0.28) \approx 0.57 \tag{22}$$

*Шаг 3:* Кандидат:

$$\tilde{c}_t = \tanh(0.6 \cdot 0.7) = \tanh(0.42) \approx 0.40 \tag{23}$$

*Шаг 4:* Новое состояние:

$$c_t = 0.59 \cdot 0.8 + 0.57 \cdot 0.40 = 0.47 + 0.23 = 0.70 \tag{24}$$

*Шаг 5:* Гейт выхода:

$$o_t = \sigma(0.3 \cdot 0.7) = \sigma(0.21) \approx 0.55 \tag{25}$$

*Шаг 6:* Выход:

$$h_t = 0.55 \cdot \tanh(0.70) = 0.55 \cdot 0.60 \approx 0.33 \tag{26}$$

### 1.3.2 GRU (Gated Recurrent Unit)

Упрощённая версия LSTM с двумя гейтами.

*Математическая формулировка:*

$$\begin{aligned}
z_t &= \sigma(W_z[h_{t-1}, x_t] + b_z) && \text{(update gate)} \\
r_t &= \sigma(W_r[h_{t-1}, x_t] + b_r) && \text{(reset gate)} \\
\tilde{h}_t &= \tanh(W[r_t \odot h_{t-1}, x_t] + b) \\
h_t &= (1 - z_t) \odot h_{t-1} + z_t \odot \tilde{h}_t
\end{aligned} \tag{27}$$

**Численный пример:**

Параметры: $W_z = 0.6$, $W_r = 0.5$, $W = 0.7$. Дано: $h_{t-1} = 0.5$, $x_t = 0.2$.

*Шаг 1:* Update gate:

$$z_t = \sigma(0.6 \cdot 0.7) = \sigma(0.42) \approx 0.60 \tag{28}$$

*Шаг 2:* Reset gate:

$$r_t = \sigma(0.5 \cdot 0.7) = \sigma(0.35) \approx 0.59 \tag{29}$$

*Шаг 3:* Кандидат:

$$\tilde{h}_t = \tanh(0.7 \cdot [0.59 \cdot 0.5, 0.2]) = \tanh(0.7 \cdot 0.495) \approx 0.33 \tag{30}$$

*Шаг 4:* Новый выход:

$$h_t = (1 - 0.60) \cdot 0.5 + 0.60 \cdot 0.33 = 0.20 + 0.20 = 0.40 \tag{31}$$

### 1.3.3 TCN (Temporal Convolutional Network)

Сеть использует каузальные свёртки с дилатацией для захвата долгосрочных зависимостей.

*Математическая формулировка:*

Свёртка с дилатацией $d$:

$$F(s) = \sum_{i=0}^{k-1} f(i) \cdot x_{s-d\cdot i} \tag{32}$$

Для TCN с $L$ слоями и размером ядра $k = 3$:

- Слой 1: $d = 2^0 = 1$ (охват 3 шага)
- Слой 2: $d = 2^1 = 2$ (охват 5 шагов)
- Слой 3: $d = 2^2 = 4$ (охват 9 шагов)

**Численный пример:**

Входная последовательность (доходности): $x = [0.01, 0.02, -0.01, 0.03, 0.015]$.

Фильтр $k = 3$: $f = [0.2, 0.5, 0.3]$.

*Слой 1 ($d = 1$), вычисляем $F(4)$ (последний элемент):*

$$F(4) = 0.2 \cdot x_4 + 0.5 \cdot x_3 + 0.3 \cdot x_2 = 0.2 \cdot 0.015 + 0.5 \cdot 0.03 + 0.3 \cdot (-0.01) = 0.015 \tag{33}$$

*Слой 2 ($d = 2$):*

$$F(4) = 0.2 \cdot x_4 + 0.5 \cdot x_2 + 0.3 \cdot x_0 = 0.2 \cdot 0.015 + 0.5 \cdot (-0.01) + 0.3 \cdot 0.01 = 0.001 \tag{34}$$

Таким образом, TCN агрегирует информацию с разных временных масштабов.

