

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

Волновые явления в ансамблях связанных моделей нейронов

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 4032 группы
направления 03.03.03 Радиофизика
Института физики
Киселева Михаила Сергеевича

Научный руководитель

к.ф.-м.н.

_____ К.С. Сергеев

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент

_____ Г. И. Стрелкова

Саратов 2026 г.

Введение.

Исследование волновых явлений в ансамблях связанных моделей нейронов является актуальной задачей современной нелинейной динамики и нейрофизики. В реальных нейронных сетях наблюдаются пространственно-временные волны возбуждения, синхронные ритмы и автоколебательные режимы, играющие ключевую роль в передаче информации и координации активности различных областей мозга.

Математическое моделирование позволяет выявить механизмы возникновения таких волн, определить условия их устойчивости и изучить влияние параметров связи, нелинейности и диссипации. Особый интерес представляет формирование солитоноподобных структур — устойчивых локализованных волн, сохраняющих форму.

Полученные результаты важны как для фундаментального понимания динамики сложных нейронных систем, так и для прикладных задач — моделирования патологических состояний (например, эпилептической активности), а также разработки нейроморфных вычислительных систем.

Объектом исследования являются ансамбли связанных нелинейных нейронных моделей.

Предмет исследования - закономерности возникновения, распространения и устойчивости пространственно-временных волн (включая солитоны и бегущие волны) в моделях связанных нейронных ансамблей.

Цель исследования заключается в установлении закономерностей возникновения и распространения волновых процессов в ансамблях связанных моделей нейронов, а также обнаружении условий формирования устойчивых волновых структур.

Задачи исследования:

1. Построить и реализовать численную модель ансамбля связанных нейронных элементов.
2. Задать и варьировать структуру связей между нейронами.
3. Провести численные эксперименты для выявления бегущих волн, автоколебаний и солитоноподобных режимов.
4. Построить карту режимов и установить условия возникновения состояния покоя, автоколебательных, солитоноподобных, волновых и сложных пространственно-временных режимов
5. Оценить влияние параметров связи и нелинейности на устойчивость и распространение волн.

Основное содержание работы

Модель Ходжкина-Хаксли используется для описания возникновения и распространения потенциала действия в возбудимой мембране. В этой модели мембрана рассматривается как электрическая система, состояние которой определяется мембранным потенциалом и ионными токами.

Для j -го нейрона мембранный потенциал обозначается как $x_j(t)$. Уравнение для потенциала и для воротных переменных имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dx_j}{dt} &= - [36n_j^4(x_j - 12) + 120m_j^3h_j(x_j + 115) + 0.3(x_j + 10.613) + I_j^{\text{ext}}] \\ \frac{dn_j}{dt} &= \alpha_n(x_j)(1 - n_j) - \beta_n(x_j)n_j \\ \frac{dm_j}{dt} &= \alpha_m(x_j)(1 - m_j) - \beta_m(x_j)m_j \\ \frac{dh_j}{dt} &= \alpha_h(x_j)(1 - h_j) - \beta_h(x_j)h_j \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $x_j(t)$ - мембранный потенциал j -го нейрона, I_j^{ext} - внешний ток, $n_j(t)$, $m_j(t)$, $h_j(t)$ - воротные переменные.

Первое слагаемое в квадратных скобках соответствует калиевому току:

$$I_K = 36n_j^4(x_j - 12)$$

Второе слагаемое соответствует натриевому току:

$$I_{Na} = 120m_j^3h_j(x_j + 115)$$

Третье слагаемое соответствует току утечки:

$$I_L = 0.3(x_j + 10.613).$$

В качестве базового элемента ансамбля используется модель одиночного нейрона Ходжкина–Хаксли, рассмотренная в уравнении (1). Для построения цепочки связанных элементов каждому нейрону ставится в соответствие набор динамических переменных

$x_j(t), n_j(t), m_j(t), h_j(t)$, где $j = 1, 2, \dots, N$, N - число нейронов в ансамбле.

