

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра теории функций и стохастического анализа

**УПРАВЛЕНИЕ СТРАХОВЫМИ ТАРИФАМИ ПРИ
СТРАХОВАНИИ МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ ОТ
ПОЛОМОК С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДОВ ТЕОРИИ
НАДЁЖНОСТИ И ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 412 группы
направления 01.03.02 — Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета
Феоктистова Никиты Денисовича

Научный руководитель
доцент, к. ф.-м. н., доцент

С. В. Тышкевич

Заведующий кафедрой
д. ф.-м. н., доцент

С. П. Сидоров

Саратов 2026

СОДЕРЖАНИЕ

1	ВВЕДЕНИЕ	3
2	ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ	5
2.1	Теоретическая часть	5
2.1.1	Управление страховыми тарифами при страховании машин и оборудования от поломок	5
2.1.2	Математические модели надёжности оборудования	5
2.1.3	Уравнения восстановления и расчёт страховых тарифов ..	7
2.2	Практическая часть	8
2.2.1	Архитектура программного комплекса	8
2.2.2	Метод Монте-Карло для верификации	9
2.2.3	Интеграция большой языковой модели	9
2.2.4	Веб-интерфейс	10
2.2.5	Результаты сравнительного анализа моделей	10
3	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	12

1 ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Современное промышленное производство характеризуется широким использованием сложных технических систем, выход которых из строя может привести к значительным финансовым потерям. Традиционные подходы к актуарным расчётам опираются на классические модели теории надёжности, предполагающие стационарность интенсивности отказов. Однако реальные процессы эксплуатации оборудования существенно сложнее: износ, старение, нестационарность потока поломок требуют применения более точных математических инструментов. Актуальным направлением является интеграция методов машинного обучения и больших языковых моделей (LLM) в системы поддержки принятия решений в страховании.

Объект исследования — система управления страховыми тарифами при страховании машин и оборудования от поломок.

Предмет исследования — математические модели и методы расчёта тарифных ставок, численные методы решения уравнений восстановления, а также методы интеграции искусственного интеллекта в актуарный анализ.

Цель работы — разработка и программная реализация программного комплекса сравнительного анализа страховых тарифов при страховании машин от поломок с применением методов теории надёжности и искусственного интеллекта.

Для достижения поставленной цели решены следующие задачи:

1. Исследованы теоретические основы страхования машин и оборудования от поломок и выявлены математические закономерности процессов отказов.
2. Изучены и реализованы математические модели оценки надёжности оборудования: экспоненциальная, комбинированная модель старения и модель Вейбулла.
3. Реализованы численные алгоритмы решения интегральных уравнений восстановления Вольтерра второго рода.
4. Реализован метод Монте-Карло для статистического оценивания функции восстановления и верификации аналитических результатов.
5. Разработан и реализован программный комплекс на языке Python с

интерактивным веб-интерфейсом на основе фреймворка Streamlit.

6. Интегрирована большая языковая модель (LLM) через API-сервис Groq для автоматизированной подготовки аналитических заключений и интерпретации результатов моделирования.
7. Проведён сравнительный анализ моделей и оценена практическая применимость разработанного комплекса.

Методологическую основу исследования составляют методы теории вероятностей и математической статистики, модели теории надёжности технических систем, численные методы решения интегральных уравнений, актуарные методы расчёта страховых тарифов, методы имитационного моделирования (Монте-Карло), а также технологии больших языковых моделей.

Элемент новизны работы заключается в комплексном применении методов теории надёжности и инструментов генеративного искусственного интеллекта для анализа страховых тарифов при страховании технических систем.

Практическая значимость. Реализованный программный комплекс может использоваться для сравнительного анализа страховых тарифов и исследования чувствительности моделей надёжности к изменению параметров. Интеграция LLM может применяться для автоматизации подготовки аналитических комментариев и интерпретации результатов моделирования. Интерактивный веб-интерфейс обеспечивает наглядность результатов и может использоваться в учебных целях.

2 ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

2.1 Теоретическая часть

В теоретической части рассматриваются предметные аспекты страхования машин и оборудования от поломок, математические модели надёжности, уравнения восстановления и методы расчёта страховых тарифов.

