

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра нелинейной физики

**Запрещенные зоны спиновых волн в квазипериодических магнитных
структурах**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки 4 курса 4011 группы

направления 03.03.01 «Прикладные математика и физика»

код и наименование направления

Института физики

наименование факультета, института, колледжа

Бурмистровой Софьи Сергеевны

фамилия, имя, отчество

Научный руководитель

Зав. кафедрой, к.ф.-м.н., доцент

Е.Н. Бегинин

должность, уч. степень, уч. звание

дата, подпись

инициалы, фамилия

Заведующий кафедрой нелинейной физики

к.ф.-м.н., доцент

Е.Н. Бегинин

должность, уч. степень, уч. звание

дата, подпись

инициалы, фамилия

Саратов 2026 год

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность. В настоящее время активно развивается магноника – раздел спиновой электроники, изучающий использование спиновых волн (СВ) для передачи и обработки информации. Ключевыми элементами для управления движением спиновых волн являются периодические магнитные структуры — магنونные кристаллы (МК), которые, по аналогии с фотонными кристаллами, обладают запрещенными зонами для спиновых волн определенных частот. Однако, практическая реализация таких периодических структур неизбежно сопряжена с невозможностью изготовления абсолютно идентичных магنونных кристаллов с неизменными значениями геометрических размеров структур. Например, в конкретной структуре вдоль направления распространения спиновых волн могут быть вариации толщины пленки, ширины канавок (столбиков), намагниченности и других параметров. Другими словами, МК становится не периодическим. Важной разновидностью непериодических магнитных структур являются так называемые квазипериодические магнитные структуры. Они характерны тем что, при вариации геометрических параметров такой структуры, её средний период равен периоду идеального МК. Нарушение периодичности в МК, очевидно, может привести к трансформации и исчезновению запрещенных зон в дисперсионных характеристиках СВ и исчезновению дефектных мод. В данной работе будет проведено исследование устойчивости как запрещённых зон, так и дефектных мод СВ к случайным вариациям геометрических параметров квазипериодических структур.

Цель работы - теоретическое исследование формирования и свойств запрещённых зон и дефектных мод спиновых волн в одномерных МК и анализ их устойчивости к случайным вариациям параметров.

Задачи работы:

1. Разработать программу расчета и анализа дисперсионных характеристики СВ в МК на основе метода матриц. Исследовать

условия формирования и характеристики запрещённых зон спиновых волн в идеализированных периодических МК с конечным числом периодов.

2. Изучить механизмы возникновения, резонансные частоты и пространственную локализацию дефектных мод спиновых волн.

3. Проанализировать устойчивость запрещённых зон и дефектных мод к случайным вариациям длины канавок (столбиков) и толщины магнитных структур.

Методы исследования: в работе используется аналитический метод матриц передачи, позволяющий эффективно рассчитывать коэффициент прохождения, отражения и фазовый набег спиновых волн через многослойные структуры. Для анализа устойчивости применяется метод статистического моделирования, заключающийся в многократном расчете физических величин для ансамбля структур со случайными отклонениями параметров от номинальных значений.

Практическая значимость работы заключается в разработке теоретического инструментария для прогнозирования свойств магнитных кристаллов со случайной вариацией геометрических параметров с дефектами и без них. Полученные результаты и выводы могут быть использованы при проектировании новых магнитных устройств СВЧ диапазона радиоволн, где требуется высокая стабильность характеристик при наличии неизбежных технологических разбросов параметров.

Структура работы. Работа содержит введение, 4 главы, заключение, список использованных источников из 22 наименований, одно приложение. Общий объём – 60 страниц.

Результаты выпускной квалификационной работы были приведены на студенческой конференции Института Физики СГУ (2026) и опубликованы в материалах студенческой научной конференции Института физики СГУ.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В главе 1 изложены основы метода матриц передачи для анализа распространения спиновых волн в многослойных магнитных структурах.