Переход от одиночного нейрона к ансамблю выполняется за счёт введения межнейронной связи. Тогда уравнение для мембранного потенциала j -го нейрона принимает вид

$$\frac{dx_j}{dt} = - \left[36n_j^4(x_j - 12) + 120m_j^3h_j(x_j + 115) + 0.3(x_j + 10.613) + I_j^{\text{ext}} + \frac{\text{conn}}{N} \sum_{k=1}^N a_{jk} (x_j - x_k) \right] \quad (2)$$

Последний член в уравнении

$$\frac{\text{conn}}{N} \sum_{k=1}^N a_{jk} (x_j - x_k) \quad (3)$$

описывает влияние связанных нейронов на j -й элемент цепочки. Если $a_{jk} = 1$, то нейрон k влияет на нейрон j . Если $a_{jk} = 0$, соответствующая связь отсутствует.

В работе рассматривается одномерная цепочка нейронов с однонаправленной связью. Для открытой цепочки каждый нейрон получает воздействие от ближайшего предыдущего элемента. В этом случае ненулевые элементы

матрицы связности имеют вид

$$a_{j,j-1} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, N - 1 \quad (4)$$

Остальные элементы матрицы равны нулю:

$$a_{jk} = 0, \quad k \neq j - 1 \quad (5)$$

Такая топология соответствует направленной цепочке

$$0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow \dots \rightarrow N - 1.$$

Построение карты динамических режимов

На первом этапе численного исследования была построена карта динамических режимов цепочки нейронов Ходжкина-Хаксли на плоскости параметров (conn , I_{ext}). Для каждого набора параметров проводился расчёт системы уравнений, после чего результат анализировался по пространственно-временной диаграмме мембранного потенциала $x_j(T)$.

Карта режимов							
$I_{\text{ext}} \backslash \text{conn}$	-30	-25	-22	-20	-10	0	
-5	4	0	0	0	0	0	0
-3	3	4	4	0	0	0	0
0	3	4	4	4	0	0	0
3	2	3	3	3	0	0	0
5	2	2	2	2	0	0	0
7	5	5	5	5	2	0	0
10	5	5	5	5	5	2	2

Рис. 1. Карта динамических режимов, где серый цвет - состояние покоя, зеленый - автоколебательный режим, желтый - волновой или автоволновой режим, красный - солитоноподобное возмущение, синий - нерегулярный режим.

Область существования солитоноподобных возмущений

По результатам построения карты режимов была выделена область параметров, в которой локальное начальное возмущение приводит к

формированию одиночного солитоноподобного возмущения.

На пространственно-временной диаграмме солитоноподобный режим проявляется в виде одной локализованной наклонной структуры. Она соответствует одиночному импульсу, распространяющемуся вдоль цепочки нейронов.

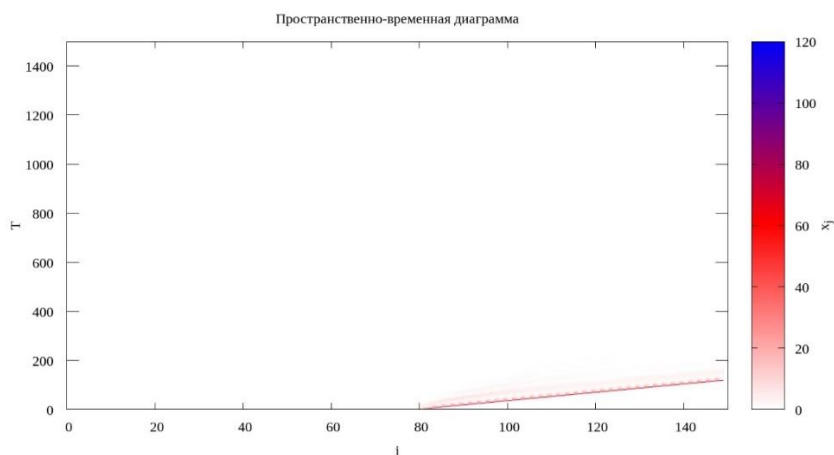


Рис. 3. Солитоноподобный режим при $\text{conn} = -30$, $I_{\text{ext}} = -5$

При меньших по модулю значениях связи, устойчивый одиночный импульс не формировался.