## 1.4 Графовые нейронные сети

### 1.4.1 GCN (Graph Convolutional Network)

Модель учитывает корреляции между акциями через графовую структуру.

*Математическая формулировка:*

Пусть $A$ — матрица смежности графа (корреляции), $X$ — матрица признаков узлов.

Правило распространения (Kipf & Welling, 2017):

$$H^{(l+1)} = \sigma\left(\tilde{D}^{-\frac{1}{2}}\tilde{A}\tilde{D}^{-\frac{1}{2}}H^{(l)}W^{(l)}\right) \tag{35}$$

где:

- $\tilde{A} = A + I$ (добавляем самосвязи)
- $\tilde{D}_{ii} = \sum_j \tilde{A}_{ij}$ (степени вершин)
- $W^{(l)}$ — обучаемая матрица весов

**Численный пример:**

Рассмотрим граф из 3 акций: СБЕР, ГАЗП, ЛКОЙЛ.

*Шаг 1:* Матрица корреляций (смежности):

$$A = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.7 & 0.5 \\ 0.7 & 1.0 & 0.6 \\ 0.5 & 0.6 & 1.0 \end{bmatrix} \tag{36}$$

*Шаг 2:* Добавляем самосвязи (уже есть на диагонали).

*Шаг 3:* Вычисляем степени:

$$D = \text{diag}([2.2, 2.3, 2.1]) \tag{37}$$

*Шаг 4:* Нормализованная матрица:

$$\tilde{D}^{-1/2}\tilde{A}\tilde{D}^{-1/2} \approx \begin{bmatrix} 0.45 & 0.31 & 0.23 \\ 0.31 & 0.43 & 0.27 \\ 0.23 & 0.27 & 0.48 \end{bmatrix} \tag{38}$$

*Шаг 5:* Признаки узлов (доходности): $X = [0.02, 0.015, 0.025]^T$.

*Шаг 6:* Агрегация (без активации и весов для простоты):

$$H^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.45 \cdot 0.02 + 0.31 \cdot 0.015 + 0.23 \cdot 0.025 \\ 0.31 \cdot 0.02 + 0.43 \cdot 0.015 + 0.27 \cdot 0.025 \\ 0.23 \cdot 0.02 + 0.27 \cdot 0.015 + 0.48 \cdot 0.025 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0194 \\ 0.0194 \\ 0.0207 \end{bmatrix} \tag{39}$$

Таким образом, новая эмбеддинг-вектор СБЕРа (0.0194) учитывает информацию от ГАЗП и ЛКОЙЛ пропорционально их корреляциям.

**Интерпретация:** GCN позволяет «распространять» информацию по графу: если ГАЗП показывает высокую доходность, это косвенно повлияет на прогноз для СБЕРа через ребро с весом 0.7.

# 2 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

## 2.1 Постановка эксперимента и данные

Эксперименты проводились на данных 30 ликвидных акций Мосбиржи за период с января 2024 по декабрь 2025 года. Целевой переменной выступала логарифмическая доходность $r_t = \ln(P_t/P_{t-1})$. Данные разделялись хронологически на обучающую (70%), тестовую (20%) и прогнозную (30 дней) выборки.

## 2.2 Сравнительный анализ моделей прогнозирования

На основе вычислительных экспериментов был проведён сравнительный анализ семи моделей прогнозирования. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1: Рейтинг моделей по среднему значению MAPE (%) на тестовом горизонте 30 дней

| Место | Модель | Средний MAPE, % | Категория |
|---|---|---|---|
| **1** | **TCN** | **5.37** | Глубокое обучение |
| **2** | **LSTM** | **6.28** | Глубокое обучение |
| **3** | **GRU** | **7.80** | Глубокое обучение |
| 4 | ETS | 11.36 | Статистическая |
| 5 | ARIMAX | 15.14 | Статистическая |
| 6 | Random Forest | 20.81 | Ансамбль деревьев |
| 7 | XGBoost | 21.56 | Ансамбль деревьев |

*Примечание:* Зелёным выделены модели с MAPE $< 10\%$ (высокая точность).