2.1.1 Управление страховыми тарифами при страховании машин и оборудования от поломок

Обоснована специфика страхования машин и оборудования от поломок как вида, принципиально отличающегося от традиционного имущественного страхования. Выделены ключевые методологические особенности: зависимость риска от возраста объекта, неоднородность состава оборудования, роль франшизы в управлении тарифом. Показано, что единый фиксированный тариф не может адекватно описывать страховой риск долгоэксплуатируемого оборудования, поскольку с нарастанием износа фактический риск превышает тарифный.

Рассмотрены источники данных для идентификации параметров моделей: нормативные справочники, ретроспективная статистика страховщика по наступившим страховым случаям и экспертные оценки андеррайтеров. Обоснована необходимость интерактивного программного инструмента, позволяющего актуарию проводить анализ чувствительности тарифов в режиме реального времени.

2.1.2 Математические модели надёжности оборудования

Вводится понятие **функции надёжности** $P(t) = \Pr\{\xi > t\}$, определяющей вероятность безотказной работы объекта на временном интервале $[0, t]$. Рассматриваются сопряжённые характеристики: функция распределения $F(t) = 1 - P(t)$, плотность $f(t) = F'(t)$ и функция интенсивности отказов

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}, \quad (1)$$

характер которой служит главным критерием при выборе математической модели надёжности.

В работе реализованы и исследованы три модели надёжности, охватывающие основные режимы эксплуатации промышленного оборудования.

Экспоненциальная модель предполагает постоянную интенсивность отказов $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$, что соответствует отсутствию старения (марковское свойство):

$$P_{\text{exp}}(t) = e^{-\lambda t}, \quad \text{MTTF} = \frac{1}{\lambda}. \quad (2)$$

Данная модель математически удобна — в частности, она допускает аналитическое решение уравнения восстановления с $h(t) = \lambda = \text{const}$, что служит эталоном при верификации численных алгоритмов. Вместе с тем экспоненциальная модель не способна отразить процессы физического износа, систематически занижая вероятность отказа в поздние годы эксплуатации.

Комбинированная модель старения совместно учитывает два физически различных механизма: случайные отказы с постоянной интенсивностью λ и износостойкие отказы, концентрирующиеся вблизи среднего срока службы T_0 :

$$P_{\text{aging}}(t) = e^{-\lambda t} [1 - F_{\text{norm}}(t, T_0, \sigma)], \quad (3)$$

где $F_{\text{norm}}(t, T_0, \sigma)$ — функция нормального распределения с параметрами $T_0 > 0$ (математическое ожидание времени износостойкого отказа) и $\sigma > 0$ (среднеквадратическое отклонение момента износа). Функция интенсивности отказов данной модели нестационарна и монотонно возрастает при $t \rightarrow T_0$, что делает невозможным применение единого фиксированного тарифа. Значение МТТФ вычисляется численно и оказывается существенно ниже, чем для экспоненциальной модели при одинаковом λ .

Модель Вейбулла обобщает экспоненциальную модель, позволяя описывать все три фазы жизненного цикла объекта через параметр формы β :

$$P_{\text{Weibull}}(t) = \exp \left[- \left(\frac{t}{\eta} \right)^\beta \right], \quad \text{MTTF} = \eta \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right). \quad (4)$$

При $\beta = 1$ модель вырождается в экспоненциальную; при $\beta < 1$ описывает убывающую интенсивность (приработка); при $\beta > 1$ — возрастающую (износ). Для промышленного оборудования типичные значения $\beta \in [1,5; 3,5]$ соответствуют умеренно и сильно возрастающей интенсивности отказов.

2.1.3 Уравнения восстановления и расчёт страховых тарифов

Поскольку страховые договоры охватывают многолетние периоды с возможностью повторных отказов, для расчёта тарифов необходимо оценить ожидаемое число поломок за весь период страхования. Математическим аппаратом для этого служит **теория восстановления**.