Это показывает, что существование солитоноподобного режима определяется совместным действием внешнего тока и силы связи. Если связь слишком слабая, локальное возбуждение не передаётся дальше по цепочке и режим не формируется. Если внешний ток или сила связи выводят систему за пределы переходной области, одиночное возбуждение может сменяться волновым или нерегулярным режимом.

Проверка устойчивости возбуждения в замкнутой цепочке

После выделения области солитоноподобных режимов была проведена дополнительная проверка устойчивости одиночного импульса. Для этого открытая цепочка была заменена замкнутой, то есть последний нейрон связывался с первым. Такая топология позволяет исключить влияние края системы и проследить, сохраняется ли импульс после многократного

прохождения по кольцу.

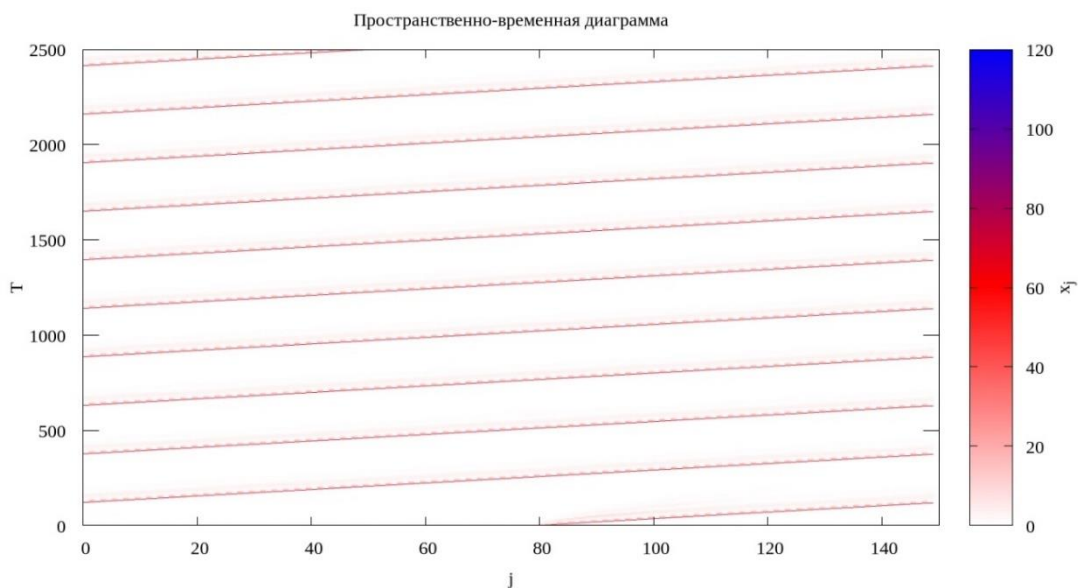


Рис. 4. Солитоподобный режим в замкнутой цепочке при $\text{conn} = -30$, $I_{\text{ext}} = -5$

Таким образом, переход к замкнутой цепочке позволил проверить, что найденные одиночные импульсы не являются случайными кратковременными возмущениями. Они сохраняются на длительном интервале времени и многократно циркулируют по кольцу.

Зависимость устойчивости от длины цепочки

Для дополнительной проверки устойчивости солитоподобного режима была проведена серия численных экспериментов в замкнутой цепочке при различном числе нейронов N . Целью этого этапа было определить, влияет ли длина цепочки на сохранение одиночного возмущения.