**Ключевые выводы из рейтинга**

1. **Доминирование нейросетевых архитектур:** Три лучшие модели (TCN, LSTM, GRU) относятся к классу рекуррентных и свёрточных сетей глубокого обучения. Их преимущество составляет **2–4 раза** по точности относительно статистических методов.

2. **TCN как лидер:** Временная свёрточная сеть (TCN) показала наименьшую ошибку (5.37%), что подтверждает эффективность каузальных свёрток с дилатацией для захвата долгосрочных зависимостей в финансовых рядах.

3. **Ограничения деревьев:** Модели Random Forest и XGBoost, несмотря на популярность в табличных задачах, показали наихудшие результаты (20–21%). Вероятная причина: недостаточный учёт временной структуры данных при ручном создании лагов.

4. **Статистические модели как бенчмарк:** ARIMAX и ETS продемонстрировали умеренную точность (11–15%), что делает их пригодными для базового сравнения, но не для промышленного использования.

## 2.3 Детальный анализ по активам (на примере ARIMAX)

Для иллюстрации вариативности качества прогноза в таблице 2 приведены результаты модели ARIMAX по отдельным акциям.

Таблица 2: Метрики ARIMAX по выборке акций (упорядочено по возрастанию ошибки)

| **Тикер** | **MAPE, %** | **Оценка** | **Тикер** | **MAPE, %** | **Оценка** |
|---|---|---|---|---|---|
| SNGS | 1.82 | ✓ Отлично | NLMK | 4.71 | ✓ Хорошо |
| GAZP | 1.94 | ✓ Отлично | YDEX | 4.71 | ✓ Хорошо |
| AKRN | 2.11 | ✓ Отлично | NVTK | 4.27 | ✓ Хорошо |
| SGZH | 2.21 | ✓ Отлично | AFLT | 8.35 | ! Удовл. |
| SBER | 2.38 | ✓ Отлично | RTKM | 8.86 | ! Удовл. |
| FEES | 2.99 | ✓ Отлично | PLZL | 7.94 | ! Удовл. |
| UPRO | 3.50 | ✓ Отлично | ROSN | 6.35 | ! Удовл. |
| PHOR | 6.75 | ! Удовл. | OZON | 6.37 | ! Удовл. |
| BSPB | 6.81 | ! Удовл. | LKOH | 10.65 | × Слабо |
| ALRS | 13.09 | × Слабо | GMKN | 13.40 | × Слабо |
| MAGN | 13.83 | × Слабо | HYDR | 13.78 | × Слабо |
| HEAD | 21.88 | × Слабо | TATN | 21.16 | × Слабо |
| VTBR | 21.37 | × Слабо | CHMF | 29.46 | × Слабо |
| PIKK | 35.40 | **Провал** | MOEX | 40.47 | **Провал** |
| SMLT | 43.11 | **Провал** | MTSS | 94.39 | **Провал** |

*Легенда:* ✓ MAPE $< 5\%$ | ! 5–15% | × 15–30% | **Провал** $> 30\%$

**Анализ вариативности результатов**

**1. Полярность качества прогноза.**

Модель ARIMAX демонстрирует **крайне неоднородное** поведение:

- **Лучший результат: SNGS (1.82%)** — прогноз с ошибкой менее 2 рублей на 100 рублей цены.
- **Худший результат: MTSS (94.39%)** — ошибка, превышающая саму цену, что делает прогноз бесполезным.
- **Разброс:** отношение худшего MAPE к лучшему составляет **52:1**, что указывает на высокую чувствительность модели к свойствам конкретного актива.