Функция восстановления $H(t) = E[\sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{1}(S_k \leq t)]$ выражает среднее число отказов на интервале $(0, t]$ и удовлетворяет **интегральному уравнению Вольтерра второго рода**:

$$H(t) = F(t) + \int_0^t H(t - \tau) f(\tau) d\tau. \quad (5)$$

Аналогичное уравнение справедливо для плотности восстановления $h(t) = H'(t)$. Для экспоненциальной модели существует аналитическое решение $h(t) = \lambda = \text{const}$; для модели старения и модели Вейбулла аналитическое решение отсутствует, применяются численные методы.

Долгосрочное поведение $h(t)$ описывает **теорема Блэкуэлла**: при $t \rightarrow \infty$

$$h(t) \longrightarrow \frac{1}{\mu}, \quad \mu = \int_0^{\infty} [1 - F(t)] dt = \text{MTTF}. \quad (6)$$

Это соотношение используется для идентификации параметров моделей по статистике наблюдаемых отказов: если в совокупности N единиц фиксируется среднегодовое число отказов m_{cc} , то $\hat{\mu} = N/m_{cc}$.

Итерационный численный алгоритм решения уравнения восстановления строится по рекуррентной схеме:

$$H_0(t) = F(t), \quad H_{n+1}(t) = F(t) + \int_0^t H_n(t - \tau) f(\tau) d\tau, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

Свёрточный интеграл вычисляется методом трапеций на равномерной сетке из $n = 1000$ узлов на интервале $[0, t_{\max}]$. Критерий остановки:

$$\max_{t \in [0, t_{\max}]} |H_{n+1}(t) - H_n(t)| < \varepsilon, \quad \varepsilon = 10^{-10}. \quad (8)$$

На практике для всех трёх моделей сходимость достигается за 10–20 итера-

ций.

Для расчёта страховых тарифов реализованы два метода. **Метод 1** (простой) использует вероятность хотя бы одного отказа за период $(0, t)$:

$$T_{\text{netto}}(t) = [1 - P(t)] \cdot S, \quad T_{\text{brutto}}(t) = \frac{T_{\text{netto}}(t)}{1 - f}. \quad (9)$$

Метод 2 (через функцию восстановления) учитывает повторные отказы. Нетто-тариф для t -го года:

$$T_{\text{netto}}(t) = \Delta H_t \cdot S = [H(t) - H(t - 1)] \cdot S, \quad T_{\text{brutto}}(t) = \frac{\Delta H_t \cdot S}{1 - f}. \quad (10)$$

Здесь S — базовая страховая сумма, $f = 0,3$ — коэффициент нагрузки. Распределение числа страховых событий на интервале (t_1, t_2) аппроксимируется распределением Пуассона с параметром $\eta = H(t_2) - H(t_1)$, что позволяет оценивать вероятность различных сценариев убыточности портфеля.

2.2 Практическая часть

Практическая часть содержит описание разработанного программного комплекса, методологии интеграции языковой модели, а также результаты сравнительного анализа.

2.2.1 Архитектура программного комплекса

Система реализована на языке `Python 3.11` с использованием библиотек научных вычислений (`NumPy`, `SciPy`), интерактивной визуализации (`Plotly`) и веб-фреймворка `Streamlit`. Для экспорта результатов используются `Pandas` и `oroprx1`. Модульная архитектура обеспечивает независимость математического ядра от интерфейсной части:

- `models/reliability.py` — иерархия классов моделей надёжности (`ExponentialAgingModel`, `WeibullModel`) с единым абстрактным интерфейсом `ReliabilityModel` и фабричным методом `create_model()`;
- `models/renewal.py` — класс `RenewalSolver`, реализующий итерационное решение уравнения Вольтерра;
- `models/simulation.py` — класс `MonteCarloSimulator` для имитационного моделирования;

- `models/tariff.py` — класс `TariffCalculator` для расчёта нетто- и брутто-тарифов;
- `analysis/comparator.py` — агрегирование результатов всех моделей;
- `analysis/llm_analyzer.py` — класс `InsuranceAIAnalyzer`, обеспечивающий интеграцию с API языковых моделей;
- `visualization/plots.py` — функции построения интерактивных графиков.