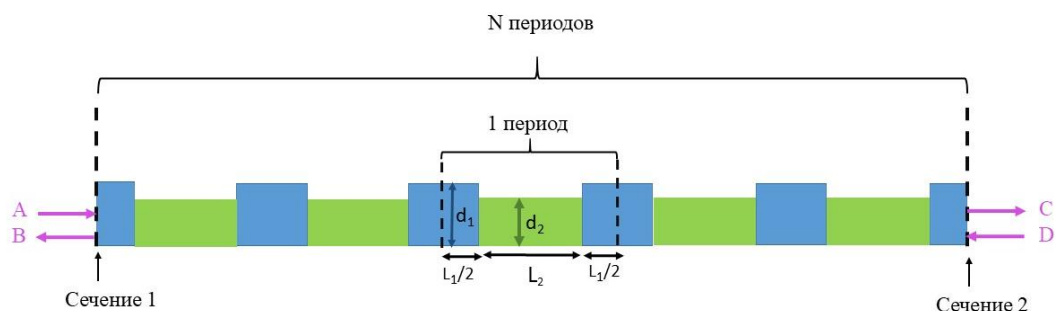


Рисунок 1 – Сечение МК с конечным числом периодов

Выведены матрицы передачи для регулярного волновода, матрицы рассеяния на стыке двух волноводов разной толщины, а также результирующие матрицы для периодической структуры и структуры с дефектом:

$$\vec{M}^{df} = (\vec{M}^r)^{Np/2} \cdot \vec{M}^d \cdot (\vec{M}^r)^{Np/2} \quad (1)$$

Приведены формулы для расчёта коэффициентов прохождения/отражения:

$$t(\omega) = \frac{1}{M_{11}^{df}}, \quad r(\omega) = \frac{M_{21}^{df}}{M_{11}^{df}} \quad (2)$$

Приведена формула для нахождения эффективного волнового числа:

$$k_{eff}(\omega) = \frac{\varphi_c(\omega)}{S}, \quad S = N_p \cdot L_D \quad (3)$$

В главе 2 рассмотрены причины возникновения запрещённых зон (БЗЗ), и проанализировано распространение СВ в «эталонных» структурах (сохраняют свои геометрические размеры на каждом периоде структуры или элементарной ячейки). На примере распространения СВ в структуре из 40

периодов со следующими параметрами: длины сегментов регулярных волноводов $L_1=L_2=100$ мк, период $L_D = L_1 + L_2$ толщины волноводов $d_1=6$ мк, $d_2=5$ мк, намагниченность насыщения феррита соответствует железо-иттриевому гранату (ЖИГ) $4\pi M = 1750$ Гс, внешнее постоянное магнитное поле величиной $H_0=0.5$ кЭ приложено в плоскости структуры параллельно боковым стенкам столбиков, гиромагнитное соотношение $\gamma = 2.8$; показано, что брэгговская запрещённая зона (БЗЗ) возникает на частотах, соответствующих условию брэгговского резонанса. На дисперсионной кривой в области БЗЗ наблюдается характерная «полочка», обусловленная усиленным взаимодействием волн с периодической структурой.

В главе 3 рассмотрено понятие дефектной моды, причины её возникновения, а также проанализировано распространение СВ в МК с дефектом. При введении в середину эталонной структуры дефекта длиной $L_d=110$ мкм в запрещённой зоне появляется резонансный пик коэффициента прохождения. При увеличении длины дефекта дефектная мода сдвигается от правого края БЗЗ к левому, причём при определённых значениях возможно возникновение двух мод в одной запрещённой зоне. На кривой дисперсии дополнительно появляется неровность в области запрещённой зоны, что и соответствует дефектной моде.

Глава 4 посвящена анализу устойчивости запрещённых зон и дефектных мод СВ при нарушении периодичности МК, а именно при введении вариации длины столбика, предложены количественные характеристики для анализа устойчивости в виде критерия устойчивости и меры расстояния Гувера для кривых АЧХ и дисперсионных кривых, также исследован эффект делокализации, возникающий при нарушении периодичности МК.