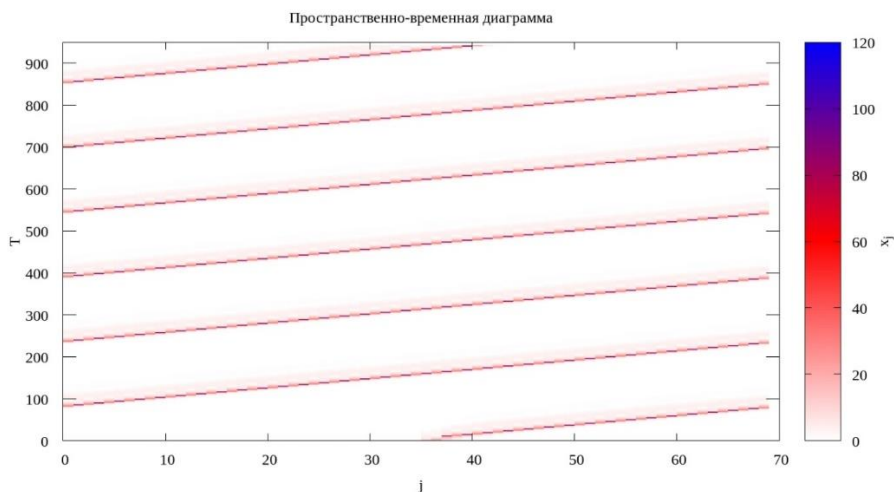


Рис. 5. Пограничный режим солитоноподобного режима в замкнутой цепочке при $N = 70$, $\text{conn} = -11.9$, $I_{\text{ext}} = -5$

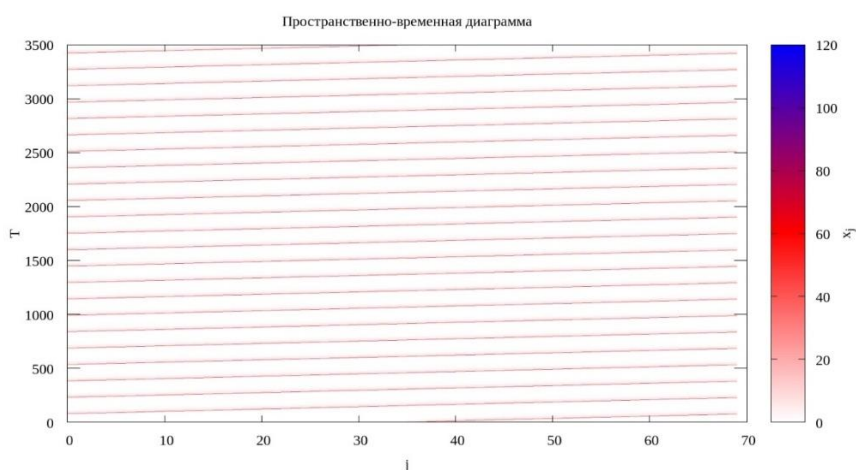


Рис. 6. Переход к устойчивому солитоноподобному режиму в замкнутой цепочке при $N = 70$, $\text{conn} = -12$, $I_{\text{ext}} = -5$

Это показывает, что устойчивое солитоноподобное возмущение может существовать уже в цепочке из 70 нейронов, если сила связи достигает значения, достаточного для поддержания распространения возбуждения.

Зависимость скорости солитоноподобного возмущения от внешнего тока

Наблюдался переход к устойчивому солитоноподобному режиму. Начиная с этих значений, возмущение сохранялось на всём интервале моделирования и не распадалось.

Расчёты проводились при $N=150$, $\text{conn}=-25$.