2.2.2 Метод Монте-Карло для верификации

Для независимой верификации аналитических расчётов реализовано прямое статистическое моделирование процесса эксплуатации $N = 2000$ независимых единиц оборудования. Для каждой единицы последовательно генерируются случайные времена до отказа до истечения горизонта T , после чего строится эмпирическая оценка:

$$\hat{H}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N N_i(t), \quad (11)$$

где $N_i(t)$ — число отказов i -й единицы на интервале $(0, t]$.

Генерация случайных времён до отказа осуществляется методом обратного преобразования: для экспоненциальной модели $\xi = -\ln(U)/\lambda$; для модели Вейбулла $\xi = \eta(-\ln U)^{1/\beta}$; для модели старения применяется метод конкурирующих рисков $\xi = \min(\xi_{\text{сл}}, \xi_{\text{изн}})$, где $\xi_{\text{сл}} \sim \text{Exp}(\lambda)$ и $\xi_{\text{изн}} \sim \mathcal{N}(T_0, \sigma^2)$. Генератор псевдослучайных чисел инициализируется фиксированным зерном `seed=42`.

2.2.3 Интеграция большой языковой модели

Отличительной особенностью системы является модуль интеллектуальной интерпретации результатов. В качестве основного провайдера языковой модели выбран сервис Groq — облачная платформа с доступом к открытым моделям семейства LLaMA и Gemma. В качестве резервного провайдера реализована поддержка Google Gemini. Если оба провайдера недоступны, активируется локальный алгоритмический анализ (fallback), генерирующий структурированный отчёт на основе прямых вычислений.

Для преодоления проблемы галлюцинаций языковых моделей в актуарном контексте использована методология контекстно-ограниченных запросов, строящихся из трёх обязательных слоёв:

1. **Ролевое задание (Role Prompting)** — в системной части запроса языковой модели явно предписывается роль квалифицированного актуария, что обеспечивает использование профессиональной лексики.
2. **Инъекция данных (Data Injection)** — в тело запроса программно внедряются числовые метрики из текущего сеанса моделирования: значения $H(t)$, брутто-тарифы по годам, расхождение между моделями, дефицит премий. Это привязывает утверждения модели к математическому базису.
3. **Ограничения формата (Constraint Prompting)** — задаются жёсткие рамки выходного текста: требуемый объём, структура разделов, академический или деловой стиль, запрет на маркированные списки в академическом режиме.

Система поддерживает четыре типа аналитических отчётов: полный анализ, анализ рисков, рекомендации по тарифам и аналитическое заключение в академическом стиле.

2.2.4 Веб-интерфейс

Пользовательский интерфейс реализован с использованием фреймворка Streamlit и включает пять функциональных вкладок: основное сравнение (функции надёжности, вероятности отказа, динамика тарифов), уравнения восстановления (графики $H(t)$ и $h(t)$, расчёт распределения Пуассона), Монте-Карло (сопоставление аналитических и симуляционных оценок), ИИ-анализ (генерация текстовых отчётов), данные и экспорт (табличные результаты, выгрузка в CSV/Excel). Все параметры моделирования вынесены в боковую панель; при их изменении Streamlit автоматически пересчитывает все модели, обеспечивая мгновенную обратную связь.

2.2.5 Результаты сравнительного анализа моделей

Сравнительный анализ проведён для базового сценария: $\lambda = 0,05$, $T_0 = 10$ лет, $\sigma = 3$ года, $\beta = 2,0$, $\eta = 12$ лет, $S = 100$, $f = 0,3$, $N = 100$ единиц, горизонт 20 лет.

Для базового сценария $MTTF_{\text{exp}} = 20,0$ лет, $MTTF_{\text{aging}} = 7,73$ лет. Суммарный брутто-тариф за 20 лет составил: по экспоненциальной модели — 1 388,98, по модели старения — 2 119,40. Дефицит премий: 730,42 единицы, или 34,5% от необходимого объёма; для портфеля $N = 100$ единиц это 73 042 единицы за 20 лет.