**2. Группировка по устойчивости.**

Таблица 3: Распределение акций по категориям точности (модель ARIMAX)

| **Категория** | **Критерий** | **Число акций** | **Доля** |
|---|---|---|---|
| ✓ Отлично | MAPE $< 5\%$ | 8 | 27% |
| ! Удовлетворительно | $5\% \leq$ MAPE $< 15\%$ | 10 | 33% |
| × Слабо | $15\% \leq$ MAPE $< 30\%$ | 8 | 27% |
| **Провал** | MAPE $\geq 30\%$ | 4 | 13% |
| **Итого** | | **30** | **100%** |

## 2.4 Ансамблевое прогнозирование и формирование портфеля

Для снижения дисперсии ошибки был реализован подход **Ensemble Learning**. Прогнозы моделей с наилучшими показателями (TCN, LSTM, GRU) усреднялись:

$$\hat{r}_{t,ensemble} = \frac{1}{3}\left(\hat{r}_{t,TCN} + \hat{r}_{t,LSTM} + \hat{r}_{t,GRU}\right) \tag{40}$$

На основе ансамблевых прогнозов формировался вектор ожидаемых доходностей $\mu$. Для оценки рисков использовалась ковариационная матрица $\Sigma$, сжатая по методу Ledoit–Wolf.

Оптимизация портфеля проводилась с модифицированной целевой функцией, включающей штраф за концентрацию:

$$\begin{gathered}\min_{w}\left(-\frac{w^\top \mu}{\sqrt{w^\top \Sigma w}} + \lambda \sum w_i^2\right) \\ \text{при условиях: } \sum w_i = 1, \quad 0.015 \leq w_i \leq 0.08.\end{gathered} \tag{41}$$

Ограничение $w_{\max} \leq 8\%$ гарантирует, что портфель будет содержать значительное количество активов (в среднем 20-25 акций), что снижает идиосинкразические риски.

Таблица 4: Риск-доходностные профили портфельных стратегий

| **Стратегия** | **Ожид. доходность** | **Волатильность** | **Sharpe Ratio** |
|---|---|---|---|
| Equal Weight (Бенчмарк) | 14.2% | 22.1% | 0.64 |
| Markowitz (Без ограничений) | 18.5% | 24.5% | 0.75 |
| **Balanced Portfolio (Ensemble)** | **17.1%** | **16.2%** | **1.05** |

Стратегия **Balanced Portfolio**, использующая ансамбль прогнозов и ограничения на диверсификацию, продемонстрировала наилучший коэффициент Шарпа (1.05) при существенно сниженной волатильности по сравнению с бенчмарком.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы был проведён комплексный анализ применимости современных методов машинного обучения для прогнозирования российского фондового рынка и управления портфелем.

**Основные выводы:**

1. **Сравнение моделей:** Нелинейные модели (LSTM, TCN, GRU) стабильно превосходят статистические бенчмарки (ARIMAX, ETS) за счёт способности улавливать сложные паттерны. Архитектура TCN показала наивысшую эффективность (средний MAPE 5.37%) при параллельном обучении.

2. **Преимущество ансамбля:** Усреднение прогнозов разнородных моделей (нейросети) позволило снизить дисперсию ошибки и повысить устойчивость прогноза. Ансамблевый подход особенно эффективен для акций с умеренной волатильностью.

3. **Портфельная оптимизация:** Классическая оптимизация Марковица без ограничений ведёт к чрезмерной концентрации рисков. Предложенная модификация с жёсткими лимитами ($w \leq 8\%$) и штрафом за концентрацию позволила сформировать сбалансированный портфель с коэффициентом Шарпа 1.05, что значительно выше рыночного бенчмарка (Equal Weight, Sharpe 0.64).

4. **Практическая значимость:** Разработанная программная система автоматизирует полный цикл: от загрузки биржевых данных до визуализации сбалансированного портфеля. Результаты подтверждают целесообразность использования гибридных ансамблевых подходов в задачах алгоритмической торговли.

**Направления дальнейших исследований:**

- Интеграция новостного фона и макроэкономических индикаторов в качестве дополнительных признаков.

- Применение методов онлайн-обучения для адаптации моделей к изменяющимся рыночным условиям.

- Расширение графовой архитектуры (GCN) за счёт включения фундаментальных связей между компаниями (поставщики, конкуренты, отраслевая принадлежность).

Поставленная цель работы достигнута: проведён сравнительный анализ моделей прогнозирования, разработана методология формирования диверсифицированного портфеля и подтверждена экономическая целесообразность применения ансамблевых алгоритмов в условиях российского фондового рынка.