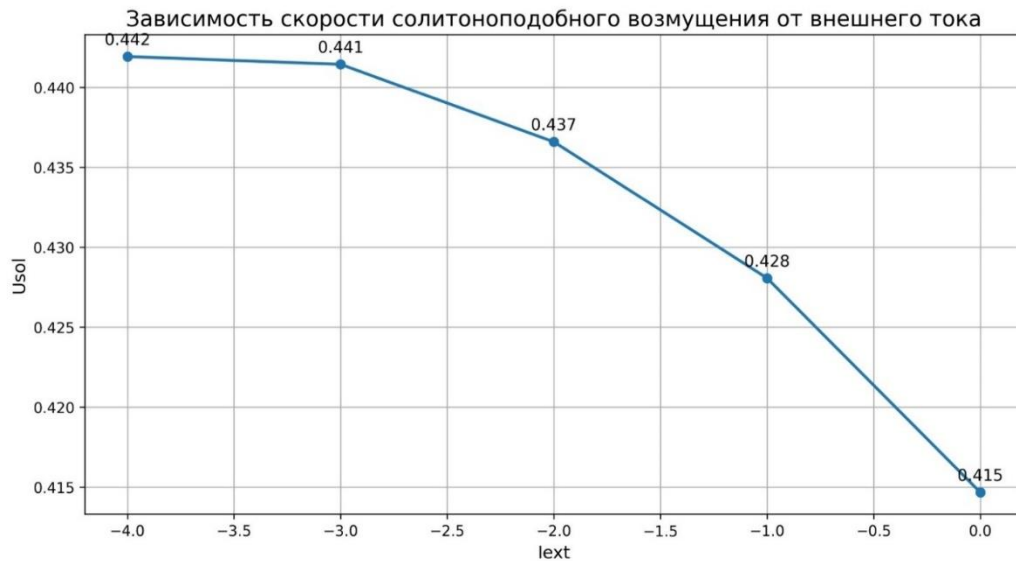


Рис. 6. Зависимость скорости солитоноподобного возмущения от внешнего тока

Такое поведение можно связать с изменением возбудимости нейронов и времени восстановления после прохождения импульса.

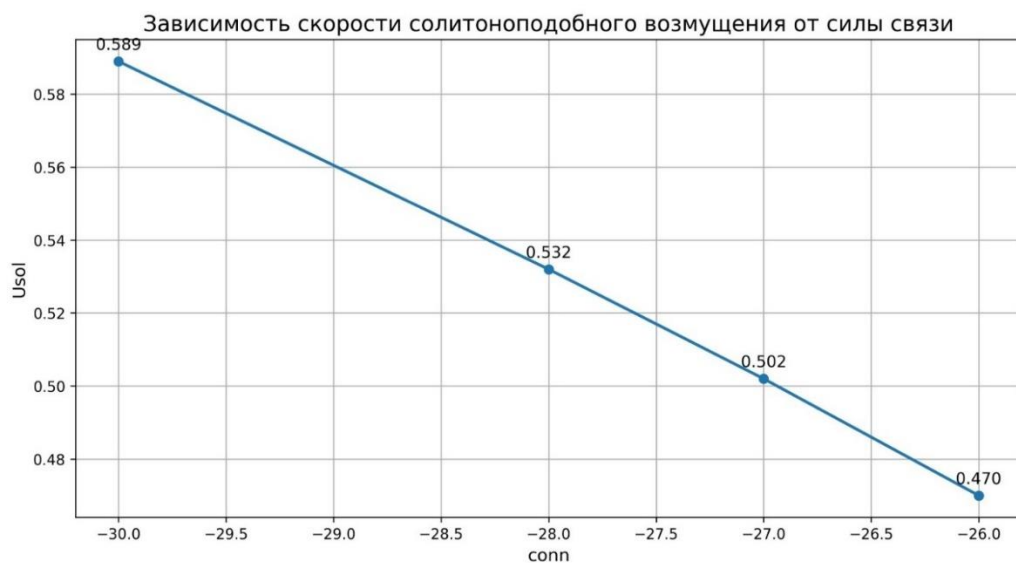


Рис. 7. Зависимость скорости солитоноподобного возмущения от силы связи

Такой результат объясняется тем, что более сильная межнейронная связь ускоряет передачу возбуждения от одного элемента цепочки к следующему.

Анализ пространственных профилей возмущения

Для дополнительной проверки солитоноподобного характера найденного режима были построены пространственные профили мембранного потенциала $x_j(T)$ при нескольких фиксированных моментах времени.