Анализ расхождения брутто-тарифов по фазам эксплуатации (Метод 1) позволяет выделить три характерных периода. В **ранней фазе** (годы 1–5) тарифы экспоненциальной и агинговой моделей близки (расхождение $\sim 2,6\%$ на 1-м году, $16,8\%$ на 5-м); модель Вейбулла при $\beta = 2$ даёт более низкий тариф за счёт плавного нарастания интенсивности. В **средней фазе** (годы 5–12) расхождение резко возрастает: к 10-му году брутто-тариф по модели старения (99,53) почти в 1,8 раза превышает экспоненциальный (56,21), модель Вейбулла занимает промежуточное положение (71,49). В **поздней фазе** (годы 12–20) надёжность по модели старения приближается к нулю и тариф выходит на плато около 142,8, тогда как экспоненциальная модель продолжает давать линейно возрастающий тариф в диапазоне 75–90 единиц, систематически занижая реальный риск.

Верификация методом Монте-Карло ($N = 2000$) показала, что статистическая оценка $\hat{H}(t)$ отклоняется от аналитического решения не более чем на 2–3% для всех трёх моделей на всём горизонте моделирования; стандартное отклонение оценки убывает от 0,31 в первый год до 0,18 к двадцатому, что согласуется с теоретическим прогнозом $\sim 1/\sqrt{N}$.

Анализ чувствительности показал, что увеличение σ на 50% размывает зону критического расхождения, уменьшение T_0 на 20% существенно увеличивает дефицит премий, а параметр λ влияет преимущественно на абсолютную величину тарифов.

При запуске ИИ-анализа типа «Полный анализ» языковая модель llama-3.3-7 сформировала отчёт объёмом около 520 слов за 4,2 секунды: были корректно идентифицированы три фазы расхождения тарифов, рассчитан накопленный дефицит, предложен корректирующий коэффициент 1,53 для диапазона 10–15 лет и рекомендован оптимальный срок полиса 7 лет.

3 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В выпускной квалификационной работе проведено комплексное исследование задачи управления страховыми тарифами при страховании машин и оборудования от поломок. Реализован программный комплекс сравнительного анализа тарифов, сочетающий методы математического моделирования теории надёжности и технологии искусственного интеллекта.

Основные результаты работы:

1. Исследованы три математические модели надёжности промышленного оборудования: экспоненциальная, комбинированная модель старения и модель Вейбулла. Обосновано, что для долгоэксплуатируемого оборудования применение стационарных моделей может приводить к менее точной оценке риска: оно не учитывает нарастание интенсивности отказов вследствие износа.
2. Реализован итерационный алгоритм численного решения интегрального уравнения восстановления Вольтерра второго рода с точностью 10^{-10} , достигающий сходимости за 10–20 итераций. На основе теоремы Блэкуэлла обоснован алгоритм идентификации параметров моделей по эксплуатационной статистике.
3. Выполнена валидация аналитических расчётов методом Монте-Карло ($N = 2000$): отклонение статистической оценки $\hat{H}(t)$ от аналитического решения не превышает 2–3% на всём горизонте моделирования, что подтверждает корректность реализованных численных алгоритмов.
4. Реализовано программное приложение с интерактивным веб-интерфейсом на Streamlit, обеспечивающее сравнительный анализ трёх моделей надёжности, расчёт страховых тарифов с учётом процессов восстановления, визуализацию динамики рисковых характеристик и экспорт результатов в CSV/Excel.
5. Реализована интеграция с языковой моделью через API Groq (с резервным переключением на Google Gemini) для автоматизированной генерации экспертных заключений. Реализована методология контекстно-ограниченных промптов (Role Prompting, Data Injection, Constraint Prompting), позволяющая снизить влияние галлюцинаций нейросети.
6. Численный анализ показал, что применение экспоненциальной модели

при страховании долгоэксплуатируемого оборудования приводит к систематическому занижению тарифов. Дефицит собранных премий за 20-летний горизонт составляет 34,5% от необходимого объема; наиболее критическое расхождение (до 77–85%) наступает в период $T_0 \pm 2\sigma$, когда основная часть оборудования вступает в фазу активного износа.