Для выявления статистических закономерностей введён статистический ансамбль, содержащий N_a квазипериодических магнитных структур. Каждая

структура из ансамбля содержит N_p элементарных ячеек. Длины "столбиков" L генерируются как случайные числа с заданной функцией плотности вероятности (в работе рассмотрено равномерное и нормальное распределение). Для каждой j -ой структуры из ансамбля строится результирующая матрица передачи. Из этих матриц получаются, в частности, частотные коэффициенты передачи и отражения, а также эффективное волновое число СВ для j -структуры из ансамбля. Также введены усреднённые по ансамблю квазипериодических структур коэффициенты передачи и отражения по мощности:

$$\langle |t(f_m)|^2 \rangle = \frac{1}{N_a} \sum_{j=1}^{N_a} |t_j(f_m)|^2, \quad \langle |r(f_m)|^2 \rangle = \frac{1}{N_a} \sum_{j=1}^{N_a} |r_j(f_m)|^2, \quad m = 1..N_f, \quad (4)$$

где $t_j(f_m), r_j(f_m)$ - коэффициенты передачи и отражения СВ соответственно для j -структуры из ансамбля, N_f - частотные интервалы, на которые разбивается диапазон частот.

И усреднённое эффективное волновое число СВ:

$$\langle k_{eff}(f_m) \rangle = \frac{1}{N_a} \sum_{j=1}^{N_a} k_{eff}^j(f_m), \quad (5)$$

где $k_{eff}^j(f_m)$ - эффективное волновое число СВ для j -структуры из ансамбля.

Для обеспечения репрезентативности выборочной совокупности структур была проведена оценка числа N_a структур в ансамбле в приложении 1 и получено значение $N_a \geq 400$.

На рисунке 2 продемонстрировано, как меняются усреднённые АЧХ и дисперсия при увеличении разброса длин ступенек.

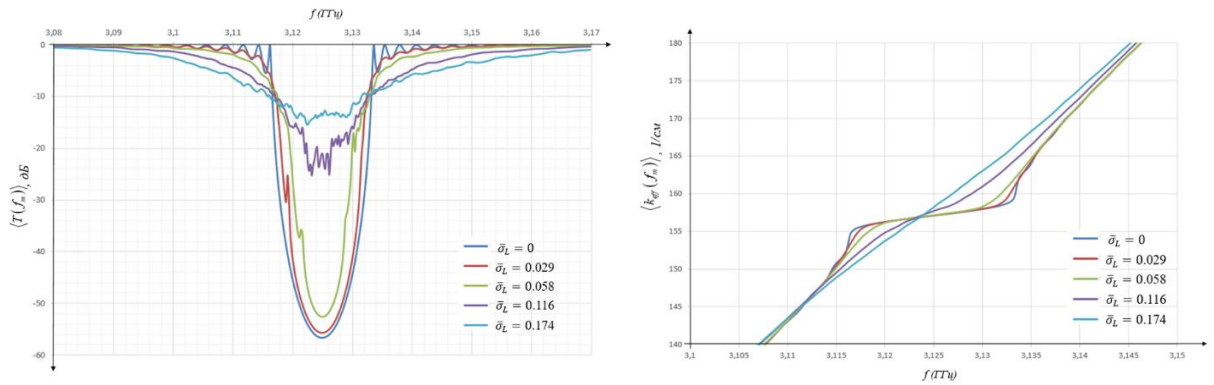


Рисунок 2 – Усредненные частотные коэффициенты прохождения $\langle T(f_m) \rangle$ и усредненные эффективные волновые числа $\langle k_{eff}(f_m) \rangle$ в зависимости от параметра $\bar{\sigma}_L$

При введении случайных вариаций длины «столбиков» (ступенек) положение минимума усреднённой частотной характеристики коэффициента прохождения $\langle T(f_m) \rangle$ остаётся неизменным и совпадает с центральной частотой БЗЗ эталонного периодического магнотонного кристалла. Это свидетельствует о том, что квазипериодическая структура в среднем сохраняет условие брэгговского резонанса.

Увеличение относительного среднеквадратичного отклонения длины столбиков $\bar{\sigma}_L$ приводит к уменьшению глубины БЗЗ так как индивидуальные частоты брэгговских резонансов разных реализаций «плавают» вокруг среднего значения, что даёт сглаженный провал, и к сглаживанию «ступеньки» на дисперсионной кривой в области БЗЗ. При одинаковом значении $\bar{\sigma}_L$ усреднённые коэффициент прохождения и эффективное волновое число практически одинаковы для равномерного и нормального распределений, так как статистическое усреднение по ансамблю из ~ 400 структур определяется в основном дисперсией, а не формой распределения.