Пространственные профили строились для нескольких моментов времени:
 $T \approx 500$, $T \approx 1000$, $T \approx 1500$, $T \approx 2500$, $T \approx 3300$.

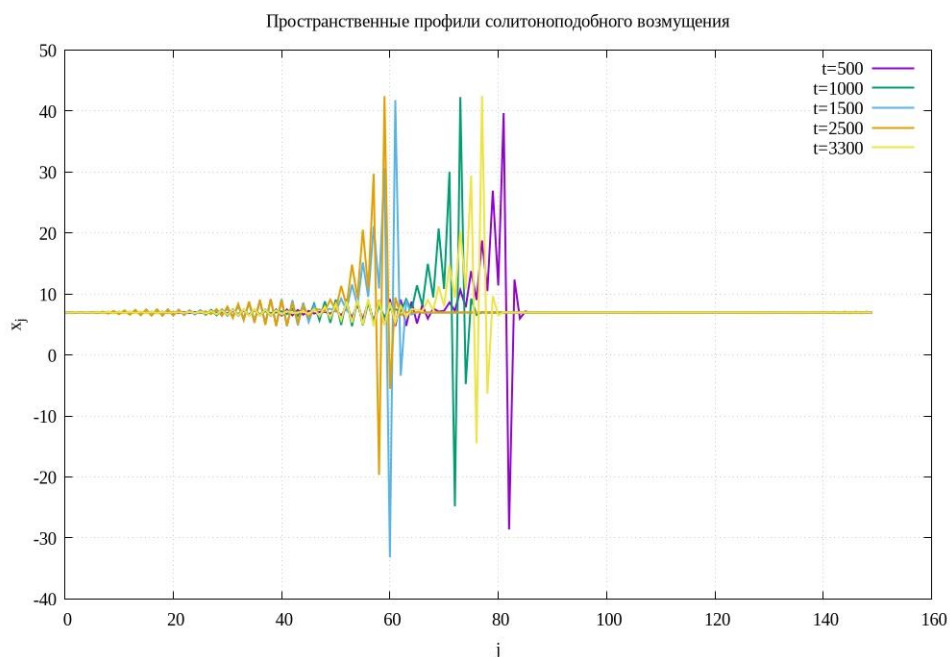


Рис. 8. Пространственные профили солитоноподобного возмущения

На графике видно, что профили, соответствующие разным моментам времени, имеют сдвиг по номеру нейрона. Это связано с тем, что возмущение распространяется вдоль замкнутой цепочки. Поэтому в разные моменты времени локализованная структура находится в разных участках цепочки.

Заключение

По результатам расчётов была построена карта динамических режимов на плоскости параметров (conn , I_{ext}). На карте были выделены области покоя, автоколебаний, волновых режимов, солитоноподобных возмущений, сложной пространственно-временной динамики и численной неустойчивости.

Для проверки устойчивости солитоноподобного режима использовалась замкнутая цепочка. В такой системе возмущение многократно проходило по кольцу и сохранялось на всём интервале моделирования.

Также была исследована зависимость устойчивости от длины цепочки и силы связи. Было установлено, что устойчивость солитоноподобного возмущения

определяется не только числом нейронов, а сочетанием параметров N , $conn$, I_{ext} .

Также была исследована зависимость скорости от силы связи. При фиксированном внешнем токе скорость возрастала при увеличении модуля $conn$. Это связано с тем, что более сильная связь ускоряет передачу возбуждения от одного нейрона к следующему.

Дополнительно были построены пространственные профили $x_j(T = const)$ при разных моментах времени. Эти профили показали, что солитоноподобное возмущение сохраняет локализованную форму при движении по цепочке.

Таким образом, численные эксперименты показали, что в цепочке связанных нейронов Ходжкина-Хаксли могут формироваться устойчивые солитоноподобные возмущения. Их существование, устойчивость и скорость зависят от внешнего тока, силы связи и длины цепочки. При этом длина цепочки сама по себе не является единственным определяющим фактором.