При относительно небольших значениях параметра $\bar{\sigma}_L$ наблюдается эффект обратный локализации Андерсона, а именно – делокализация СВ. При

введении случайной вариации длины «ступенек» многократное рассеяние СВ на случайных неоднородностях приводит к тому, что в запрещённой зоне спиновая волна становится делокализованной на определённой частоте и может распространяться в рассматриваемой структуре с малым затуханием (частотный коэффициент передачи на этой частоте близок к 0 дБ)

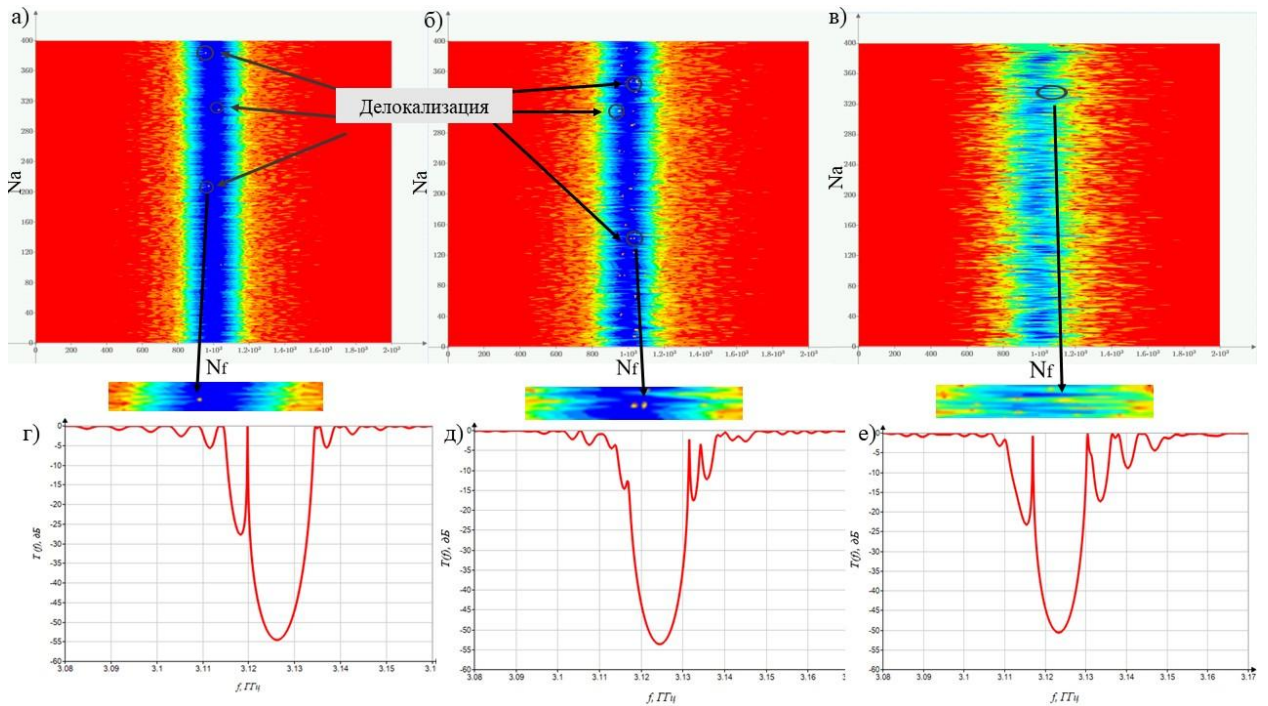


Рисунок 3 – Контурные графики коэффициентов прохождения для всего ансамбля квазипериодических структур а) при $\bar{\sigma}_L=0.029$, б) при $\bar{\sigma}_L=0.058$, в) при $\bar{\sigma}_L=0.087$; г) АЧХ для 211 структуры из ансамбля при $\bar{\sigma}_L=0.029$; д) АЧХ для 154 структуры из ансамбля при $\bar{\sigma}_L=0.058$; е) АЧХ для 329 структуры из ансамбля при $\bar{\sigma}_L=0.087$

Используя меру расстояния Гувера были введены R_t и R_k . R_t - показывает меру расстояния между усреднённой по ансамблю АЧХ квазипериодических магнитных структур и соответствующей АЧХ эталонного МК в окрестности первой запрещенной зоны:

$$R_t = \frac{1}{N_f} \sum_{m=1}^{N_f} \frac{\left| \langle |t(f_m)|^2 \rangle - |T_0(f_m)|^2 \right|}{|T_0(f_m)|^2} \quad (6)$$

где $T_0(f_m)$ – частотный коэффициент передачи СВ в эталонном МК в заданном диапазоне частот.

Аналогично введена мера расстояния R_k между усреднённой по ансамблю дисперсией эффективного волнового числа и дисперсией СВ в эталонном МК.

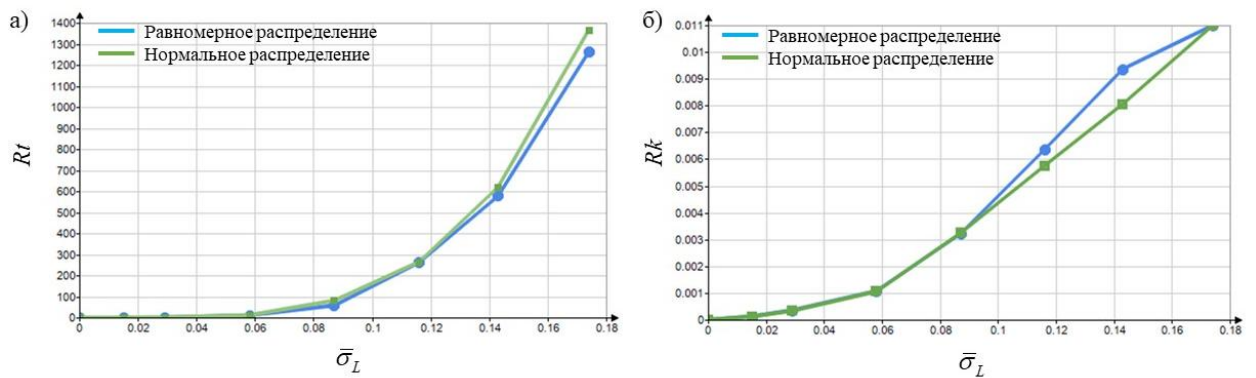


Рисунок 4 - а) график зависимости расстояния R_t от $\bar{\sigma}_L$, б) график зависимости расстояния R_k от $\bar{\sigma}_L$ при $N_p=40$ для равномерного и нормального распределений

Меры расстояний R_t и R_k монотонно возрастают с увеличением $\bar{\sigma}_L$, это подтверждает, что отклонение усреднённых характеристик квазипериодической структуры от эталонной пропорционально степени разброса параметров. Допустимые меры расстояний для АЧХ и дисперсии $R_t < 11$ и $R_k < 10^{-3}$, при выполнении этих условий БЗЗ остаётся устойчивой.

Для количественной оценки устойчивости запрещённой зоны к случайным вариациям длины столбиков был введён критерий устойчивости запрещённой зоны к вариации длин «столбиков»:

$$\Delta = 10 \cdot \log \left(\frac{1}{Na} \sum_{j=1}^{Na} \frac{t_j(f_m)_{\min}}{t_0(f_m)_{\min}} \right), \quad (7)$$

где $t_j(f_m)_{\min}$ - значение минимума БЗЗ в каждой j -ой структуре из ансамбля (глубина БЗЗ), $t_0(f_m)_{\min}$ – глубина БЗЗ эталонной структуры.

Будем считать, что БЗЗ устойчива к случайной вариации длины «столбика», если $\Delta < 3$ дБ, так как в таком случае глубина запрещённой зоны изменилась менее чем в 2 раза. Было получено, что критерий устойчивости выполняется при $\bar{\sigma}_L < 0.058$, то есть разброс длины «столбиков» должен не превышать 20 мкм.

Также был проведён анализ устойчивости дефектной моды СВ в квазипериодической магнитной структуре. На рисунке 3 показано, как меняются усреднённые АЧХ и дисперсия при увеличении разброса длин ступенек.

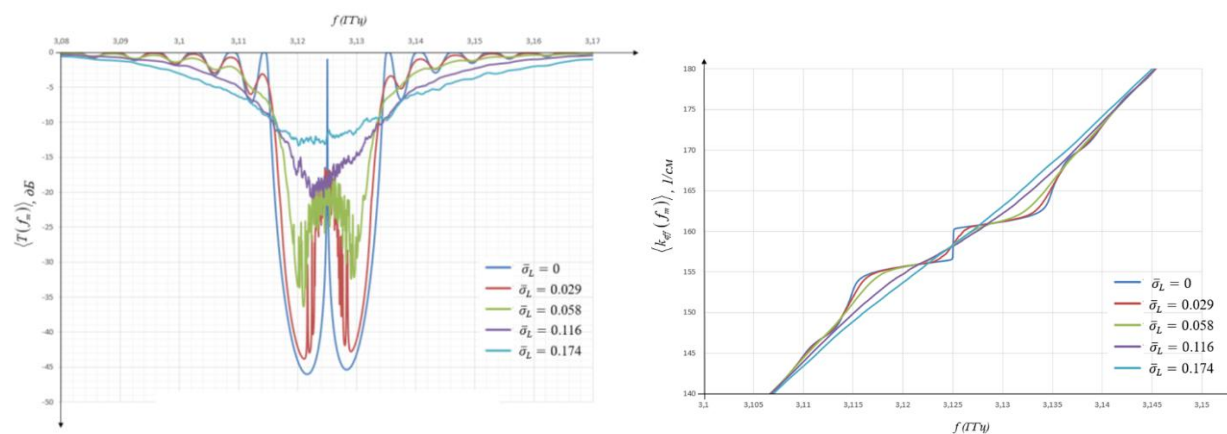


Рисунок 5 – Усредненные частотные коэффициенты прохождения $\langle T(f_m) \rangle$ и усредненные эффективные волновые числа $\langle k_{eff}(f_m) \rangle$ в зависимости от параметра $\bar{\sigma}_L$

Дефектная мода в квазипериодической магнитной структуре крайне чувствительна к любым случайным отклонениям. Даже незначительный

разброс длин «столбиков» приводит к падению амплитуды резонансного пика на АЧХ и сдвигу частоты дефектной моды от эталонного значения. С ростом величины параметра $\bar{\sigma}_L$ на усредненной АЧХ СВ происходит «размывание» дефектной моды и уменьшение ее амплитуды, а на дисперсии наблюдается «сглаживание» кривой. Вид распределения случайной величины значительно не меняет характер поведения рассматриваемых параметров, влияние оказывает величина разброса, как и в случае с БЗЗ СВ.

Критерий устойчивости (7), выработанный ранее, демонстрирует неустойчивость дефектной моды даже при очень малых изменениях $\bar{\sigma}_L$, этот же вывод количественно подтверждают расстояния R_t (для АЧХ) и R_k (для дисперсии) — они монотонно растут вместе с увеличением $\bar{\sigma}_L$.

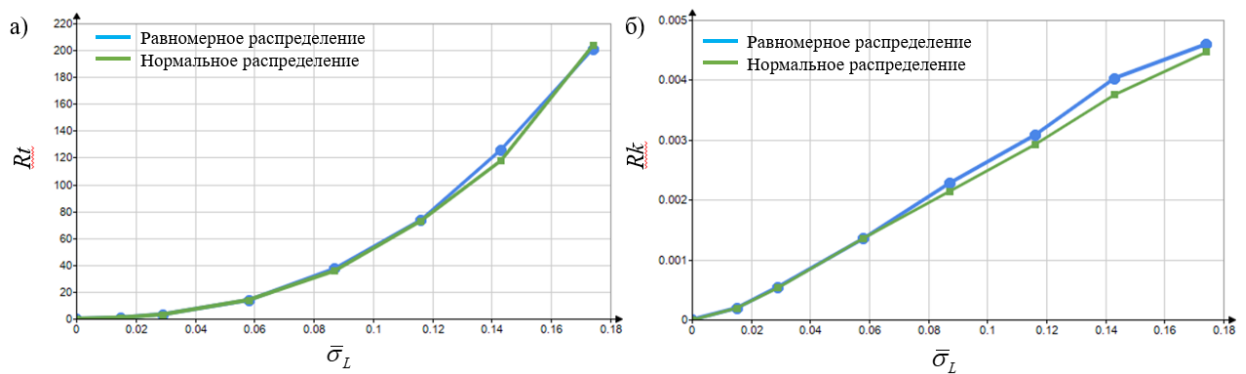


Рисунок 6 - а) график зависимости расстояния R_t от $\bar{\sigma}_L$, б) график зависимости расстояния R_k от $\bar{\sigma}_L$ при $L_d=110$ мкм для равномерного и нормального распределений.

Таким образом, неустойчивость дефектной моды даже к малым разбросам величины длин столбиков предъявляет крайне жесткие требования к точности изготовления магнитных кристаллов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной выпускной квалификационной работе было проведено теоретическое исследование формирования и свойств запрещённых зон и дефектных мод спиновых волн в одномерных магнитных кристаллах, а также

проведён анализ их устойчивости к случайным вариациям геометрических параметров (длин «столбиков») в квазипериодических магнитных структурах. В ходе исследования были получены следующие основные выводы:

1. При анализе устойчивости БЗЗ к случайной вариации длин столбиков было получено, что положение минимума усреднённой АЧХ остаётся неизменным и совпадает с центральной частотой запрещённой зоны эталонного кристалла, однако с ростом $\bar{\sigma}_L$ глубина запрещённой зоны уменьшается, а её края «размываются», а дисперсионная кривая сглаживается в области зоны. На основе введённого критерия устойчивости БЗЗ установлено, что запрещённая зона сохраняет устойчивость при разбросе длин «столбиков» не превышающем 20 мкм для исследованной структуры.
2. Исследование устойчивости дефектной моды к случайной вариации длин столбиков показало, что в отличие от БЗЗ дефектная мода неустойчива даже к малым изменениям геометрических параметров структуры. Анализ также показал, что с ростом величины параметра $\bar{\sigma}_L$ на усредненной АЧХ СВ наблюдается «размывание» дефектной моды и уменьшение ее амплитуды, а на дисперсии происходит сглаживание кривой.
3. Введённые количественные меры расстояния R_i и R_k , характеризующие отклонение усреднённых АЧХ и дисперсионных кривых квазипериодических структур от эталонных, монотонно возрастают с увеличением $\bar{\sigma}_L$, что позволяет количественно оценивать степень устойчивости БЗЗ и дефектных мод.

4. Усреднённые характеристики практически не зависят от вида распределения (равномерное или нормальное) при одинаковом $\bar{\sigma}_L$, так как основной вклад вносит дисперсия.

Полученные результаты позволяют прогнозировать поведение магнитных кристаллов с учетом неизбежных производственных погрешностей на практике и устанавливают четкие технологические допуски для будущих разработок в области магноники.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Молотков, Л. А. Матричный метод в теории распространения волн в слоистых упругих и жидких средах / Л. А. Молотков — Ленинград: Наука. Ленингр. отд-ние, 1984 — 201 с.
2. Bin Guo, Qiu Differential transfer matrix method for photonic band structure of one imensional non-uniform distribution plasma photonic crystal / Bin Guo, Xiao-Ming, // *Optik*. - 2012. - №123. - С. 1390-1392.
3. F. Abelès Optical Properties of Thin Absorbing Films [Текст] / F. Abelès // *Journal of the Optical Society of America*. — 1957. — № 47. — С. 473-482.
4. Heavens O. S Optical properties of thin solid films / Heavens O. S — 2. — New York: Dover Publications, 1991 — 261 с.
5. Zhi-Yuan Li, Principles of the plane-wave transfer-matrix method for photonic crystals / Zhi-Yuan Li // *Science and Technology of Advanced Materials*. – 2005. – № 6. – С. 837-841.
6. Beginin E. N., Sadovnikov A. V., Sharaevskaya A. Yu., Stognij A. I., Nikitov S. A. Spin wave steering in three-dimensional magnonic networks // *Applied Physics Letters*. 2018. Vol. 112. No. 12. p. 122404.
7. Pedro, Pereyra The Transfer Matrix Method and The Theory of Finite Periodic Systems. From Heterostructures to Superlattices / Pereyra Pedro. // *Phys.Status Solidi* . — 2022. — № 259.
8. Шараевская А.Ю. Особенности формирования запрещенных зон в связанных структурах на основе магнонных кристаллов // *Известия вузов. ПНД*. 2014. №6.
9. Kashyap R. Fibe. Bragg Gratings. San Diego, USA: Acad. Press, 1999
10. Вашковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П. "Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот". Саратов, 1993.